

### Fiche TD n° 3

#### Exercice 1

On considère la chaîne de Markov à trois états dont la matrice de transition est donnée par :

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$$

- 1) Donner une représentation graphique de l'espace d'états et des transitions.
- 2) Vérifier que la chaîne est irréductible.
- 3) Calculer les probabilités stationnaires.

#### Exercice 2

Une particule se déplace sur un cercle selon N positions, numérotées de 1 à N dans le sens horaire. A chaque étape, la probabilité de mouvement de la particule dans le sens horaire vers une nouvelle position est de p, alors qu'elle est 1-p dans le sens anti-horaire.

- 1) Préciser la matrice de transition de cette chaîne de Markov.
- 2) Etudier le mouvement de la particule pour 3 positions numérotées 1, 2,3 et p=1/2, en donnant la matrice de transition et le graphe de la chaîne.
- 3) Est-ce que la chaîne est apériodique ? justifier votre réponse.
- 4) Calculer les probabilités stationnaires dans ce cas.

#### Exercice 3

On étudie le fonctionnement d'une imprimante.

Lorsque l'imprimante est en attente, elle reçoit un caractère à imprimer avec la probabilité 0,7.

Lorsqu'elle est en impression elle reçoit :

- un caractère normal avec la probabilité 0,7.
- un caractère de fin de fichier avec la probabilité 0,2.
- un caractère d'interruption avec la probabilité 0,1.

Lorsque l'imprimante est dans l'état d'interruption, elle retourne dans l'état d'attente avec la probabilité 0,4 sinon elle reste dans l'état d'interruption.

- 1- Montrer que cette chaîne est une chaîne de Markov.
- 2- Donner la matrice de transition et le graphe de cette chaîne.
- 3- Est-ce que la chaîne est ergodique ?
- 4- Calculer les probabilités stationnaires.