

**Exercice n°1**

Calculez les transformées de Laplace des fonctions temporelles suivantes :

a)  $f(t) = e^{-at}$

b)  $f(t) = \cos(\omega t)$

c)  $f(t) = t^n \quad n \geq 1$

d)  $f(t) = t^5 e^{2t}$

e)  $f(t) = 3(1 - e^{-4t})$

f)  $f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

g)  $f(t) = \begin{cases} Ae^{-\alpha t} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

h)  $f(t) = e^{-0.5t} u(t - 2)$

i)  $f(t) = \frac{t^2}{2}$

j)  $f(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{4})$

k)  $f(t) = e^{-0.5t} \sin(\omega t) + \cos(\omega t + \varphi)$

l)  $f(t) = t.e^{-at}.\delta(t - 1)$

m)  $f(t) = t.u(t - 2) + \sin(2\pi t - \frac{\pi}{4}).u(t - 3)$

avec :  $u(t)$  : échelon unitaire  
 $\delta(t)$  : impulsion de Dirac

**Exercice n°2**

Calculez les transformées inverses de Laplace des fonctions suivantes :

a)  $F(p) = \frac{2}{p(p+1)(p-2)}$

b)  $F(p) = \frac{p(p+2)}{p^2 + 2p + 2}$

c)  $F(p) = \frac{2p^2 + 7p + 8}{p^2 + 3p + 2}$

d)  $F(p) = \frac{5p + 16}{(p+2)^2(p+5)}$

e)  $F(p) = \frac{2(p+2)}{p^2 - 2p + 2}$

f)  $F(p) = \frac{5(p+2)}{p^2(p+1)(p+3)}$

### Exercice N°3

Trouver la transformée de Laplace de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 3\frac{dx}{dt} + 2x = 5$$

Pour les cas suivants :

- 1) Conditions initiales :  $x_0 = 4, \frac{dx_0}{dt} = 3$ .
- 2) Conditions initiales nulles.

### Exercice N°4

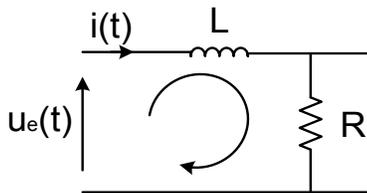
Soit un système dynamique d'écrit par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 10\frac{dy(t)}{dt} = 0.1 r(t) \text{ avec } y(0) = y_0 \text{ et } \frac{dy(0)}{dt} = y_1$$

- 1) Trouvez l'expression de  $Y(p)$ .
- 2) Calculez  $y(t)$  si  $y_0=y_1=0$  et  $r(t)=1$ .
- 3) Calculez  $y(0)$  et  $y(\infty)$  en utilisant les théorèmes de la valeur initiale et de la valeur finale.

### Exercice N°4

Soit le circuit électrique illustré par la figure suivante :



$R$  : est une résistance  
 $L$  : est une inductance  
 $u_e(t)$  : est la tension d'entrée  
 $i(t)$  : est le courant

- 1) Etablir l'équation différentielle  $i(t)$ .
- 2) Trouver  $I(p)$  en fonction de  $U_e(p)$ ,  $R$  et  $L$  pour les conditions initiales nulles.
- 3) Calculer  $i(t)$  « solution de l'équation différentielle » pour  $U_e(p) = E$  et  $U_e(p) = \frac{E}{p}$ ,  
deduire  $i(t)$  pour  $R=10\Omega$ ,  $L=10\text{mH}$  et  $E=100\text{V}$ .