

**Série de TD : 01**

**Exercice 01 :**

On utilise la commande GPC pour la prédiction du comportement d'un modèle entrée/sortie par fonction de transfert de type CARIMA (Controlled Auto Regressive Moving Average).

1. Tracer le schéma de principe d'une commande prédictive ;
2. Donner la structure du modèle de CARIMA ;
3. Donner la prédiction de la sortie à l'instant j ;
4. Trouver la structure du prédicteur optimal en fonction des solutions des équations diophantiennes pour  $C(q^{-1})=1$  et  $C(q^{-1})\neq 1$ .
5. Trouver la relation entre les polynômes diophantiens pour que le  $C(q^{-1})=1$  et  $C(q^{-1})\neq 1$ .

**Exercice 02:**

On donne ci-dessous les fonctions transferts discrètes des systèmes.

$$G(q^{-1}) = \frac{1.344q^{-1}+3.024q^{-2}}{1-0.98q^{-1}-0.02q^{-2}} ; S(q^{-1}) = \frac{0.19q^{-1}+0.065q^{-2}+0.014q^{-3}}{1-2.61q^{-1}+2.21q^{-2}-0.61q^{-3}} ;$$

Trouver le modèle de CARIMA avec un bruit blanc filtré par cette fonction de transfert  $\frac{1}{\Delta(q^{-1})} = \frac{1}{1-q^{-1}}$  et donner votre conclusion ;

**Exercice 03 :**

Un système sous la forme CARIMA aux paramètres suivants:

$$\begin{cases} A = 1 - 0.7q^{-1} \\ B = 0.9 - 0.6q^{-1} \\ C = 1 \end{cases}$$

1. Calculer les équations de prédiction du système à 3 pas en avant ;
2. Déterminer la forme matricielle de ce système  $\hat{y} = G\hat{u} + f$  ;
3. Calculer le contrôle optimal différentiel  $\Delta u(t)$  ;
4. Calculer le contrôle optimal absolu  $u(t)$ .

**Exercice 04 :**

Soit un système élémentaire  $G(z)$  constitué uniquement par un retard :

$$G(z) = z^{-1}$$

1. Mettez ce système en forme CARIMA. Donner les expressions de A ( $q^{-1}$ ) et B ( $q^{-1}$ ).
2. Déterminer la forme matricielle de ce système;

3. Pour  $\lambda = 0$  (aucune influence de l'énergie du signal de commande dans la fonction de coût) et pour  $N_u = N_2$ , déterminer  $\hat{u}_{opt}$ .
4. Seul le premier échantillon  $\hat{u}$  est appliqué au système. Déterminez la loi de contrôle  $u(t) = f(u(t-1); w(t+1); y(t))$  avec  $w(t+1)$  la référence un pas en avant dans le futur.

**Exercice 05 :**

Dans cet exercice, nous traiterons le cas d'un système intégrateur pur :

$$G(z) = \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

1. Réécrivez ce système dans le formulaire CARIMA. Donner les expressions de  $A(q^{-1})$  et  $B(q^{-1})$  ;
2. Écrire l'équation de prédiction sous forme matricielle ;
3. Vérifiez que  $G$  est constitué des échantillons de la réponse de l'étape du système.
4. Pour  $\lambda = 0$  et pour  $N_u = N_2$ , calculez  $\hat{u}_{opt}$  ;
  - 4.1 Application numérique:  $N_2 = 3$ ,  $r = [0 \ 1 \ 1]^T$ . Donne l'expression de  $\hat{u}_{opt}$  si l'initiale de la condition est nulle.
  - 4.2 Même question avec  $N_2 = 10$ ,  $r = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ .
5. Répondez à la question 4 si  $\lambda = 1$ .

**Exercice 06 :**

On considère le système numérique suivant :

$$(1 - 0.5q^{-1})y(t) = (0.7 - 0.4q^{-1})u(t-1) + \frac{1}{\Delta(q^{-1})}e(t)$$

- 1- Calculez les prédictions  $\hat{y}(k+j)$  pour 1 à 2 pas dans le futur.
- 2- Ecrivez les résultats sous la forme:
 
$$\hat{y}(t+j) = F_j(q^{-1})y(t) + G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + H_j(q^{-1})\Delta u(t-1)$$
- 3- Déduire  $G_j(q^{-1})$ ,  $F_j(q^{-1})$  et  $H_j(q^{-1})$ ,  $E_j(q^{-1})$ , ( $j=1,2$ )
- 4- Mettez l'équation de prédiction  $\hat{y}(t+j)$  sous la forme matricielle.
- 5- On suppose un horizon de commande  $N_u=2$  et un coefficient de pondération de commande  $\lambda = 0.1$ , Calculer  $\Delta u_{opt}(t)$ .

**Exercice 07 :**

En utilisant les informations sur le système numérique de l'exercice 04.

Trouver la structure polynomiale du régulateur RST équivalent.