

Série TDN⁰ (rappelle mathématique)

Exercice1 :

Dans chaque cas, justifier que f est dérivable en précisant l'ensemble de dérivabilité :

1/ $f(x) = 2x^2 + 3x$

2/ $f(x) = 2\sqrt{x} + 4x$

3/ $f(x) = x\sqrt{x}$

4/ $f(x) = x^3(x - \sqrt{x})$

5/ $f(x) = -\frac{5}{x^2+1}$

6/ $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

Exercice2 :

Dans chaque cas justifiez et montrez que :

1/ $\int \sqrt[n]{x^m} dx = \frac{n}{n+m} x^{\frac{n+m}{n}} + c$

2/ $\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)dx = \frac{2}{5}(\sqrt{x})^5 + x + c$

3/ $\int \frac{x^2 - x^3 e^x + \sqrt{x}}{x^3} dx = c - \frac{2}{3x\sqrt{x}} - e^x + \ln|x|$

Série TDN⁰¹ (rappelle mathématique)

Exercice1 :

On considère dans le repère orthonormé $Oxyz$ les trois vecteurs :

$$\vec{V}_1 = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{V}_2 = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{V}_3 = 5\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$$

1/ Calculer les modules de $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$

2/ Calculer les composantes ainsi que les modules des vecteurs :

$$\vec{A} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 \quad \text{et} \quad \vec{B} = 2\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$$

3/ Déterminer le vecteur unitaire porté par $\vec{C} = \vec{V}_1 + \vec{V}_3$ et déduire l'angle formé par les deux vecteurs

4/ Calculer le produit scalaire de $\vec{V}_1 * \vec{V}_3$ et $\vec{V}_3 * \vec{V}_1$, que remarquer vous ? Puis déduire l'angle formé par les deux vecteurs

5/ Calculer le produit vectoriel $\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_3$

On considère un vecteur $\vec{Z} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, trouver les variables x, y, z pour que $\vec{A} + \vec{B} + \vec{Z} = \vec{0}$

Exercice2 :

Considérons un vecteur $\vec{A} = xz\vec{i} + (2x^2 - y)\vec{j} - yz^2\vec{k}$ et une fonction scalaire

$$\phi(x, y, z) = 3x^2y + 2y^2z^3$$

1/ Calculez $\vec{\text{grad}}(\phi)$, $\text{div}(\vec{A})$, $\vec{\text{rot}}(\vec{A})$

2/ Calculez au point (1, 0, 1) :

a- $\vec{\text{grad}}(\phi)$

b- $\text{div}(\vec{A})$

c- $\vec{\text{rot}}(\vec{A})$

exercice3:

1- Dans un repère orthonormé $Oxyz$ de vecteurs unitaires $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$, on considère les vecteurs :
 $\vec{A} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ et $\vec{B} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$

Calculer $\cos(\vec{A}, \vec{B})$ en fonction des paramètres a_i et b_i sachant que i varie de 1 à 3

2- Soient les points $M_1(1, 1, 1)$, $M_2(2, 2, 1)$ et $M_3(2, 1, 0)$, calculer l'angle $M_1\hat{M}_2M_3$

3- Déterminez l'équation du plan (P) passant par le point $M_0(x_0, y_0, z_0)$, et perpendiculaire au vecteur au vecteur A . Application du cas particulier où M_0 est en M_2 et $\vec{A} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

Exercice4 :

On considère deux vecteurs $\vec{A} = 3x\vec{i} + x^2\vec{j} - x^3$ et $\vec{B} = -x\vec{i} + 4x\vec{j} + x\vec{k}$:

Calculer les dérivées $\frac{d}{dx}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ par deux méthodes différentes :

1- En appliquant les règles dérivation vectorielle

2- En calculant le produit scalaire et le produit vectoriel puis dérivant le résultat