

Intitulé du Master : Réseaux et Systèmes Distribués

Semestre : 1
Intitulé de l'UE : UEM11
Intitulé de la matière : Modélisation et Simulation
Crédits : 3
Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Ce module est destiné à approfondir les connaissances de l'étudiant dans le domaine de la modélisation et la simulation. De plus, il initie aux techniques d'évaluation des performances.

Connaissances préalables recommandées

Connaissances acquises durant le cursus de formation de la licence : Systèmes informatiques (SI) ou Ingénierie des Systèmes d'Information et du Logiciel (ISIL)

Mode d'évaluation : Contrôle continu, examen

Références

1. S.S. Lavenberg « Computer systems performance evaluation » Academic Press 1983
2. I. Mitrani « Modeling of computer and communication systems » Cambridge University Press 1987
3. M. Pidd « Computer simulation in management science » J. Wiley and Sons Ed. 1984
4. K.S. Trivedi « Probability and statistics with reliability, queuing and computer science applications, » Prentice Hall, 1982

I. Modélisation des systèmes

Introduction : En grec ancien, sustēma signifie « organisation, ensemble ».

Un système est vu comme un ensemble d'éléments ou parties (sous-systèmes) en interaction entre eux et avec l'environnement, afin de produire des services, à son environnement, correspondants à sa finalité. Un système présente donc des propriétés nouvelles résultant des interactions entre ses constituants : si l'on intègre des éléments pour faire un système, c'est bien pour bénéficier des effets de synergie résultant de leurs interactions.

Un système est déterminé par :

- son but (l'ensemble de ses objectifs, sa raison d'être) ;
- ses ressources qu'il a à disposition (qui peuvent être de nature différentes (humaine, naturelle, matérielle, logicielle, ...)) ;
- les interactions entre ces dernières ;
- son organisation (les principes et les règles qui régissent son fonctionnement);
- sa frontière, c'est-à-dire le critère d'appartenance au système (déterminant si une entité appartient au système ou fait au contraire partie de son environnement) ;
- ses interactions avec son environnement.

La définition d'un système évolue au cours de son cycle de vie. C'est le rôle de la gestion de configuration de référencer les états de définition utiles : en phase de conception, elle tient à jour un état de la définition suffisamment stabilisé pour servir de référence à la suite du développement; en phase d'exploitation, elle tient à jour la configuration applicable à tout nouvel exemplaire et, pour les besoins de la maintenance, la configuration réalisée pour chaque exemplaire en service.



Figure 1 : Cycle de vie d'un système

Modèle :

Définition1: Personne ou objet possédant certaines qualités ou caractéristiques propres à en faire le type d'une catégorie : C'est un modèle de patience. Ce qui est donné pour être reproduit (Larousse Français)

Définition 2 : Structure logico-mathématique utilisée dans divers domaines des sciences humaines (psychologie sociale, sociologie, linguistique, etc.) permettant de traduire un ensemble de phénomènes qui possèdent entre eux certaines relations, sans lien de causalité univoque.

Exemple de modèle : la croissance de la population. Elle suit un modèle mathématique (suite géométrique).

Modélisation: La modélisation est la représentation d'un système par un autre, plus facile à appréhender. Il peut s'agir d'un système mathématique (symbolique) ou physique. (C'est une substitution d'un système réel par un modèle)

Du point de vu mathématique, la modélisation est une bijection de l'ensemble des éléments du système vers l'ensemble des parties du modèle cible. L'objectif d'un modèle est l'évaluation quantitative et qualitative d'un système et exhibe le comportement et le bon fonctionnement d'un système.



Figure2 : modélisation

La modélisation consiste à définir les points suivants :

1. Le système : existant (ou pas) auquel se réfère le modèle.
2. Le modèle : représentation abstraite du système (simplifiée)
3. L'objectif : le but (s) pour lequel le modèle a été élaboré.
4. Un critère de rentabilité : un critère économique que justifie l'utilisation d'un modèle

Il existe différents types de modèles :

Les modèles physiques : sont ceux dans lesquels le système réel est représenté par une réplique ou maquette, à une échelle différente et éventuellement à l'aide de matériaux différents (exemple : maquette de véhicules pour les essais aérodynamiques en soufflerie).

Les modèles symboliques : sont une abstraction mathématisée de la réalité exécutée sur un ordinateur. Une autre distinction concerne la prise en compte des aléas dans le modèle. Dans certains cas, qualifiés de déterministes, leur influence est considérée comme négligeable. Le plus souvent, ils doivent être représentés car ils jouent un rôle significatif (exemple typique : les pannes). On a alors affaire à des modèles stochastiques. Une troisième dichotomie sépare les modèles statiques et les modèles dynamiques. Dans les premiers, le temps n'intervient pas (exemple : modèle comptable permettant de calculer un profit en fin d'exercice à l'aide d'un tableur). Dans les seconds, il est un facteur essentiel du comportement et de l'état du système (exemple : réacteur chimique régi par des équations différentielles). Enfin, à l'intérieur des modèles dynamiques, on distingue les modèles discrets, dans lesquels l'état du système ne change qu'à certaines dates (exemple : une file d'attente devant un guichet), et les modèles continus où ce changement est

permanent (cas du réacteur déjà cité). Un modèle qui contient à la fois des composantes discrètes et continues est dit mixte.

I-1. Types de systèmes

Les systèmes à modéliser se classent dans 3 classes :

- 1) Discret : le changement d'état se fait par des sauts
- 2) Continu : le passage d'un état système vers un autre est progressif dans le temps et/ou l'espace
- 3) Déterministe : l'espace des résultats (sorties du système) ou des actions du système est un ensemble fini.

I-2. Types de modèles

Plusieurs modèles sont aujourd'hui utilisés. Chacun étant plus ou moins bien adaptée a des aspects spécifiques d'analyse des performances d'un système donné. Les méthodes de modélisation sont subdivisées en deux classes :

- 1) les méthodes descriptives
- 2) les méthodes analytiques

Les méthodes descriptives : Elles permettent de décrire le comportement logique d'un système généralement sans faire intervenir l'aspect temporel.

Un exemple de méthodes descriptives : les réseaux de Pétri. Ils sont particulièrement adaptés pour décrire des phénomènes de concurrences, de conflits et la synchronisation. On obtient à l'aide de ce type de modelé, une évaluation qualitative d'un système.

Les méthodes analytiques : Ce sont des méthodes basées sur des fondements mathématiques, et leurs résultats sont démontrables et obtenus par calcul. De nombreuses recherches dans le domaine de la modélisation se sont focalisées sur la théorie de la file d'attente. Plusieurs modèles de file d'attente sont établis.

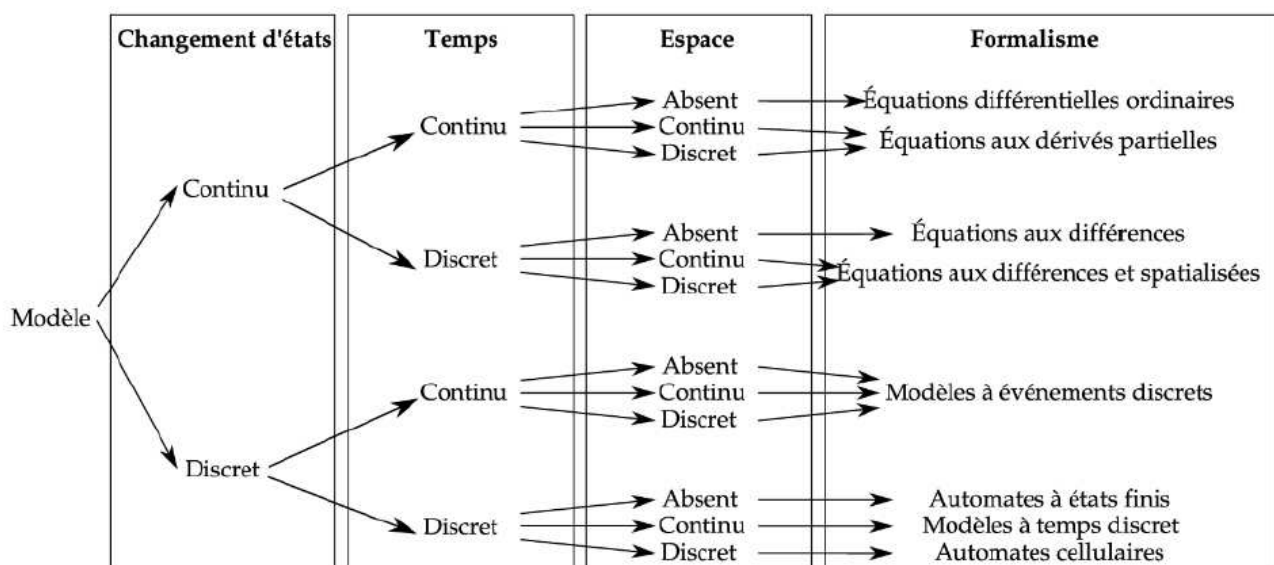


Figure 3 : classes des modèles

I-3. Outils de modélisation

Les modèles peuvent être classés comme suit :

1. temps :
 - a. modèle à temps continu, le temps est spécifié comme évoluant de manière continue, le temps est un nombre réel ;
 - b. modèle à temps discret, le temps avance par sauts d'une valeur entière à une autre, le temps est un entier.
2. variable d'états :
 - a. modèle à états discrets, les variables prennent leurs valeurs dans un ensemble discret ;
 - b. modèle continu, les variables descriptives sont des nombres réels.

- **Machine d'états finis :**

Un automate fini déterministe A est un cinq-uplet $\mathcal{A} = (X, \Sigma, \delta, x_0, F)$ où

X est un ensemble fini d'états

Σ : est l'ensemble fini des symboles d'entrée

$\delta \subset X \times \Sigma \times X$: est une relation de transition,

$x_0 \in X$ est un état initial,

$F \subset X$ est l'ensemble des états finaux.

Informellement, le comportement de l'automate consiste à « consommer » les symboles d'une chaîne d'entrée $w \in \Sigma^*$ un à un, et en partant de l'état initial x_0 de suivre les transitions indiquées par δ ; lorsque w a été entièrement consommée, i est dite acceptée si l'état atteint est dans F et rejetée dans le cas contraire.

Il existe plusieurs types d'automate : AEFD, AEFN, AEFP (probabiliste)

AEFP : même définition pour les automates non-déterministes, c'est la définition de la relation de transition qui change :

$\delta \subset X \times \Sigma \times \mathcal{P}(X)$ une relation de transition probabiliste où

$\mathcal{P}(X) = \{P(x' \in X \mid x \in X, \sigma \in \Sigma)\}$ est une distribution de probabilité d'une transition vers chaque état x' lorsque l'automate est dans un état x et que le prochain symbole d'entrée est σ .

- **Réseaux de Pétri**

Un **réseau de Pétri** ou réseau de **Place/Transition** (RDP) apparus en 1962, dans la thèse de doctorat de Carl Adam Petri. Les RDP sont des outils graphiques et mathématiques permettant de modéliser et de vérifier le comportement dynamique des systèmes à événements discrets comme les systèmes manufacturiers, les systèmes de télécommunications, les réseaux de transport.

Un RDP est un 5-uplet (S, T, F, M_0, W) Ou :

1. S = ensemble fini de places
2. T = ensemble fini de transitions
3. F = ensemble d'arcs $\subset S^*T \cup T^*S$

4. M_0 = est le vecteur du Marquage initiale, il associé à chaque place un entier (nombre de jetons contenu dans cette place)
5. W = fonction de poids qui associe à chaque arcs un entier.

- **Files d'attente**

Une file d'attente, ou une queue, est un regroupement d'objets/ou sujets attendant de manière organisée quelque chose. Cette notion fait l'objet d'une branche du calcul des probabilités, la théorie des files d'attente, utilisée aussi bien en logistique qu'en informatique.

- **E.D.O** : Equations différentielles ordinaires

Exemple : le mouvement d'un pendule simple, Le pendule est un système physique composé par une masse suspendue à un fil tendu de longueur l et soumise à l'action de la pesanteur. Un modèle mathématique simple qui est souvent utilisé pour décrire le système pour des petites oscillations autour de l'origine est.

$$\varphi''(t) = -\omega^2 \varphi(t)$$

Avec : φ : le déplacement angulaire,

$$\omega^2 = g / L ,$$

g : l'accélération de la gravité,

L : la longueur du pendule.

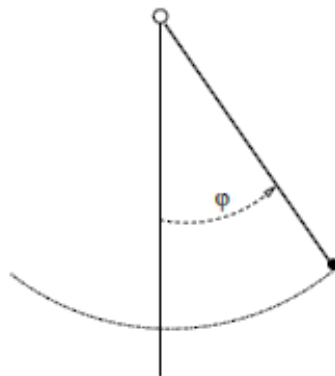


Figure 4 : schéma d'un pendule simple

Méthodologie générale

On distingue classiquement quatre phases distinctes : La modélisation (représenter le comportement du système), la programmation, l'expérimentation et l'interprétation des résultats (accompagnée d'actions).

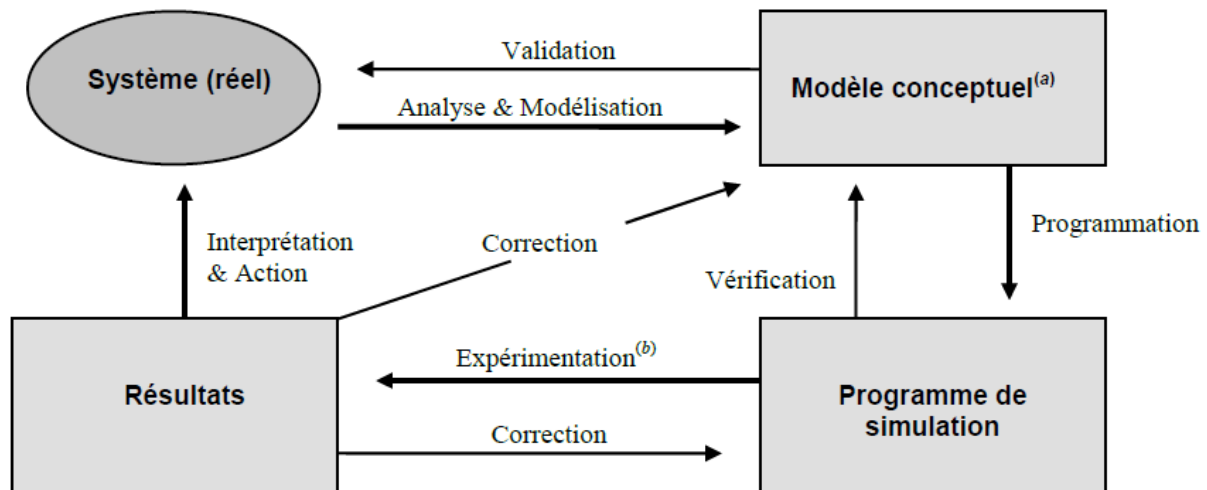


Figure 5 : Méthodologie de simulation

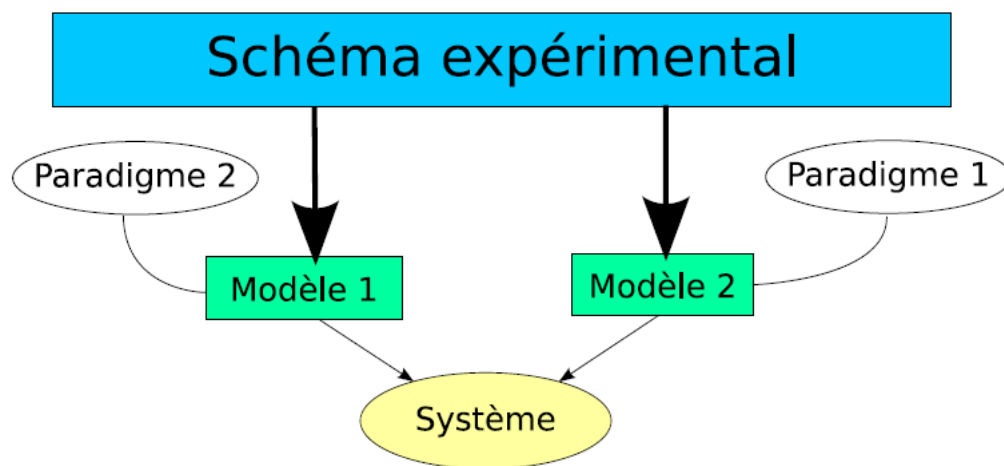


Figure 6 : choix et paradigme des modèles

L'ÉTAPE DE MODÉLISATION

L'étape de modélisation est une phase essentielle à la simulation. Différents points doivent être abordés :

- Définir l'objectif de la modélisation (lié au cahier des charges) : Pourquoi modélise-t-on ? Qu'étudie-t-on ? Que veut-on améliorer, ou faire ?
- Définir les éléments du système (via la réalisation d'une fonction, ou d'un processus) et les limites du système (les entrées, les sorties).
- Définir les interactions entre ces éléments (hiérarchie).
- Définir la dynamique du système (entités qui circulent entre les éléments, comportement du système au cours du temps).
- Abstraction (choisir les éléments du système pertinents pour l'étude).
- Formalisation, conceptualisation : Modèle mathématique (algèbre (max, +), chaînes de Markov), modèle logiciel (Simulink, Siman-Arena), modèle graphique (réseaux de Petri, bond graphs).

Objectif de la modélisation

- a) Compréhension de la réalité: le modèle pourrait apporter une connaissance additionnelle sur les mécanismes de fonctionnement d'un phénomène (comportements oscillatoires, états d'équilibre, stabilité, instabilité).
- b) Génération de solutions: les solutions du modèle fournissent des exemples de comportement du système. Parfois une solution peut être obtenue de manière analytique mais dans les cas les plus généraux il faut avoir recours à la simulation numérique.
- c) Étude de dépendances structurelles: il est intéressant étudier et analyser le comportement de solutions en fonction des paramètres ou de la structure du modèle (analyse de la stabilité, sensibilité et robustesse).
- d) Contrôle: conception de règles ou d'un système de contrôle capable d'amener le système vers un état désiré.