CC

Chapitre I : Rappels mathématiques

I.1) Analyse dimensionnelle direction et sens

I.1.1) Grandeurs physiques:

Par exemple on a un cylindre de matière, il possède des propriétés evidents; les matériaux dont il est constitués, sa longueurs, son diamètre, sa masse, sa dureté ..., ces enoncées sont des propriétés qualitatives alors ces propriétés deviennent des grandeurs physiques si elle sont mesurables

En physique on utilise deux types de grandeurs

grandeurs physiques scalaires
grandeurs physiques vectorielle.

* grandeurs physiques scalaires
  est entièrement défini par un nombre et l'unité.
  ex: la masse d'un corp (m)
  la longueur (ℓ)
  Energie d'un système (E)
* grandeurs physique vectorielle
  est une quantité spécifie par un nombre, une unité, la direction et le sens

ex: la vitesse ($\vec{v}$) ; le poid ($\vec{P}$) ; ...

I.1.2) Les Unites fondamentales

Les unités fondamentales dans le SI (Système International) est constitué de 7 unités correspond à 7 grandeurs physiques.

Grandeurs physiques	Symbole de grandeur	Nom de l'unité	Symbole d'unités
masse	M	kilograme (kg)	kg
longueur	L	mètre (m)	m
temps	T	seconde (s)	s
Intensité du courant	I	Ampère	A
température	θ	Kelvin	K
quantité de la matière	N	mole	mol
Intensité de lumière	J	candela	cd

On a aussi les unités dérivées, secondaires, supplémentaires

Les unités dérivées: toutes les unités des grandeurs physiques dérivent des unités fondamentales
ex: Newton (N) Joule (J), ohm (Ω)..

Les unités secondaires: il existe des unités secondaires pour qlqs grandeurs ex: température (°C) ; volume (ℓ)...

Les unités supplémentaire: par exemple l'unité officielles pour les angles plans est le Radian (Rd)

I.2) Equation aux dimensions

Les équations aux dimensions permettent de vérifier la cohérence d'une relation et de trouver l'unité d'une grandeur physique.

On appelle les équations aux dimensions de la Grandeur [G], cette grandeur s'écrit sous forme :

$$[G] = M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma}$$

Pour déterminer l'unité de cette expression on revient à notre tableau : M^{α} : kg^{α}

L^{β} : m^{β}

T^{γ} : s^{γ}

Pour déterminer α, β, γ cette opération s'appelle l'analyse dimensionnelle de la grandeur G

ex 1 déterminer l'éqt aux dimension de la vitesse et l'accélération.

Réponse :

1) vitesse $V = \frac{x}{t} = \frac{\text{longueur}}{\text{temps}} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$

$$[V] = \frac{[x]}{[t]} = \frac{L}{T} = LT^{-1} \quad \text{l'unité} = ms^{-1}$$

2) accélération :

$$a = \frac{V}{t} \Rightarrow [a] = \frac{[V]}{[t]} = \frac{LT^{-1}}{T^{-1}} = L.T^{-2} \quad \text{l'unité } ms^{-2}$$

Ex2: déterminer l'éqt aux dimensions d ... et la Puissance.

Réponse:

1) La force: $F = m.a \Rightarrow [F] = [m][a] = M.LT^{-2}$

Unité: $kg\,m\,s^{-2}$

2) Le travail $W = F.\ell \Rightarrow [W] = [F][\ell] = MLT^{-2}.L = ML^2T^{-2}$

Unité: $kg\,m^2 s^{-2} = J$ (Joule)

3) La Puissance: $P = \frac{W}{t} \Rightarrow [P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{ML^2T^{-2}}{T} = ML^2T^{-2}.T^{-1} = ML^2T^{-3}$

Unité: $kg\,m^2 s^{-3}$

3) Généralisation: dans le cas général l'éqt aux dimension s'écrit sous la forme:

$$\boxed{[G] = M^a L^b T^c I^d \theta^e N^f J^g}$$

Symbole dimension de la température

Symbole dimension de Quantité de la matière (كمية المادة)

Symbole dimension de l'intensité lumineuse (الشدة الضوئية)

Remarque:

Les fonctions exponentielles, logarithmique, trigonométrique, ainsi les constantes, et tout ce qui se trouve à l'intérieur de ces fonctions ont pour dimension la valeur 1.

$[x] = 1$ $\quad [\sin\alpha] = 1$ $\quad [\log x] = 1$ $\quad [\pi] = 1$.

$[\alpha] = 1$ $\quad [e^x] = 1$ $\quad [8] = 1$

3.1) Homogeneité d'une formule.

On dit une formule Homogène si ses deux membres

on la m̂ dimension.

ex: verifier si l'égt suivante est Homogène :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$ la periode T_0 d'une pendule simple de masse m de longueur L

Sol:

dimension de:

T_0 : periode

2π : constante

ℓ : longueur

g : pesanteur Accélération

1er terme :

$[T_0] = T$

2ème terme

$[2\pi] = 1$

$[\ell] = L$

$[g] = LT^{-2}$

alors : la dimension du 2ème terme est :

$$\left[2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\right] = [2\pi]\,[L]^{1/2}[g]^{-1/2}$$

$$= 1 \,.\, L^{1/2}(LT^{-2})^{-1/2}$$

$$= \cancel{L^{1/2}} \,.\, \cancel{L^{-1/2}}\, T$$

$$\left[2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\right] = T \quad \text{et donc} \quad [T_0] = T$$

alors $T = T$ on dit que $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ est Homogène.