université de Relizane
Institut des Sciences et de Technologie
Département génie des procédés

Niveau : Licence 3 –
Module: Transfert de Chaleur.

Transfert de Chaleur

Sommaire

Chapitre I : Introduction : Modes de transfert thermique. Définitions

I.1. Introduction

Parmi les modes d'échange d'énergie. Le transfert de chaleur est certainement l'un des plus courants. Dès qu'une différence de température apparaît entre deux systèmes, le transfert de chaleur va intervenir. L'importance des phénomènes de transfert de chaleur résulte de leur intervention dans presque tous les procédés des différents secteurs d'activités : chimie, pharmacie, agroalimentaire, environnement, pétrole… le rôle du transfert de chaleur devient souvent essentiel et même déterminant lorsqu'il est à l'origine des techniques utilisées : échangeur, four, calorifugeage…

I.1.1 Les cause du transfert de chaleur

La condition nécessaire pour qu'un transfert de chaleur soit possible est qu'il existe une différence de température entre deux corps, deux fluides ou deux systèmes. Cela peut être schématisé ainsi :

Source CHAUDE (Température T_c)	CHALEUR $\xrightarrow[Q]{}$	Source FROIDE (Température T_f)	Avec $T_c > T_f$

Un débit de chaleur est transféré de la source chaude vers la source froide. Le débit de chaleur ou flux de chaleur, Q, est la quantité de chaleur transmise par unité de temps. Il a donc la dimension d'une puissance. Les unités du flux de chaleur watt (W) ou (Kcal.h^{-1})

Lorsque les températures des différents systèmes restent constantes, c'est-à-dire indépendants du temps, le régime thermique est dite stationnaire. En revanche, si les températures locales varient en fonction du temps, cela signifie que l'équilibre thermique n'est pas encore atteint. Le régime est alors qualifié de instationnaire ou transitoire

I.1.2 Modes de transfert de chaleur

Le transfert de chaleur peut se faire suivant trois modes de transmission : la conduction, la conviction, le rayonnement.

I.2. La conduction :

La conduction peut se définir comme un transfert de chaleur sans déplacement des particules de matière les unes par rapport aux autres. La conduction et le seul mode de transfert de chaleur intervenant au sein des milieux solides.

Exemple : propagation de la chaleur le long d'une barre métallique chauffée par à une extrémité par une flamme.

Le transfert de chaleur par conduction peut se faire suivant deux mécanismes :

- Transmission de la chaleur par les vibrations des atomes ou molécules ;
- Transmission de la chaleur par les électrons libres.

L'importance relative de ces mécanismes dépend de la nature du corps et des matériaux.

I.3. La conviction :

La conviction implique le mouvement des particules de matière, et par suite ce transfert de chaleur concerne donc exclusivement les fluides : liquide et gaz.

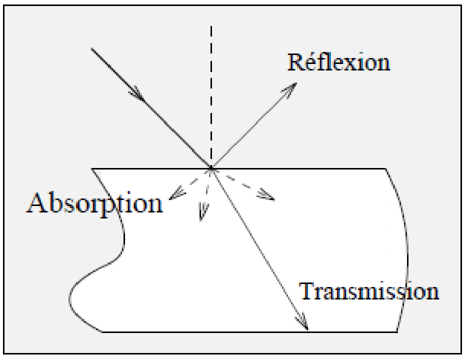
Exemple : chauffage d'un liquide contenu dans un récipient placé sur une plaque chauffante. Au fur et à mesure de la montée en température du liquide, ce liquide se met en mouvement : des mouvements de conviction apparaissent à l'intérieur du volume du liquide ; le liquide au contact du fond du récipient est plus chaud, sa masse volumique diminue et par suit cette couche liquide se déplace vers le haut du récipient et elle est remplacée par liquide plus froid.

L'échange de chaleur se fait alors par mélange des couches chaudes et des couches froides du liquide ; se mélange s'effectue librement sans intervention extérieure : c'est la **conviction naturelle**.

Pour accélérer le mélange entre les couches chaudes et froides du fluide, et donc favoriser le transfert de chaleur, on peut utiliser une action mécanique extérieure (pompe pour la circulation d'un liquide dans une canalisation, agitateur mécanique pour un liquide contenu dans un réacteur, ventilateur pour de l'air…) : dans ces conditions on dit que **la conviction est forcée ou assistée**.

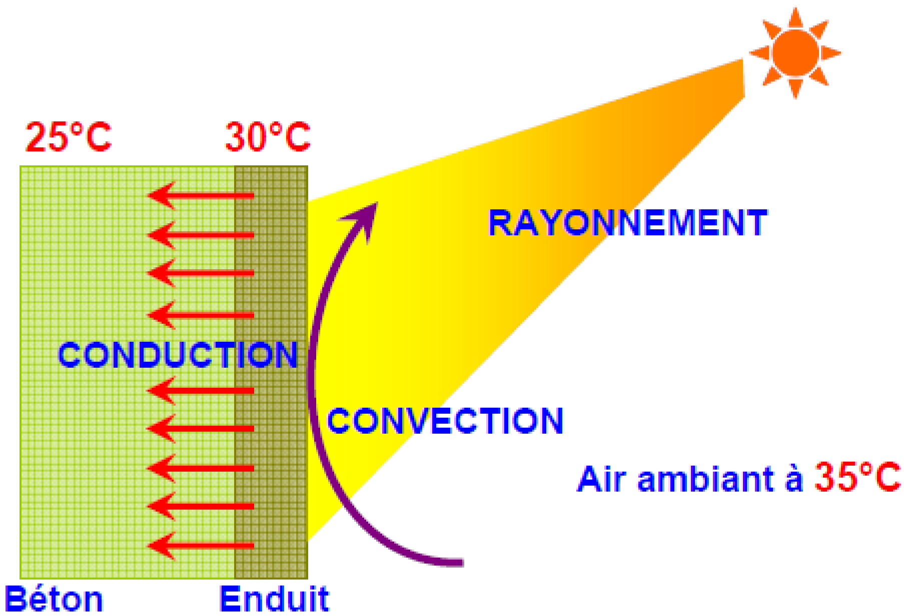
I.4. Le rayonnement

Tout corps placé devant une source de chaleur s'échauffe, mais son échauffement s'arrête quand un obstacle est placé entre la source de chaleur et lui. Ceci indique que l'énergie transportée par un rayonnement identique à celui de la lumière. D'une manière générale tous les corps émettent par leur surface de l'énergie sous forme de radiations électromagnétique. Ce transfert de chaleur qui ne nécessite aucun support matériel se produit même dans le vide. L'énergie reçue par la surface du corps le plus froid va se répartir en trois parties : énergie réfléchie par la surface, énergie transmise par le corps et énergie absorbée par le corps qui va de ce fait élever la température du corps.



Exemple :

- Le soleil chauffe la terre par rayonnement ; chaleur émise par rayonnement par une flamme

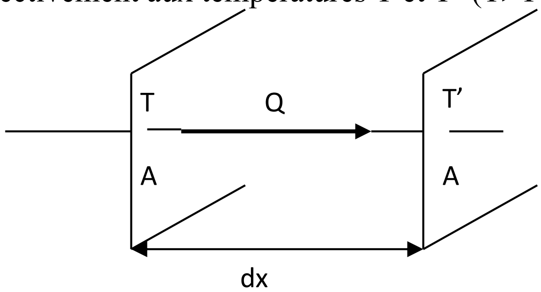


Chapitre II : Transfert de chaleur par conduction

II.1 Loi de transmission de la chaleur par conduction :

Loi de Fourier

Dans un corps solide, homogène et isotrope, considérons deux plans parallèles infiniment voisins de surface A, distants de dx (l'axe des x étant perpendiculaire) et isothermes respectivement aux températures T et T' (T>T' avec T' = T + dT)



Transfert thermique par conduction

En régime permanent (T et T' indépendants du temps), on fait l'hypothèse qu'il n'y pas de pertes thermique au niveau de la surface latéral du corps ; dans se conditions il y a écoulement de chaleur par conduction de la paroi chaude vers la paroi froide : le flux de chaleur Q est donc dans la direction de l'axe des x et normal aux plans.

Le flux de chaleur Q est :

- Proportionnel à l'écart de température entre les deux plans :
  $\Delta T = T - T' = - dT$;
- Proportionnel à surface du plan traversé A ;
- Inversement proportionnel à la distance entre les deux plans : dx ;
- Proportionnel à un coefficient $\boldsymbol{\lambda}$ qui dépend de la nature du matériau : ce **coefficient** $\boldsymbol{\lambda}$ est appelé **conductibilité thermique** ou **conductivité thermique**.

Dans ces conditions la loi de Fourier, s'écrit :

$$Q = -\lambda A \frac{dT}{dx} \dots (1)$$

Dans cette relation, le gradient de température $\frac{dT}{dx}$ étant négatif, le signe – est introduit pour avoir un flux de chaleur toujours positif.

De la loi de Fourier, on peut déduire la dimension de $\boldsymbol{\lambda}$:

$$\lambda = \frac{\text{quantité de chaleur } \times \text{longueur}}{\text{temps } \times \text{surface } \times \text{écart de température}}$$

La relation de Fourier (eq1) peut être présentée sous la forme :

$$-dT = \frac{Qdx}{\lambda A} \ldots (2)$$

Les variable étant séparées, cette équation différentielle peut être ensuite intégrée pour calculer le flux de chaleur Q à travers une paroi quelconque de dimensions finies, ce transfert de chaleur de faisant dans les conditions de l'état stationnaire avec Q constant

II.2 Coefficients de conductivité thermique

La conductivité λ représente la nature du matériau, et dépend de plusieurs paramètres dont les principaux sont :

- La température

- La phase dans laquelle se trouve le matériau (gaz, solide, liquide)

- L'orientation des fibres ou des cristaux dans le corps (bois, métaux et plastiques étirés ou laminés...)

- La pression pour les gaz

La connaissance de λ est importante, son évaluation se fait expérimentalement. Des tables de conductivité thermique existent pour la plupart des matériaux.

• Variation de λ avec la température

Les matériaux ont un comportement différent vis à vis de la température sur le plan de la conduction de la chaleur. Certains matériaux voient leurs λ diminuer lorsque T croit, c'est le cas du fer, de l'argent, du cuivre, du zinc. Pour d'autres matériaux λ décroît avec T, c'est le cas du cobalt, du béryllium, du magnésium....

Il existe des matériaux dont λ passe par un extremum, c'est le cas du plomb, de l'aluminium, de l'antimoine...

En pratique, si l'écart de températures est faible et que l'application ne demande pas une grande précision (thermique du bâtiment par exemple), une valeur constante de λ peut suffire. Toujours selon l'application, et bien souvent une variation linéaire du type $\boldsymbol{\lambda = \lambda_0 [1 + \beta (T - T_0)]}$ suffit amplement.

Pour toute la suit du chapitre, nous supposerons λ constant, et indépendant de la température (il sera possible de prendre une valeur moyenne de λ dans l'intervalle de température considéré).

Ci-dessous sont résumés les domaines de valeurs des conductivités thermiques en fonction des milieux considérés.

MATÉRIAUX		CONDUCTIBILITÉ THERMIQUE	
		W/m.°C	kcal/h.m.°C
Métaux			
Cuivre		383	330
Aluminium		209	180
Acier doux		45	39
Fonte		56	48
Matériaux isolants			
Laine de verre		0.035 à 0.038	0.03 à 0.07
Polystyrène		0.031	0.027
Liège		0.041	0.035
Matériaux de construction			
Briques		0.3 à 1.2	0.25 à 1
Béton		0.8	0.7
Verre		0.8	0.7
Bois		0.1 à 0.3	0.1 à 0.25
Liquides			
Eau	à 0°C	0.47	0.4
	à 80°C	0.58	0.5
Hydrocarbures à température ambiante (valeur moyenne)		0.14	0.12
Gaz sous pression atmosphérique			
Air	à 0°C	0.024	0.021
	à 100°C	0.031	0.027
Vapeur d'eau	à 100°C	0.023	0.020
	à 200°C	0.033	0.028
	à 400°C	0.055	0.047
Propane	à 100°C	0.026	0.022
Heptane	à 100°C	0.017	0.015
Matériaux divers (valeurs approximatives)			
Suie		0.06	0.05
Coke		0.93	0.8

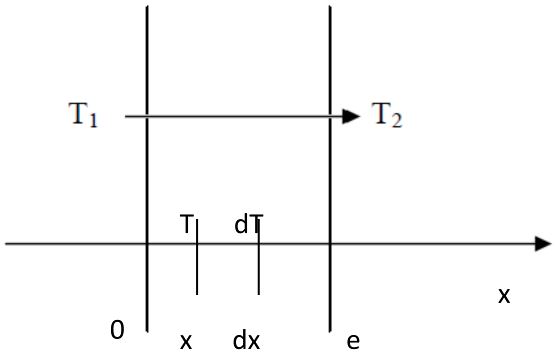
II.3. Conduction de la chaleur cas unidimensionnels en régime stationnaire :

II.3.1. Transfert de chaleur dans une paroi constituée d'un seul matériau :

a. Mur semple

La section droite de la paroi, A, dans la direction perpendiculaire à l'écoulement est constante, cette paroi est constituée d'un matériau homogène, d'épaisseur e, et conductivité thermique $\boldsymbol{\lambda}$.

Les températures des surfaces sont respectivement T_1 et T_2 ($T_1 > T_2$)



Conduction dans un mur plan

La relation de Fourier (eq2) peut être intégrée avec les bornes d'intégration indiquées sur le schéma :

$$\int_{T_1}^{T_2} -dT = \frac{Q}{\lambda A}\int_0^{\delta} dx \;\Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{Q}{\lambda A} e$$

Relation qui indique le profil de température est linéaire dans la paroi plane est donné par la relation :

$$Q = \frac{\lambda A (T_1 - T_2)}{e}$$

La résistance thermique correspondante est égale à :

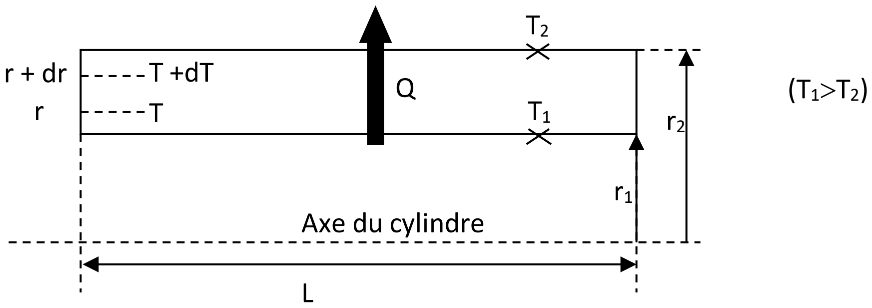
$$R_{th} = \frac{\Delta T}{Q} = \frac{e}{\lambda A}$$

On appelle densité de flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface A par unité de temps :

$$q = \frac{Q}{A} \text{ W/m}^2$$

b. Cylindre creux

Considérons un cylindre creux de longueur L, de rayon intérieur r_1 et de rayon extérieur r_2. La surface interne est maintenue à la température T_1 tout le long du tube, la surface externe est à la température T_2 et par suite la direction de l'écoulement de chaleur est en tout point radial (perpendiculaire à l'axe du cylindre).



Conduction dans un cylindre creux

Dans se conditions, en coordonnées cylindriques, l'équation 2 s'écrit :

$$-dT = \frac{Qdr}{\lambda A(r)} \ldots(5)$$

La surface traversée par le flux de chaleur est variable ; pour un rayon r, elle vaut :

$$A(r) = 2\pi r L$$

L'équation 5 peut être intégrée, avec les bornes d'intégration indiquées sur le schéma :

$$\int_{T_1}^{T_2} -dT = \frac{Q}{\lambda 2\pi L}\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{Q}{\lambda 2\pi L}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

Relation qui indique que le profil de température dans la paroi n'est plus linéaire ; le profil de température est une fonction logarithmique du rayon : T = f (ln r). Par suite le flux de chaleur traversant la paroi cylindrique est donné par la relation :

$$Q = \frac{2\pi L\lambda\,(T_1 - T_2)}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \ldots\ldots(6)$$

La résistance thermique correspondante est égale à :

$$R_{th} = \frac{\Delta T}{Q} = \frac{\ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi L\lambda} \ldots(7)$$

Par analogie avec le mur plan, l'expression du flux de chaleur peut s'écrire :

$$Q = \frac{\lambda A_{moy}(T_1 - T_2)}{e} \ldots (8)$$

Ou :

- e est l'épaisseur du solide : $e = r_2 - r_1$;
- A_{moy} est l'aire moyenne traversée par le flux de chaleur ; c'est la valeur moyenne entre l'aire intérieure du cylindre : $A_1 = 2\pi r_1 L$ et l'aire extérieure du cylindre $A_2 = 2\pi r_2 L$.

L'égalité des relations 6 et 8 donnes :

$$\frac{A_{moy}}{r_2 - r_1} = \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

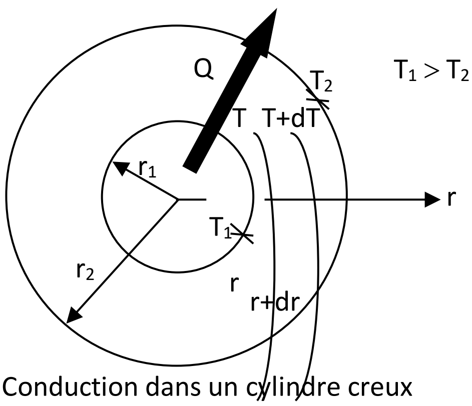
Soit :

$$A_{moy} = \frac{2\pi L(r_2 - r_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{(A_2 - A_1)}{\ln \frac{A_2}{A_1}}$$

Cette relation montre que l'aire moyenne à considérer est l'aire moyenne logarithmique : logarithmique entre les surfaces, intérieur et extérieure, de cylindre.

c. Sphère creuse :

Considérant une sphère creuse de rayon intérieur r_1 et de rayon extérieur r_2. La surface interne est maintenue à la température T_1, la surface externe à la température T_2 ; par suit le flux de chaleur sera radial et la surface traversée au rayon r est égale à : $A(r) = 4\pi r^2$.



Conduction dans un cylindre creux

Dans se condition, en coordonnées sphériques, l'équation 5 peut être intégrée, avec les bornes d'intégration indiquées sur le schéma :

$$\int_{T_1}^{T_2} -dT = \frac{Q}{\lambda 4\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{Q}{\lambda 4\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Relation qui indique que le profil de température dans la paroi sphérique n'est pas linéaire ; le profil de température est une fonction de 1/r : T = f (1/r).

Par suite le flux de chaleur traversant la paroi sphérique est donné par la relation :

$$Q = \frac{4\pi\lambda\,(T_1 - T_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = 4\pi r_1 r_2 \lambda \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} \ldots (10)$$

La résistance thermique correspondante est égale à :

$$R_{th} = \frac{\Delta T}{Q} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 \lambda} \ldots (11)$$

Par analogie avec le mur plan, l'expression du flux de chaleur peut s'écrire sous la forme de l'équation 8, avec $e = r_2 - r_1$ et A_{moy} est l'aire moyenne traversée par le flux de chaleur : valeur moyenne entre l'aire intérieure de la sphère : $A_1 = 4\pi r_1^2$ et l'aire extérieure de la sphère $A_2 = 4\pi r_2^2$. L'égalité des relations 8 et 10 donnes :

$$A_{moy} = 4\pi r_1 r_2 = \sqrt{A_2 A_1} \qquad \ldots (12)$$

Dans le cas d'une sphère, l'aire moyenne à considérer est la moyenne géométrique entre les surfaces, intérieure et extérieure, de la sphère.

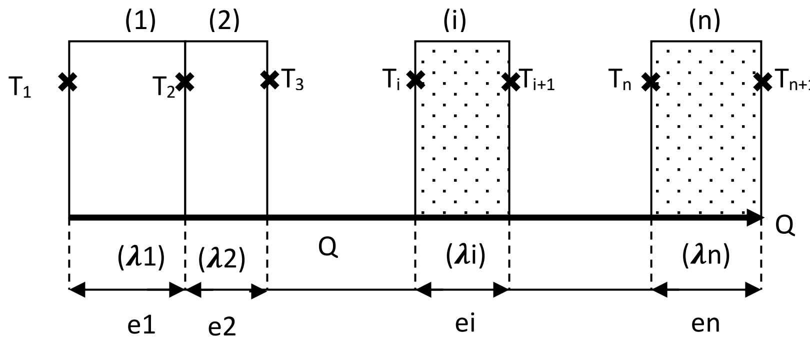
II.3.2. Conduction à travers plusieurs corps placés en série

a. Cas de murs plans en série

Considérons un ensemble de n murs juxtaposés d'épaisseurs différentes et de natures différentes, mais de même surface A. Chaque élément est donc caractérisé par son épaisseur e_i et sa conductivité thermique $\boldsymbol{\lambda}_i$.

Les températures des faces externes sont connues : T_1 et T_{n+1}, en revanche les températures des différentes interfaces : $T_2, T_3, \ldots, T_i, \ldots, T_n$, sont à déterminer.

Pour chaque mur, l'équation de Fourier permet d'écrire la différence de température :



Conduction dans plusieurs murs plans en série

Mur 1 : $$T_1 - T_2 = Q\,\frac{e_1}{\lambda_1 A}$$

Mur 2 : $$T_2 - T_3 = Q\,\frac{e_2}{\lambda_2 A}$$

Mur i : $$T_i - T_{i+1} = Q\,\frac{e_i}{\lambda_i A}$$

Mur n : $$T_n - T_{n+1} = Q\,\frac{e_n}{\lambda_n A}$$

En faisant la somme membre à membre de ces différentes équations, il est possible d'éliminer les températures intermédiaires des différentes interfaces ; on obtient :

$$T_1 - T_{n+1} = Q\left(\frac{e_1}{\lambda_1 A} + \frac{e_2}{\lambda_2 A} + \cdots + \frac{e_i}{\lambda_i A} + \cdots + \frac{e_n}{\lambda_n A}\right) = Q\sum_{i=1}^{n}\frac{e_i}{\lambda_i A}$$

$\sum_{i=1}^{n}\frac{e_i}{\lambda_i A} = \sum_{i=1}^{n} R_{th,i}$ est la résistance thermique totale du mur qui est la somme des résistances thermiques de chaque élément constituant le mur (analogie avec les conducteurs électriques en série).

Par suite le flux de chaleur traversant le mur est égal à :

$$Q = \frac{\Delta T}{\sum_{i=1}^{n} R_{th,i}}\ anec\ \Delta T = T_1 - T_{n+1} \qquad \text{... (13)}$$

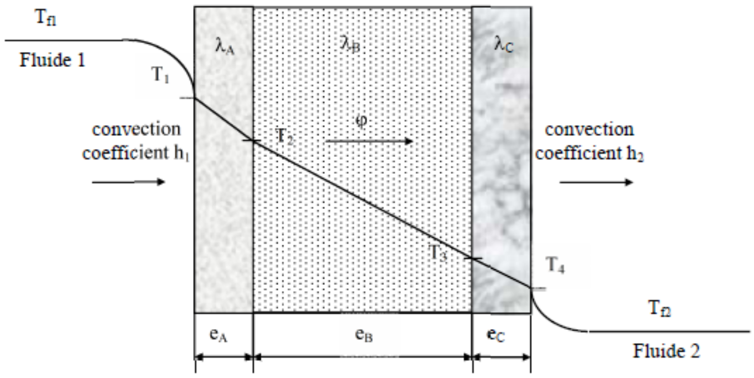
Connaissant le flux de chaleur Q, l'équation de la conduction pour chaque mur permet de calcule les températures intermédiaires. Dans cette présentation les résistances thermiques de contact entre chaque mur ont été négligées (contact par fait entre les murs).

Remarque : la relation 13 peut bien entendu s'appliquer à un ensemble de cylindres en série ou de sphères creuses en série, en considérant dans chaque cas l'expression appropriée pour la résistance thermique.

I.4. Transfert de chaleur dans une paroi constituée d'un seul matériau avec contacte deux fluides :

a. Mur semple :

C'est le cas des murs réels constitués de plusieurs couches de matériaux différents et où le ne connaît que les températures T_{f1} et T_{f2} des fluides en contact avec les deux faces du mur de surface latérale A :



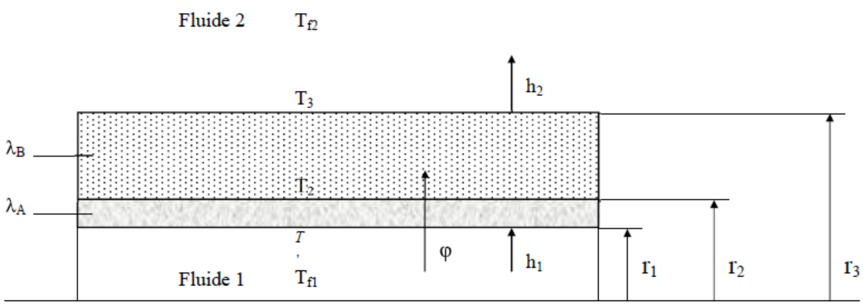
Le flux de chaleur est conservatif et s'écrit :

$$q = h_1\left(T_{f1} - T_1\right) = \frac{\lambda_A}{e_A}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda_B}{e_B}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda_c}{e_c}(T_3 - T_4) = h_2\left(T_4 - T_{f2}\right)$$

$$\boxed{q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{e_A}{\lambda_A} + \frac{e_B}{\lambda_B} + \frac{e_C}{\lambda_C} + \frac{1}{h_2}}} \quad (\mathrm{W\ m^{-2}}) \qquad \ldots 26$$

b. Cylindre creux :

C'est le cas pratique d'un tube recouvert d'une ou plusieurs couches de matériaux différents et où le ne connaît que les températures T_{f1} et T_{f2} des fluides en contact avec les faces interne et externe du cylindre ; h_1 et h_2 sont les coefficients de transfert de chaleur par convection entre les fluides et les faces internes et externes :



Le flux de chaleur est conservatif et s'écrit :

$$q_l = 2\pi r_1 h_1\left(T_{f1} - T_1\right) = \frac{2\pi\lambda_A\,(T_1 - T_2)}{\ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\lambda_B\,(T_2 - T_3)}{\ln\frac{r_3}{r_2}} = 2\pi r_3 h_2\left(T_3 - T_{f2}\right)$$

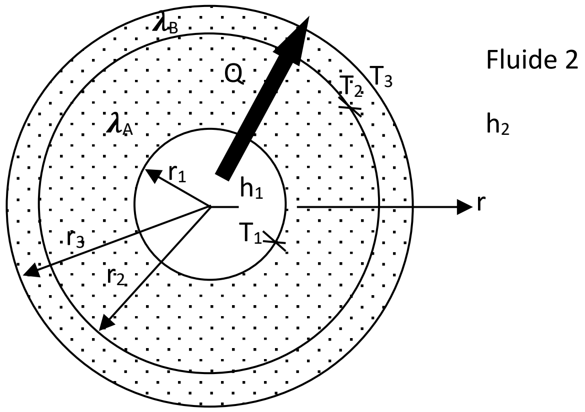
$$\boxed{q_l = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\dfrac{1}{h_1\, 2\pi\, r_1} + \dfrac{\ln\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\,\lambda_A} + \dfrac{\ln\left(\dfrac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi\,\lambda_B} + \dfrac{1}{h_2\, 2\pi\, r_3}}}$$

$(\mathrm{W\ m^{-1}})$

... 27

c. Sphère creuse :

C'est le cas pratique d'une sphère creuse recouvert d'une ou plusieurs couches de matériaux différents et où le ne connaît que les températures T_{f1} et T_{f2} des fluides en contact avec les faces interne et externe de la sphère creuse ; h_1 et h_2 sont les coefficients de transfert de chaleur par convection entre les fluides et les faces internes et externes :



$$Q = 4\pi r_1^2 h_1 \left(T_{f1} - T_1\right) = \frac{4\pi\lambda_A \left(T_1 - T_2\right)}{\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}} = \frac{4\pi\lambda_B \left(T_2 - T_3\right)}{\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_3}} = 4\pi r_3^2 h_2 \left(T_3 - T_{f2}\right)$$

$$\boxed{Q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\dfrac{1}{4\pi r_1^2 h_1} + \dfrac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}{4\pi\lambda_A} + \dfrac{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}}{4\pi\lambda_B} + \dfrac{1}{4\pi r_3^2 h_2}}}$$

... 28

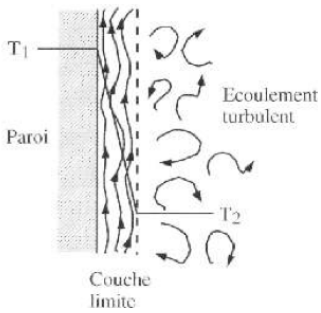
Chapitre III : Transfert de chaleur par convection :

La convection est un processus physique de transmission de la chaleur qui s'appuie sur un milieu matériel avec mouvement de matière. On ne peut donc avoir de convection que dans les liquides et les gaz. Le flux de chaleur transmis par convection, entre une paroi à température T_1 et un fluide à température T_2 (température mesurée loin de la paroi), peut s'écrire sous la forme :

$$Q = h\, S\, (T_1 - T_2) \text{ (loi de Newton)}$$

où h est le coefficient d'échange par convection (unité $Wm^{-2}K^{-1}$).

On définira de la même façon que précédemment la résistance thermique de surface par $R_{th} = \frac{1}{hS}$. Cette relation ne constitue pas une loi, mais plutôt une description phénoménologique du processus de transmission par analogie avec la conduction. Quel que soit le régime d'écoulement, y compris turbulent, il existe au voisinage immédiat de la paroi une zone d'écoulement laminaire appelée couche limite (voir figure ci-dessous). Ce film est adjacent à la surface avec condition d'arrêt de l'écoulement le long de la paroi (vitesse nulle).



Ce film constitue la principale résistance thermique au transfert de chaleur entre la paroi et le fluide en mouvement. C'est pourquoi on parle souvent de coefficient de film pour désigner le coefficient de transfert convectif à la paroi. Lorsque la turbulence de l'écoulement augmente, l'épaisseur du film laminaire diminue, sa résistance thermique décroît. Le flux de chaleur, pour un écart de température donné, est donc d'autant plus important que le régime d'écoulement est turbulent. Dans la pratique, on détermine la valeur de h à partir d'expériences. Les résultats de ces expériences sont traduits en terme de lois de corrélations faisant intervenir des grandeurs adimensionnelles. On distingue deux types de convection.

I.5.1. La convection forcée :

Le mouvement du fluide est imposé par des actions mécaniques extérieures (pompes, ventilateurs, etc.). L'écoulement est alors laminaire ou turbulent suivant la valeur du nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho u x}{\mu}$$

Où x : est une échelle de longueur caractéristique de l'écoulement (par exemple diamètre, dans le cas d'un écoulement de conduite), u est une vitesse caractéristique de l'écoulement (par exemple, la vitesse moyenne $u = \frac{m}{\rho S}$ dans le cas d'un écoulement de conduite, m représentant le débit massique et S la section de passage), μ la viscosité dynamique (en Poiseuille (Pl) en SI) et ρ la masse volumique. Les coefficients d'échange h sont exprimées par l'intermédiaire du nombre de Nusselt Nu défini par :

$$Nu = \frac{hx}{\lambda}$$

- λ : conductivité thermique du fluide,
- x : échelle de longueur caractéristique.

L'expérience montre que Nu = f (Pr, Re)

où Pr : le nombre de Prandtl qui résume les propriétés thermophysiques du fluide.

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

Ainsi, on posera la plupart du temps : $Nu = A \,.\, Re^n \,.\, Pr^m$

Où A est une constante dépendant de la géométrie considérée et de la valeur du nombre de Reynolds.

I.5.2. La convection libre (ou naturelle) :

Ce type de convection résulte des variations de masse volumique du fluide résultant des échanges de chaleur eux-mêmes (poussée d'Archimède sur les éléments de fluide chaud). Il en résulte une convection laminaire ou turbulente, suivant la valeur du nombre de Grashof Gr ou de Rayleigh Ra.

$$Gr = \frac{g\beta\rho^2 x^3 \Delta T}{\mu^3} \; et \; Ra = Pr.Gr$$

- x : échelle caractéristique de longueur,

- ΔT : écart caractéristique de température,

- g : accélération de la pesanteur,

- μ : viscosité dynamique,

- β : coefficient de dilatation ($\beta = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT}$).

En fonction de la valeur du nombre de Rayleigh, le transfert de chaleur a les caractéristiques suivantes :

$Ra < 10^3$: convection négligeable ; le transfert a lieu essentiellement par conduction

$10^3 < Ra < 10^9$: le transfert a lieu en régime de convection libre laminaire (rouleaux convectifs stables dans le temps)

$Ra > 10^9$: le transfert a lieu en régime de convection libre turbulente.

L'expérience montre que Nu = A.Ra^n = A.$(Pr.Gr)^n$ où A est une constante dépendant de la géométrie considérée et de la valeur du nombre de Rayleigh.

Signification physique des nombres sans dimensions

- Le nombre de Reynolds, $Re = \frac{\rho\, u\, D}{\mu}$, compare les forces d'inertie et les forces visqueuses.
- Le nombre de Prandtl, $Pr = \frac{\mu\, C_p}{\lambda_f}$, compare la diffusion de masse devant la diffusion thermique.
- Le nombre de Nusselt, $Nu = \frac{h\, D}{\lambda_f}$, compare le transfert par convection devant le transfert par conduction dans le fluide. Il est proportionnel au coefficient d'échange et il est d'autant plus élevé que le transfert par convection est important.
- Le nombre de Péclet, $Pe = Re_L Pr_L = \frac{u\, L}{\alpha_f}$, compare le transfert par diffusion et par convection dans le fluide (L – la distance, α_f - diffusivité thermique du fluide)

I.5.3. Expressions du coefficient de convection h en convection forcée

Nous avons vu que les relations décrivant un problème de convection forcée peuvent s'écrire sous la forme : Nu = f (Pr, Re). La relation entre ces trois nombres adimensionnels ne peut pas être établie théoriquement mais doit être déterminée expérimentalement. De nombreux résultats obtenus par des scientifiques ont été rassemblés dans la littérature. Ils sont appelés « corrélations expérimentales ». Dans cette partie nous présenterons les corrélations expérimentales les plus usuelles en convection forcée.

I.5.3.1. Écoulement externe :

Par écoulement externe nous considérons un écoulement se développant librement à une surface solide. Cette surface pourra être plane (plaque) ou bien courbée (cylindre, sphère...).

a) Écoulement sur une plaque plane :

La plaque peut être horizontale ou verticale. Le fluide en écoulement à une vitesse moyenne u_m et x désigne la longueur considérée. Si pour une longueur donnée x, le nombre de Reynolds ne dépasse pas 5×10^5 le régime d'écoulement est laminaire.

Régime laminaire

$$Nu_L = 0{,}664\, {Re_L}^{0,5}\, Pr^{0,33}, \text{pour } Pr \geq 0{,}6 \text{ et L la longueur considérée.}$$

Pour les valeurs de nombres de Reynolds supérieures à 5×105, le régime d'écoulement est turbulent :

Régime turbulent

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}0296\, {\mathrm{Re}_x}^{0,8}\, \mathrm{Pr}^{0,33}, \text{pour } 0{,}6 < Pr < 60$$

b) Ecoulement autour d'un cylindre

Le fluide est en écoulement perpendiculaire par rapport à l'axe du cylindre. Sa vitesse à l'infini amont est u_f et sa température T_f (voir la figure). Un sillage se forme en aval de l'écoulement qui conduit à une répartition non homogène du coefficient variable sur la périphérie du cylindre. On définit un coefficient de convection moyen pour toute la périphérie à température T_P :

Dans le cas d'un gaz

$$\mathrm{Nu}_D = \mathrm{C}\,\mathrm{Re}_D{}^{\mathrm{m}}\,\mathrm{Pr}^{0,33}$$

Dans le cas d'un liquide

$$\mathrm{Nu}_D = 1{,}11\,\mathrm{C}\,\mathrm{Re}_D{}^{\mathrm{m}}\,\mathrm{Pr}^{0,33}$$

Les valeurs des constantes C et m sont reportées dans le tableau :

Tableau : Constantes dans l'expression du nombre de Nusselt pour l'écoulement autour d'un cylindre

Re	C	m
0,4-4	0,989	0,330
4-40	0,911	0,385
40-4 000	0,683	0,466
4 000-40 000	0,193	0,618
40 000-400 000	0,027	0,805

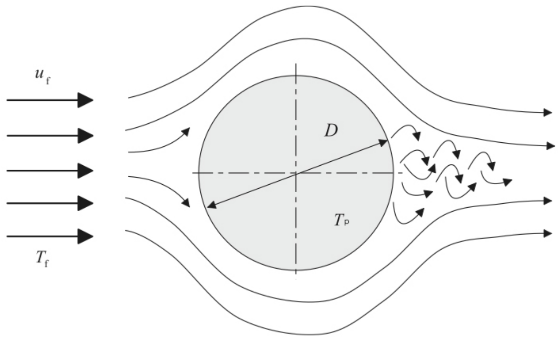


Figure : Écoulement autour d'un cylindre

c) Ecoulement autour d'une sphère :

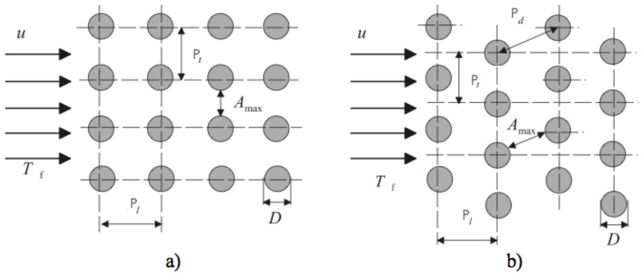
Pour une sphère, les effets de sillage sont similaires à ceux rencontrés dans le cas du cylindre, néanmoins la corrélation préconisée par la littérature est la suivante :

$$\mathrm{Nu}_D = 2 + \left(0{,}4\,\mathrm{Re}_D{}^{0,5} + 0{,}06\mathrm{Re}^{0,66}\right)\mathrm{Pr}^{0,4}\left(\frac{\mu_f}{\mu_p}\right) \begin{bmatrix} 0{,}71 < Pr < 380 \\ 3{,}5 < \mathrm{Re}_D < 7{,}6\;10^4 \\ 1{,}0 < \left(\dfrac{\mu_f}{\mu_p}\right) < 3{,}2 \end{bmatrix}$$

Toutes les propriétés sont déterminées à la température T_f sauf la viscosité dynamique μ_p du fluide qui l'est à la température T_p.

d) Ecoulement autour d'un faisceau de tubes :

Beaucoup d'installations industrielles sont constituées de rangées de tubes parallèles immergées dans un écoulement perpendiculaire à leur axe. Les tubes peuvent être alignés ou disposés en quinconce, comme représenté à la figure.



La disposition en quinconce conduit à de plus fortes turbulences et donc un coefficient d'échange plus important que pour un faisceau aligné. La corrélation utilisée est la suivante :

$$\mathrm{Nu}_D = 1{,}13\ C_1\ \mathrm{Re}_{D,max}{}^{m}\ \mathrm{Pr}^{0,33}$$

Les valeurs des constantes sont : C_1= 0,26 et m = 0,65 pour la disposition alignée, et : C_1=0,41 et m = 0,60 pour la disposition en quinconce.

Le nombre de Reynolds est calculé dans ces configurations en utilisant la vitesse maximale dans l'écoulement. On l'observe pour les plans désignés par A_{max} pour les deux cas. Elle se calcule en utilisant les espacements entre les tubes, la vitesse d'arrivée du fluide et le diamètre des tubes : $u_{max} = P_t / (P_t - D)\ u$, pour un arrangement aligné et : $u_{max} = 2P_t\ (P_d - D)u$, pour un arrangement en quinconce.

I.5.3.2. Écoulement interne :

Par écoulement interne nous considérons un écoulement se développant dans un espace confiné. Cet espace peut être un tube (cylindrique ou rectangulaire), l'espace entre deux tubes concentriques etc. La corrélation utilisée pour les calculs de convection dans ces conditions est appelée corrélation de Colburn.

a) Ecoulement dans un tube cylindrique :

Régime turbulent Pour le nombre de Reynolds supérieur à 10^4 le régime d'écoulement est turbulent. On applique alors la corrélation suivante :

$$\mathrm{Nu}_D = 0{,}023\ \mathrm{Re}_D{}^{0,8}\ \mathrm{Pr}^{0,33}$$

Cette corrélation est valable pour 0,7 < Pr < 100 et seulement quand le régime turbulent est établi, ce qui n'est garanti que si x/D > 60.

Régime laminaire Pour le nombre de Reynolds Re < 2100 la littérature recommande la relation :

$$\mathrm{Nu}_D = 1{,}86\left(\frac{\mathrm{Re}_D \mathrm{Pr} D}{L}\right)^{0,33}\left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$$

$$\begin{bmatrix} T_p = constant \\ 0{,}48 < Pr < 16700 \\ 0{,}0044 < \left(\dfrac{\mu}{\mu_p}\right) < 9{,}75 \end{bmatrix}$$

μ et Pr sont évalués à la moyenne des températures du fluide entre l'entrée et la sortie du tube. Cependant μ_p est viscosité du fluide déterminée pour la température de paroi du tube T_P.

b) Ecoulement dans des tubes de forme polygonale :

Beaucoup d'applications industrielles utilisent des tubes dont la section n'est pas circulaire. Pour l'écoulement et l'échange thermique dans ce type de tubes on peut utiliser un diamètre effectif (ou diamètre hydraulique) défini par :

$$D_h = \frac{4A_c}{P}$$

A_c est l'aire de section du tube et P est le périmètre de contact entre la paroi solide et le fluide en écoulement. Ce diamètre D_h est utilisé pour le calcul des nombres Nu_D et Re_D. Ainsi, les corrélations pour le tube circulaire peuvent être appliquées. Les résultats sont fiables pour l'écoulement turbulent. En régime laminaire le calcul est moins précis. Bien évidemment, pour une forme non circulaire le coefficient peut varier sur le périmètre du tube et plus particulièrement il tend vers zéro dans les angles. La démarche que nous proposons ici conduit à un coefficient d'échange convectif moyen sur le périmètre du tube.

c) Ecoulement entre deux tubes concentriques :

Pour un écoulement entre deux tubes concentriques (voir la figure), le diamètre hydraulique est défini par :

$$D_h = \frac{4\left(\frac{\pi}{4}\right)(D_0^2 - D_i^2)}{\pi D_0 + \pi D_i} = D_0 - D_i$$

Le calcul basé sur le diamètre hydraulique conduit à des résultats avec ±10% de précision pour la surface interne (tube de diamètre D_o). Le coefficient d'échange peut être différent à la surface externe (tube de diamètre D_i), surtout lorsque $D_i << D_o$.

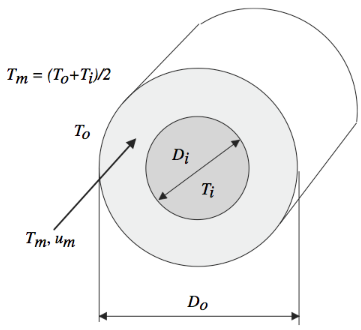


Figure : Écoulement entre deux tubes concentriques

I.5.4. Méthodologie pour le calcul de transferts par convection en utilisant les corrélations expérimentales

La démarche à suivre lorsque l'on veut déterminer le flux de chaleur échangé par convection entre un fluide et une paroi solide est la suivante :

1) Spécifier les conditions géométriques du problème d'échange par convection (écoulement le long d'une surface plane, sphère, cylindre, interne, externe, diamètre, longueur).
2) Spécifier une température de référence et déterminer les propriétés thermophysiques du fluide à cette température.
3) Calculer le nombre de Reynolds (en convection forcée) ou le nombre de Rayleigh (en convection naturelle). Par comparaison avec une valeur critique, déterminer le régime d'écoulement (laminaire, turbulent).
4) Choisir une corrélation expérimentale correspondante à la configuration étudiée pour calculer le nombre de Nusselt.
5) Calculer le coefficient d'échange à partir du nombre de Nusselt.
6) Calculer le flux chaleur échangé à partir de la relation de Newton.

Chapitre II : Transfert de chaleur par rayonnement

Transfert de chaleur par rayonnement

Dans le domaine des basses températures, la convection et la conduction jouent un rôn supérieures à 400°C. La figure ci-dessous montre la part relative du transfert de chaleur par rayonnement et par convection naturelle en fonction de la température.

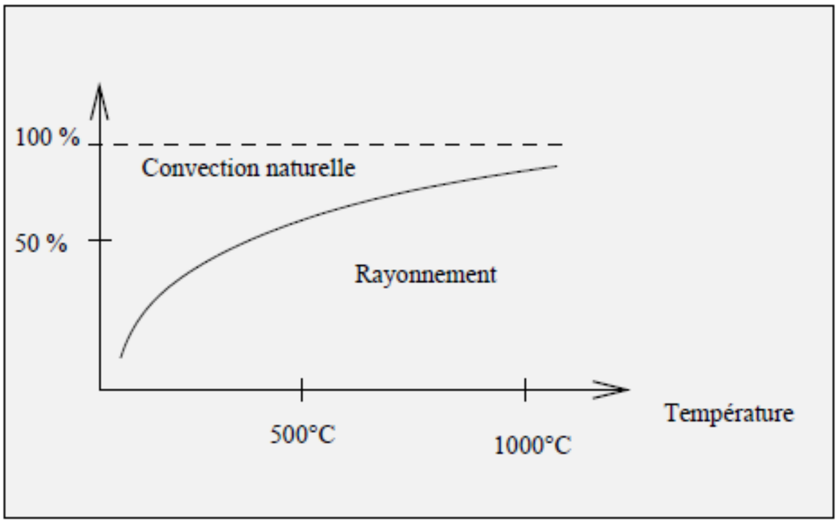


FIG.– Part relative du transfert par rayonnement en fonction de la température.

I.7. 1. Structure du rayonnement

Le rayonnement est un mode d'échange d'énergie par émission et absorption de radiations électromagnétiques. L'échange thermique par rayonnement se fait suivant le processus :

– **Émission.** Il y a conversion de l'énergie fournie à la source en énergie électromagnétique
– **Transmission.** La transmission de cette énergie électromagnétique se fait par propagation des ondes avec éventuellement absorption par le milieu traversé.
– **Réception.** A la réception, il y a conversion du rayonnement électromagnétique incident en énergie thermique (absorption).

I.7. 2. Origine du rayonnement : la transition électronique

Le rayonnement trouve son origine lors d'une transition électronique entre deux états d'énergie d'une molécule ou d'un atome :

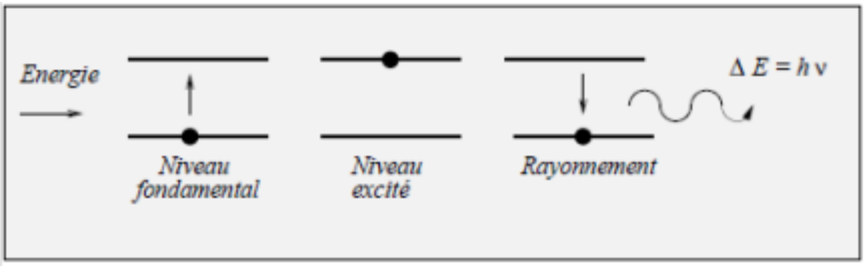


FIG. – Principe de l'émission d'un photon.

I.7. 2. Loi de Planck :

Le passage du niveau d'énergie *E* à un niveau d'énergie *E* - *ΔE* s'accompagne de l'émission d'un rayonnement de fréquence *ν* et d'énergie *hν* où *h* est la constante de Planck :

$$E = h\nu \quad avec \quad h = 6,62\,10^{-34}\,J.s$$
$$avec\ [E] = J \qquad [h] = J.s \qquad [\nu] = s^{-1}$$

I.7.3. Condition de rayonnement d'un corps

A la température du zéro absolu, les électrons ne peuvent se déplacer : ils sont prisonniers des atomes. Par contre**, tous les corps matériels, dont la température est supérieure à 0 K, sont capables d'émettre de l'énergie sous forme de rayonnement et d'en échanger entre eux.**

Un corps à la température T émet des ondes de plusieurs fréquences différentes, et la répartition de cette énergie dépend de la température du corps. La quantité d'énergie émise est limée à la température.

I.7.3.1. Vitesse de propagation des ondes électromagnétiques

La vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide est :

$$c = 3\,10^{8}\,m.s^{-1}$$

Dans un milieu d'indice *n* la vitesse de propagation est $v = c/n$ avec n indice du milieu.

I.7.3.2. Longueur d'onde

A partir de la fréquence *ν* (ou de la période $T = \frac{1}{\nu}$), de la vitesse de propagation dans le vide *c*, on peut déterminer la périodicité spatiale de l'onde λ_0:

$$\boxed{\begin{array}{c}\lambda_0 = cT = \frac{c}{\nu} \\ [\lambda_0] = m \quad [c] = m.s^{-1} \quad [T] = s \quad [\nu] = s^{-1}\end{array}}$$

Dans un milieu homogène d'indice de réfraction *n* :

$$\boxed{\lambda = \frac{cT}{n} = \frac{\lambda_0}{n}}$$

I.7.4. Principe du chauffage par rayonnement

Lorsqu'un rayonnement arrive sur un corps opaque, celui-ci peut être :

- transmis,
- absorbé,
- réfléchi,

dans des proportions variables selon la nature du corps.

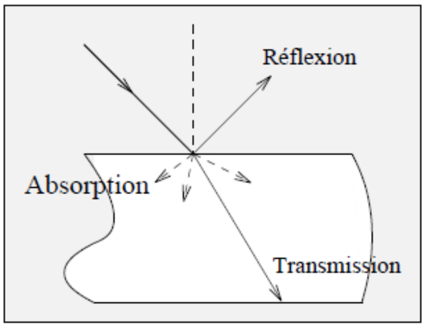


FIG. – Réflexion, transmission et absorption du rayonnement

Applications :

Dans toutes ces applications, le transfert d'énergie se fait par absorption de l'onde électromagnétique ou du photon associé.

Le tableau (ci-dessous) fournit la correspondance entre la longueur d'onde et la fréquence du rayonnement ainsi que quelques applications.

Chacun des modes de chauffage possède du point de vue thermique des caractéristiques particulières et doit, donc, être traité séparément.

10^n	fréquence	longueur d'onde	applications
exa $= 10^{18}$	*300 EHz*	*1 pm*	
	30 EHz	*10 pm*	
	3 EHz	*100 pm*	
péta $= 10^{15}$	*300 PHz*	*1 nm*	
	30 PHz	*10 nm*	*Rayonnement thermique*
	3 PHz	*100 nm*	
téra $= 10^{12}$	*300 THz*	*1 µ m*	
	30 THz	*10 µ m*	
	3 THz	*100µ m*	
giga $= 10^{9}$	*300 GHz*	*1 mm*	*Ondes hertziennes*
	30 GHz	*10 mm*	
	3 GHz	*100 mm*	
méga $= 10^{6}$	*300 MHz*	*1 m*	*Ondes radio*
	30 MHz	*10 m*	
	3 MHz	*100 m*	

FIG. – Applications du rayonnement.

I.7.4. Classification des corps soumis à un rayonnement

III.4. Classification des corps soumis à un rayonnement

Selon la nature du corps, et selon la longueur d'onde du rayonnement incident l'un de trois phénomènes : réflexion, transmission et absorption, peut être prépondérant.

Classification des corps soumis à un rayonnement

– **Corps transparents**

Lorsqu'un rayonnement ne subit aucune atténuation lors de la traversée d'un milieu, on dit que le milieu est transparent pour ce rayonnement. C'est le cas du vide pour toutes les radiations, de certains gaz (N_2, O_2 notamment) dans le visible et l'infrarouge.

– **Corps opaques**

La grande majorité des solides et des liquides sont dits « opaques », car ils arrêtent la propagation de tout rayonnement dès leur surface : ces corps se réchauffent par absorption du rayonnement.

– **Corps semi-transparents**

Par contre certains corps sont partiellement transparents car l'onde électromagnétique peut se propager dans le milieu considérée. La propagation s'accompagne d'une absorption électromagnétique qui accroît l'énergie du milieu traversé.

– **Corps noir**

C'est un corps qui absorbe toutes les radiations qu'il reçoit indépendamment de son épaisseur, de sa température, de l'angle d'incidence et de la longueur d'onde du rayonnement incident, il est défini par : $\alpha_{\lambda T} = 1$.

Une surface enduite de noir de fumée est approximativement un corps noir.

Propriétés du corps noir :

- Tous les corps noirs rayonnent de la même manière.
- Le corps noir rayonne plus que le corps non noir à la même température.

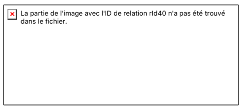
– **Corps gris**

Un corps gris est un corps dont le pouvoir absorbant $\alpha_{\lambda T}$ est indépendant de la longueur d'onde λ du rayonnement qu'il reçoit. Il est défini par : $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$.

III.5. Emittance énergétique

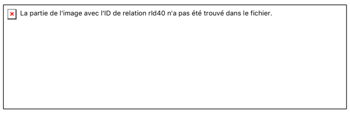
- **Monochromatique :**

Un élément de surface dS émet un certain flux d'énergie par rayonnement dans toutes les directions du ½ espace. Ce flux est réparti sur un intervalle de longueurs d'ondes. Si l'on considère le flux d'énergie $dQ_{\lambda}^{\lambda+d\lambda}$ émis entre les deux longueurs d'ondes λ et $\lambda + d\lambda$, on définit l'émittance monochromatique d'une source à la température T par :



- **Totale :**

C'est la densité de flux de chaleur émise par rayonnement par dS sur tout le spectre des longueurs d'ondes. Elle n'est plus fonction que de la température T et de la nature de la source :



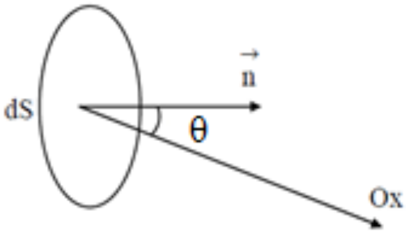
III.6. Intensité énergétique dans une direction

On appelle intensité énergétique I_x le flux par unité d'angle solide émis par une surface dS dans un angle solide $d\Omega$ entourant la direction Ox :

$$I_x = \frac{dQ_x}{d\Omega}$$

III.7. Luminance énergétique dans une direction

Soit a l'angle fait par la normale $\vec{n}$ à la surface émettrice S avec la direction Ox. La projection de dS sur le plan perpendiculaire à Ox définit la surface émettrice apparente dS_x=dScosα. L'intensité énergétique élémentaire dI_x dans la direction Ox par unité de surface émettrice apparente dS_x s'appelle la luminance énergétique L_x :



$$L_x = \frac{I_x}{dS_x} = \frac{I_x}{dS\cos\theta} = \frac{d^2Q_x}{d\Omega\, dS\cos\theta}$$

Figure : Schéma de définition des angles

III.8. Loi de Lambert

La loi de Lambert indique que pour une source lumineuse isotrope, l'existence est proportionnelle à la luminance et le coefficient de proportionnalité est π. Autrement dit, si M désigne l'existence et L la luminance, pour une source lumineuse isotrope, on a :

$$M = \pi . L$$

Certains auteurs appellent loi de Lambert, ou loi en cosinus de Lambert, la relation qui exprime l'intensité lumineuse I d'une source isotrope en fonction de l'intensité lumineuse dans l'axe normal à la surface I(0) et de l'angle θ par rapport à cette normale :

$$I(\theta) = I(0) \cos \theta$$

III.9. Loi de Kirchoff

A une température T donnée et pour une longueur d'onde λ donnée, le rapport $\frac{M_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}$ est le même pour tous les corps.

Pour le corps noir : $\alpha_{\lambda T} = 1$, le rapport $\frac{M_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}$ est donc égal à $Mo_{\lambda T}$ en appelant $Mo_{\lambda T}$ l'émittance monochromatique du corps noir, donc :

$$M_{\lambda T} = \alpha_{\lambda T} Mo_{\lambda T}$$

L'émittance monochromatique de tout corps est égale au produit de son pouvoir absorbant monochromatique par l'émittance monochromatique du corps noir à la même température, d'où l'intérêt de connaître le rayonnement émis par le corps noir.

Dans le cas du corps gris, on peut généraliser cette loi ce qui facilite les applications. En effet pour un corps gris $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$, donc :

$$M_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{\lambda T}\, d\lambda = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} \alpha_{\lambda T}\, Mo_{\lambda T}\, d\lambda = \alpha_T \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} Mo_{\lambda T}\, d\lambda$$

En appelant Mo_T l'émittance totale du corps noir à la température T, nous obtenons pour un corps gris :

$$M_T = \alpha_T \; Mo_T$$

L'émittance totale M_T d'un corps gris à la température T est égal au produit de son pouvoir absorbant α_T par l'émittance totale Mo_T du corps noir à la même température.

III.10. Rayonnement des corps noirs

- **Emittance monochromatique**

Elle est donnée par la loi de Planck :

$$Mo_{\lambda T} = \frac{C_1 \; \lambda^{-5}}{\exp\left(\dfrac{C_2}{\lambda \, T}\right) - 1}$$

Avec : $C_1 = 3{,}742.10^{-16}$ W.m^{-2}

$C_2 = 1{,}4385.10^{-2}$ m.K

La loi de Planck permet de tracer les courbes isothermes représentant les variations de $Mo_{\lambda T}$ en fonction de la longueur d'onde pour diverses températures :

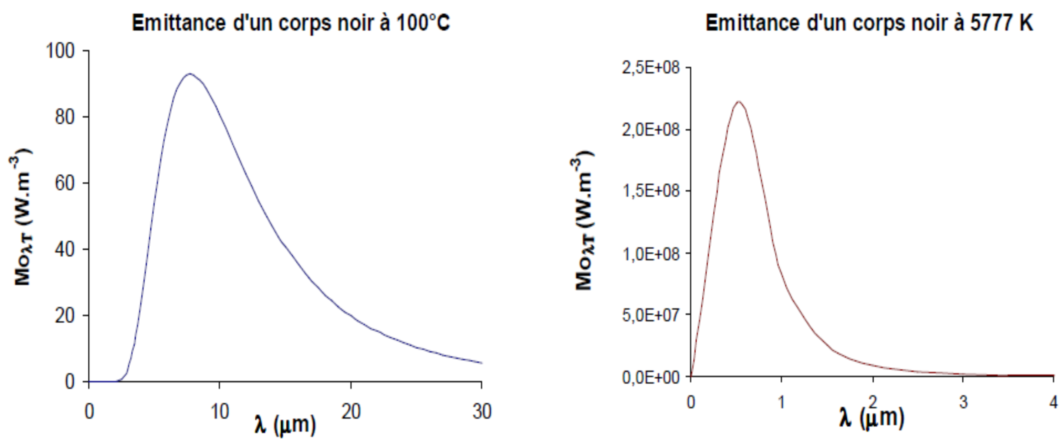


Figure : Emittance monochromatique d'un corps noir à deux températures différentes

Remarque :

La longueur d'onde λ_M pour laquelle l'émission est maximale varie avec la température de la source :

$$\lambda_M = \frac{2{,}897.10^{-3}}{T} \quad \text{et} \quad Mo_{\lambda_M T} = 0{,}410\left(\frac{T}{10}\right)^5$$

Avec T : Température (K)

Pour le Soleil (T ≈ 5777 K), 90% de l'énergie est émise entre 0,31 et 2,5 mm, le maximum étant situé dans le spectre visible. Par contre, un corps noir à 373 K (100°C) a son émission maximale vers λ = 8 mm dans l'IR.

- **Emittance totale Mo_T**

L'intégration de la formule de Planck pour toutes les longueurs d'onde donne l'émittance totale Mo_T du corps noir qui n'est plus fonction que de la température T, on obtient la loi de Stefan-Boltzmann :

$$Mo_T = \sigma T^4$$

Avec $\sigma = 5{,}675.10^{-8}$ $W.m^{-2}.K^{-4}$

Dans les calculs on écrira souvent : $Mo_T = 5{,}675\left(\frac{T}{100}\right)^4$

III.11. Rayonnement des corps non noirs

- **Facteur d'émission ou émissivité**

On définit les propriétés émissives des corps réels par rapport aux propriétés émissives du corps noir dans les mêmes conditions de température et de longueur d'onde et on les caractérise à l'aide de coefficients appelés facteurs d'émission ou émissivités. Ces coefficients monochromatiques ou totaux sont définis par :

$$\varepsilon_{\lambda T} = \frac{M_{\lambda T}}{Mo_{\lambda T}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_T = \frac{M_T}{Mo_T}$$

D'après la loi de Kirchoff, on montre que :

$$\alpha_{\lambda T} = \varepsilon_{\lambda T}$$

- **Cas des corps gris**

Ils sont caractérisés par $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$ soit d'après ce qui précède : $\varepsilon_{\lambda T} = \varepsilon_T$

Or : $M_T = \varepsilon_T Mo_T$, nous en déduisons l'émittance du corps gris à la température T :

$$M_T = \varepsilon_T \sigma T^4$$

III.12. Rayonnement réciproque de plusieurs surfaces

Hypothèses :

- Les surfaces considérées sont supposées homogènes, opaques, isothermes et grises.
- Les éclairements sont supposés homogènes et les réflexions diffuses ;

III.12.1. Radiosité et flux net perdu

Le rayonnement qui quitte une surface A_i est la somme de son émission propre et de la réflexion d'une partie du rayonnement incident sur cette surface. On appelle radiosité, que l'on note J_i, l'émittance apparente de la surface A_i donc

$$J_i = \varepsilon_i \sigma {T_i}^4 + (1 - \varepsilon_i) E_i$$

Avec E_i : Eclairement de la surface A_i ($W.m^{-2}$)

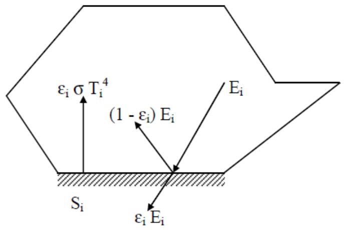


Figure : Schématisation des flux de rayonnement sur une surface

Considérons maintenant la surface A_i choisie parmi n surfaces isothermes et homogènes qui délimitent un volume :

La densité d'énergie nette perdue par rayonnement par A_i s'écrit : $q_{i_{net}} = \varepsilon_i \sigma {T_i}^4 - \varepsilon_i E_i$

En introduisant, la radiosité J_i par : $E_i = \frac{1}{1-\varepsilon_i}(J_i - \varepsilon_i \sigma {T_i}^4)$, nous obtenons :

$$q_{i_{net}} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(\sigma {T_i}^4 - J_i\right) = \varepsilon_i\left(\sigma {T_i}^4 - E_i\right) = J_i - E_i$$

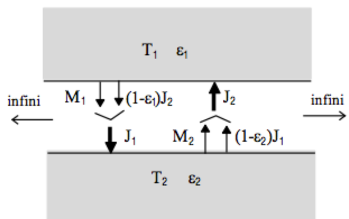
III.12. 2. Coefficient d'échange mutuel

L'échange thermique par rayonnement entre deux corps est la résultante de deux phénomènes opposés :

- le flux émis par le corps 1, absorbé partiellement par le corps 2,
- le flux émis par le corps 2, absorbé partiellement par le corps 1.

Cet échange est fonction des émissivités respectives des deux corps, et de la géométrie du problème. Différents cas sont à étudier, en fonction de cette géométrie.

a). Deux surfaces parallèles infinies :



$$\begin{cases} J_1 = M_1 + (1-\varepsilon_1).J_2 \\ J_2 = M_2 + (1-\varepsilon_2).J_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} J_1 - (1-\varepsilon_1).J_2 = M_1 \\ J_2 - (1-\varepsilon_2).J_1 = M_2 \end{cases}$$

L'énergie quittant la surface d'un corps est composée de :

- l'émittance M de ce corps,
- la part du rayonnement incident réfléchie par ce corps ($1-\varepsilon_i$)E, E désignant l'éclairement.

Ce rayonnement total, encore appelé radiosité, sera noté J.

La résolution de ce système de deux équations et deux inconnues donne :

$$\begin{cases} J_1 = \dfrac{M_1 + (1-\varepsilon_1).M_2}{1-(1-\varepsilon_1).(1-\varepsilon_2)} \\ J_2 = \dfrac{M_2 + (1-\varepsilon_2).M_1}{1-(1-\varepsilon_1).(1-\varepsilon_2)} \end{cases}$$

Le flux échangé entre les deux corps s'écrit donc :

$$q_{12} = J_1 - J_2 = \frac{M_1 + M_2 - \varepsilon_1 M_2 - M_2 - M_1 + \varepsilon_2 M_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1 \sigma T_1^4 - \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sigma T_2^4}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

d'où : $$q_{12} = C_{12}.\sigma.(T_1^4 - T_2^4)\ (W.m^{-2})$$

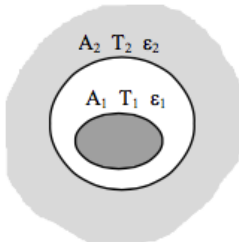
On définit le **coefficient d'échange mutuel** : $C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}$

σ = Constante de PLANCK

T = Température en KELVIN (t +273).

b). Corps contenu dans une enveloppe :

Les surfaces respectives des deux corps interviennent.



$$Q_{12} = C_{12}.A_1.\sigma.(T_1^4 - T_2^4)$$

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}$$

c). Echange entre un corps et une ambiance :

L'objet 1 est placé dans une ambiance dont les parois sont très éloignées. Il s'agit d'un cas particulier du cas précédent, pour lequel A_2 est très supérieur à A_1. On montre alors facilement que :

$C_{12} \approx \varepsilon_1$ d'où :

$$Q_{12} = A_1.\varepsilon_1.\sigma.(T_1^4 - T_2^4)$$

Quelle valeur faut-il choisir pour la température ambiante ?

- à l'intérieur d'un local : T_a = température moyenne de surface des parois intérieures,
- à l'extérieur : Ciel couvert : $T_a = T_{airext}$

Ciel dégagé en hiver : $T_a = T_{airext} - 20$ K

Ciel dégagé en été : $T_a = T_{airext} - 6$ K

III.5. 2. Cas général : facteur d'angle

En première approximation, si les diffusivités sont proches de 1, on peut écrire :

$$C_{12} \approx \varepsilon_1.\varepsilon_2.F_{12}$$

$$F_{12} = \frac{flux\ recu\ par\ A_2}{flux\ total\ emis\ par\ A_1} = facteur\ d'angle$$

$$F_{12} = \frac{1}{A_1}.\iint_{S_1 S_2} \frac{\cos\theta_1 . \cos\theta_2}{\pi.r^2}.dA_1.dA_2$$

Le calcul du facteur d'angle, qui fait appel à une intégrale double, peut dans certains cas être très complexe. On a :

$$F_{12}.A_1 = F_{21}.A_2$$

de sorte que si le facteur d'angle 1 → 2 est connu, on peut facilement en déduire le facteur d'angle 2 → 1.

Valeurs particulières :

- deux plans parallèles infinis : $F_{12} = F_{21} = 1$
- enveloppes concentriques : $F_{12} = 1, F_{21}. = F_{12}\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_1}{A_2}$
- deux surfaces petites et très éloignées : $F_{12} = \frac{\sin\theta_1 . \sin\theta_2}{\pi . r^2} . A_2$

Le flux échangé entre deux surfaces s'écrit :

$$Q_{12} = \varepsilon_1 . \varepsilon_2 . \sigma . F_{12} . A_1 . (T_1^4 - T_2^4)$$

Application : calcul du flux solaire reçu sur terre : Le soleil est une sphère de 688000 km de rayon, située à 150 millions de kilomètres de la terre. Sa surface, considérée comme un corps noir, est à une température de 5750 K. Calcule le flux solaire reçu sur terre par une surface de corps noir de 1 m^2, perpendiculaire aux rayons.

$$F_{12} = \frac{1}{\pi \times (150 \times 10^9)^2} A_2 = 1{,}414 \times 10^{-23}, \quad A_1 = \pi . (688 \times 10^6)^2 = 1{,}487 \times 10^{18}$$

$$Q_{12} = 1 \times 1 \times 5{,}67 \times 10^{-8} \times 1{,}414 \times 10^{-23} \times 1{,}487 \times 10^{18} \times \left(5750^4 - 273^4\right)$$
$$= 1294\, W$$