

Chapitre 03: La Symétrie et les groupes ponctuels.

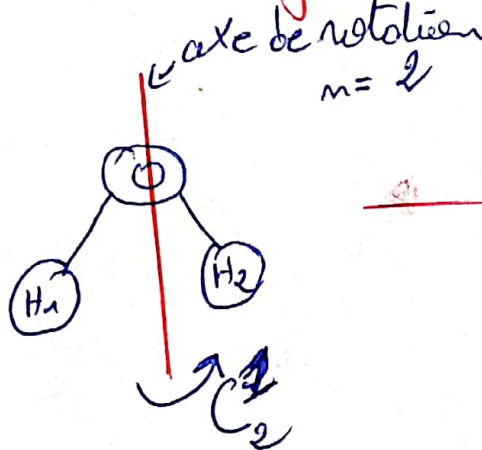
Définition: une symétrie ou opération de symétrie fait passer de cristal à une position à une position final.

« **INDISCERNABLE** » et l'opération est appelé : éléments de symétrie
(la position de départ et la même que la position final.

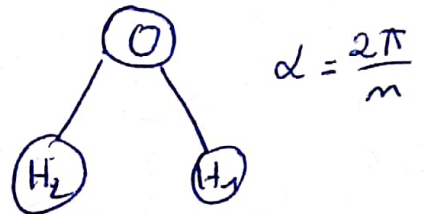
expl : la molécule d'eau H_2O

Opération de Symétrie

1) Rotation

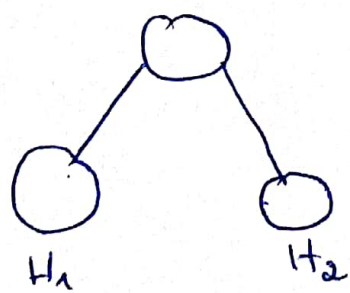


éléments de symétrie
axe 2 $\Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow 180$

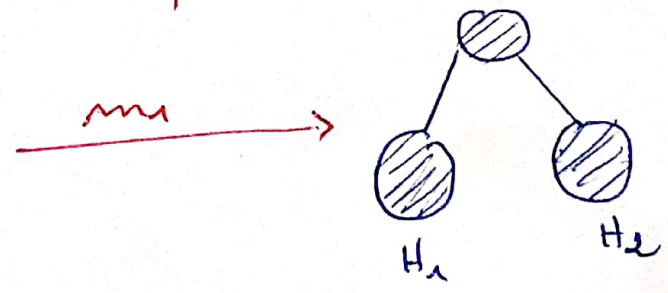


2) Reflexion

2.1 reflexion plan de la molécule
lui même

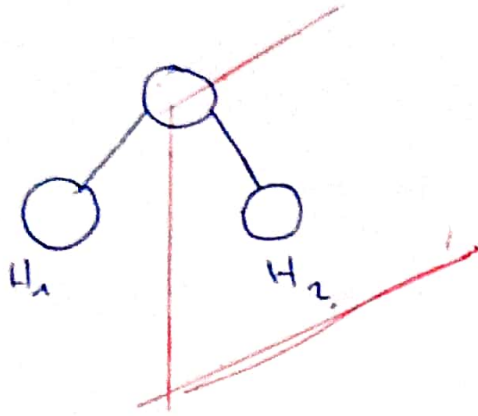


plan-miroir σ_v

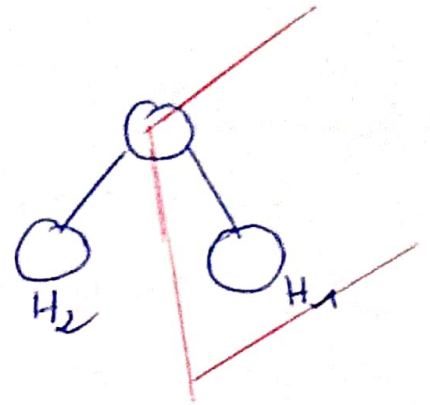


2.2 2^{ème} plan de Reflexion
 miroir 2

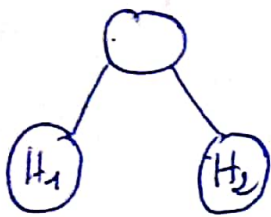
miroir 2
 m_2 → plan m_2



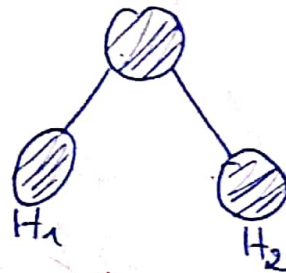
m_2 →



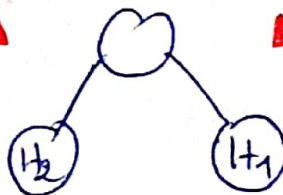
Conclusion
 3 éléments ~~d'opération~~ de symétrie
 =
 3 Opération de symétrie



m_1 →



m_2 →



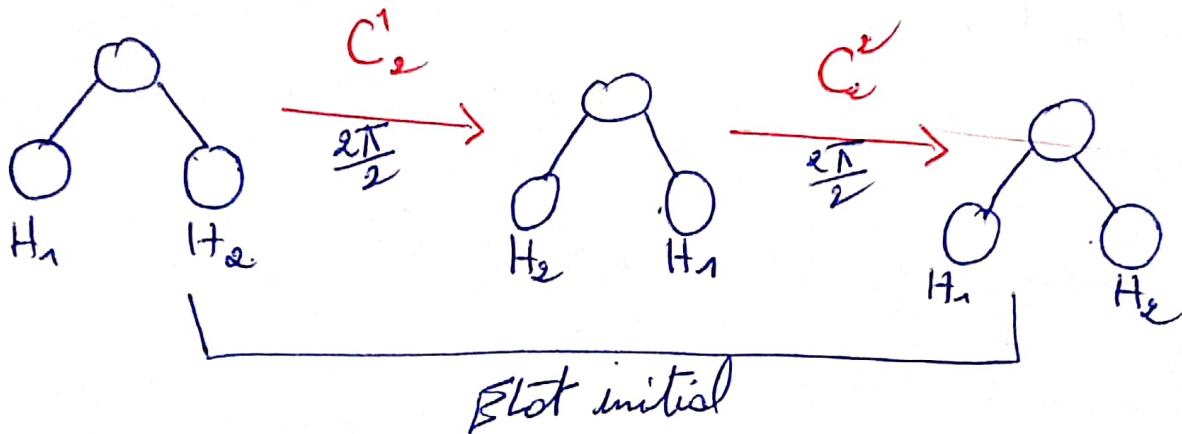
axe 2 →

* Parmi ces opérations nous avons l'opération qui maintient le système identique à lui-même et qu'on appelle :

Opération identité notée E

tel que : l'opération de symétrie et son inverse on aura une identité E

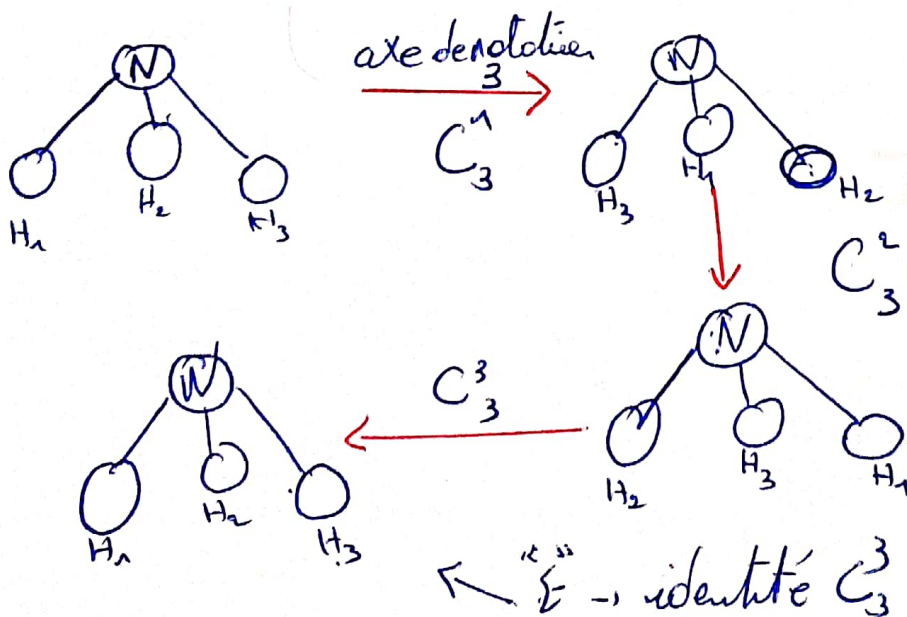
expl : H_2O



la 2^{ème} rotation équivaut à l'élément identité E .

pour la molécule d'eau : $OS = \{E, C_2, \sigma_v, \sigma_v', i\}$

exp : $NH_3 \rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$



- Les Axes de rotation propre d'ordre n :

tel que $n = 1, 2, 3, 4, 6$.

* La démonstration de l'absence de l'axe 5.3



$A \cdot B = \langle a \rangle$ nicht endlich.

$$\overline{AB} = m\angle$$

$$\cos \alpha = \frac{H}{a} \Rightarrow H = a \cos \alpha$$

-4-

$$\overline{AB} = l\alpha - 2\alpha \cos \alpha.$$

$$m\alpha = l\alpha - 2\alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow m = l - 2 \cos \alpha \Rightarrow 2 \cos \alpha = l - m$$

$$\cos \alpha = \frac{l - m}{2}$$

$$-1 < \cos \alpha < +1 \Rightarrow -2 < l - m < +2.$$

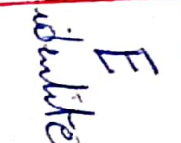
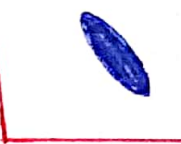
$l - m$	-2	-1	0	+1	+2
$\cos \alpha$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	+1
α	$\frac{2\pi}{2}$ 180	$\frac{2\pi}{3}$ 120	$\frac{2\pi}{4}$ 90	$\frac{2\pi}{6}$ 60	0 $\frac{2\pi}{1}$
m	2	3	4	6	1

D'après les résultats obtenus il n'existe pas l'axe ~~5~~.

L'existence des axes 2, 3, 4 et 6.

L'absence de l'axe (5) est traduite par l'existence de vide entre les mailles pour le pentagone et octagone, donc confirme l'absence de symétrie dans le réseau cristallin.

Symboles graphiques des axes de symétrie:

axe	1	2	3	4	6
Symbole graphique					
aditivité					

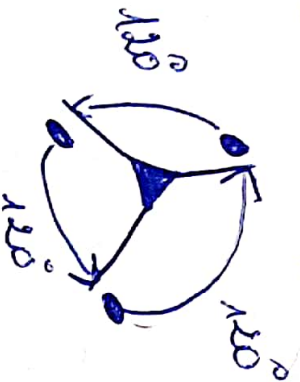
Les axes sont perpendiculaires par rapport le plan.

axe 2: rotation $\alpha = \frac{2\pi}{2}$
propre

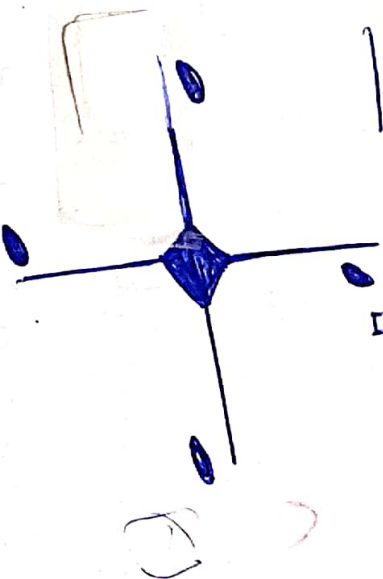


axe $\perp$ plan
 collier

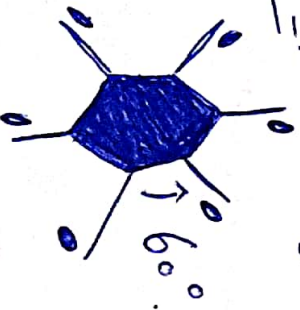
axe 3: $\alpha = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$



axe 4: $\alpha = \frac{2\pi}{4} = 90^\circ$



axe 6: $\alpha = \frac{2\pi}{6} = 60^\circ$



* des Axes de rotation impropres $\bar{n}$:

$$\bar{n} = n + \text{inversion}$$

I

* L'axe de rotation impropre d'ordre $\bar{n}$ est un axe de rotation propre n suivie par une inversion

$$\text{axe impropre}(\bar{n}) = \text{axe propre}(n) + \text{inversion}$$

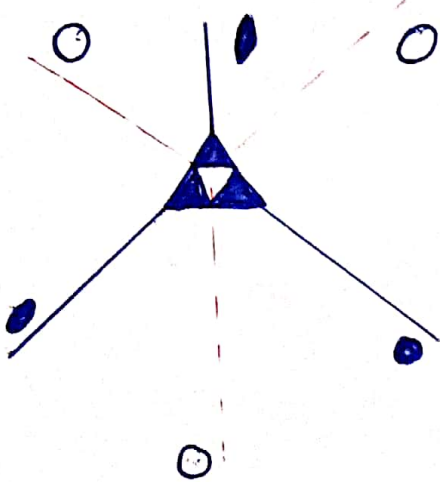
Le point d'inversion est une rotation avec un angle π sur l'autre sens du plan.

* Symboles graphiques des axes impropres de symétrie :

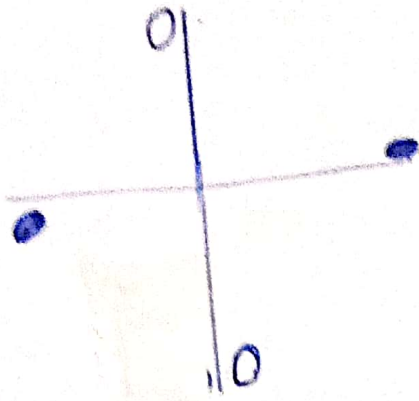
axe $\bar{n}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$
symbole graphique	I centre d'inversion				

expl : Axe $\bar{3}$

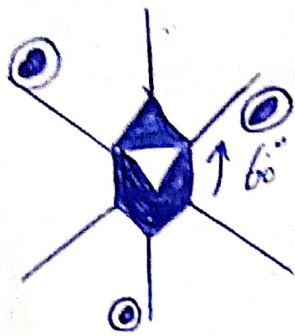
$\alpha = \pi$ pour inversion.



$\omega/\lambda_{\text{e}} \approx 4$



$A_{\text{Xe}} \approx 6$



* Groupes ponctuels *

* Les cristaux à l'échelle tridimensionnelles grâce à l'étude de leur symétrie peuvent être rangés dans 32 groupes.

Ces groupes sont appelés Groupes ponctuels.

Tel que : groupe : un groupe d'opération de symétrie

Ponctuel : les éléments de symétrie associés aux opérations de symétrie passe par le même point (le centre de cristal).

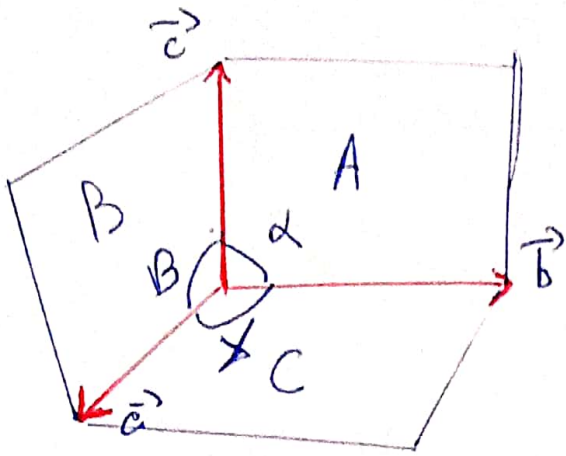
* Il existe deux notation pour les groupes ponctuel de H.M et Schenflies mais la plus utilisée et facile c'est celle de Herman Mauguin.

* Notation de Herman Mauguin :

* Le groupe ponctuel est noté par un symbole à partir des éléments de symétrie suivant les axes $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$.

en général le symbole du groupe est :

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ // & // & // \\ \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \end{array}$$



$$\alpha = (\vec{b}, \vec{c})$$

$$\beta = (\vec{a}, \vec{c})$$

$$\gamma = (\vec{a}, \vec{b})$$

* 7 systèmes cristallins : figure 1.

a, b, c, α , β , γ .

4 modes + les 7 systèmes cristallins = 14 réseaux de Bravais

↓
 (A, B, C, F) ← 14 des faces centrées
 primitive ← centrée

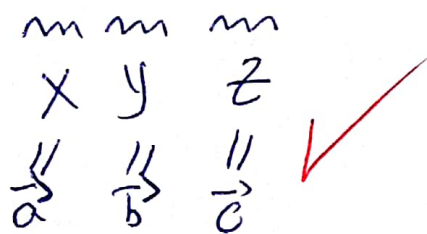
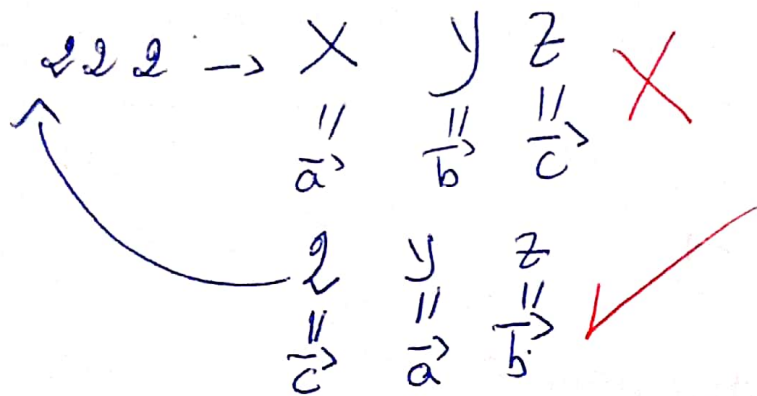
X Y Z (X, Y, Z) ← Éléments de symétrie
 // // //
 $\vec{a}$ $\vec{b}$ $\vec{c}$
 axe de notation plan de réflexion (miroir)

32 groupes ponctuels ← 7 systèmes cristallins + 14 réseaux de Bravais.
maille.

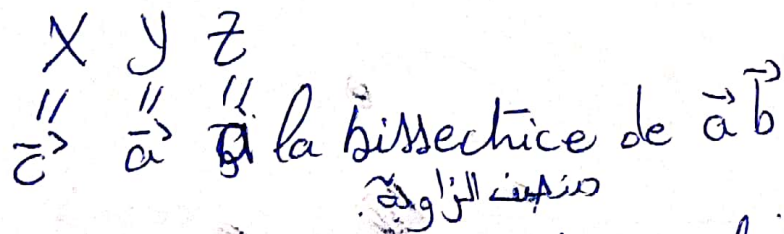
* Pour la règle de Herman-Mauguin n'est pas applicable
Quand le groupe ponctuel commence par un axe qui veut
dire :

* Système orthorhombique :

$222, 2mm, mmm$



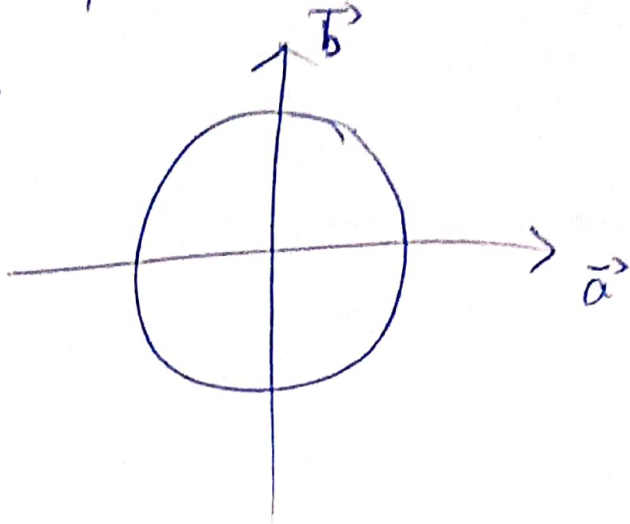
2) Système tétragonal quadratique :



la même chose pour système cubique, rhomboédrique
et Hexagonal.

* Représentation du groupe ponctuel : - figure 2 -

* Un groupe ponctuel est représenté par un cercle nommé "stéréogramme".



* Application :

GP $\Rightarrow$ groupe ponctuel 4

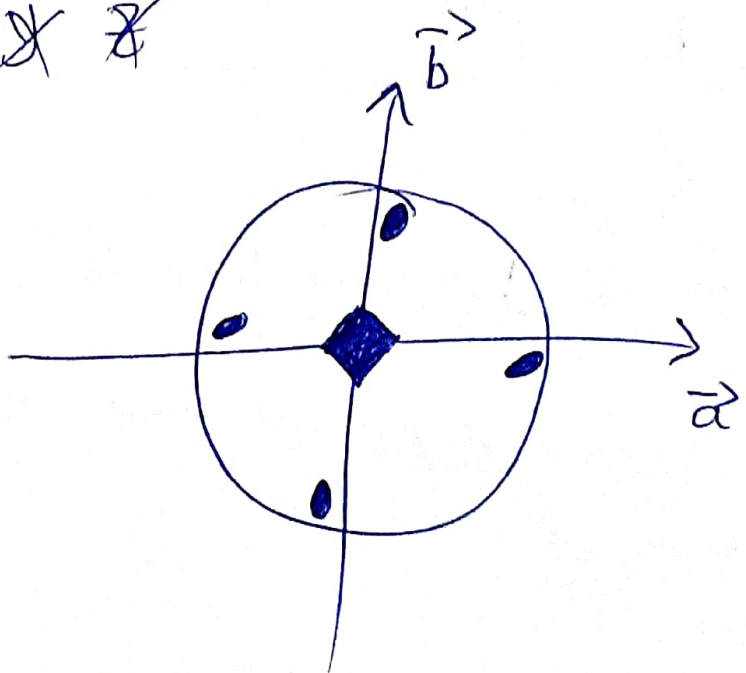
$\Rightarrow$ Σ cristallin quadratique.

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ // & // & // \\ \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \end{array}$$

mais pour un quadratique

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ // & \times & \times \\ \vec{c} & & \\ // & & \\ \vec{c} & & \end{array}$$

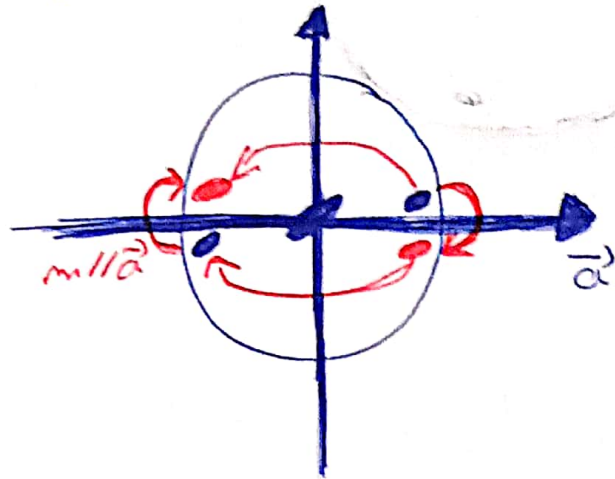
$$4 \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{4} = 90^\circ$$



Gp. 2mm $\Rightarrow$ orthorhombique.

X	Y	Z
//	//	//
$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$
2	m	m
//	//	//
$\vec{c}$	$\vec{a}$	$\vec{b}$

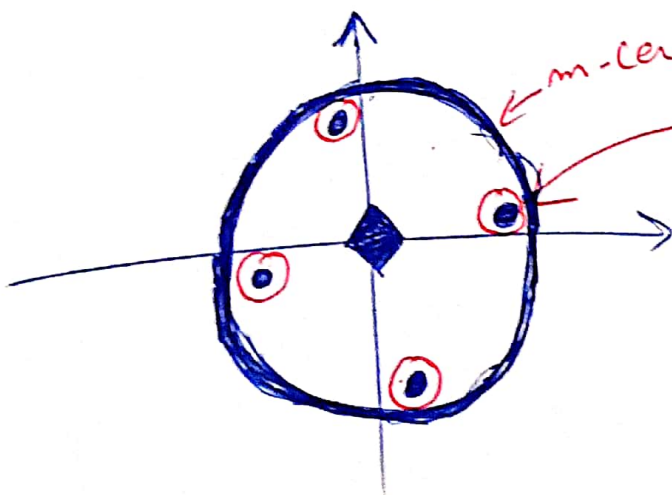
2 $\perp$ la feuille



Gp: $\frac{4}{m} \Rightarrow$ quadratique

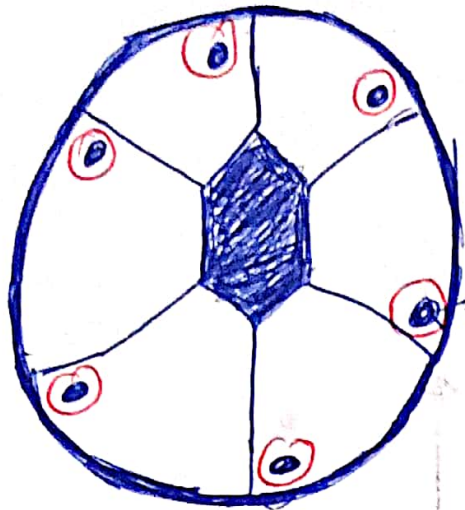
$\frac{4}{m} \Rightarrow 4 \perp m$

X	Y	Z	$\Rightarrow 4 \perp m$	$\Rightarrow \vec{c} \perp m$
//			$4 // \vec{c}$	
C				



centrosymétrique
groupe de l'axe
Tel que possède
un centre d'inversion

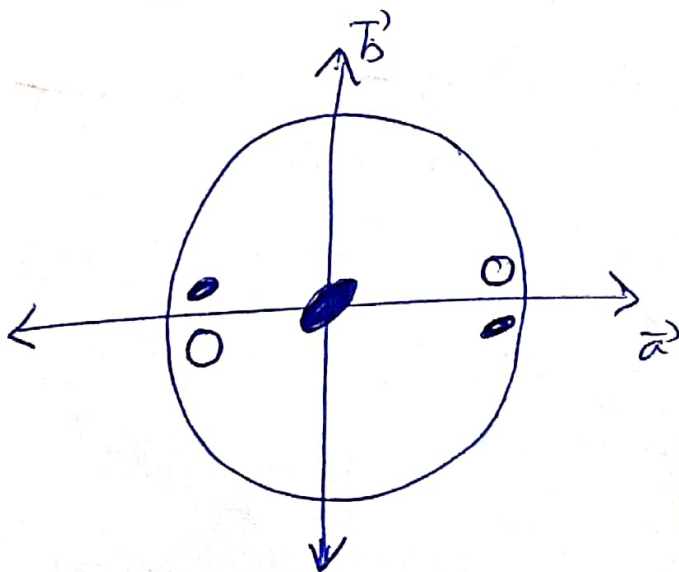
Op: $\frac{6}{m} \Rightarrow 6 \perp m$: hexagonal.



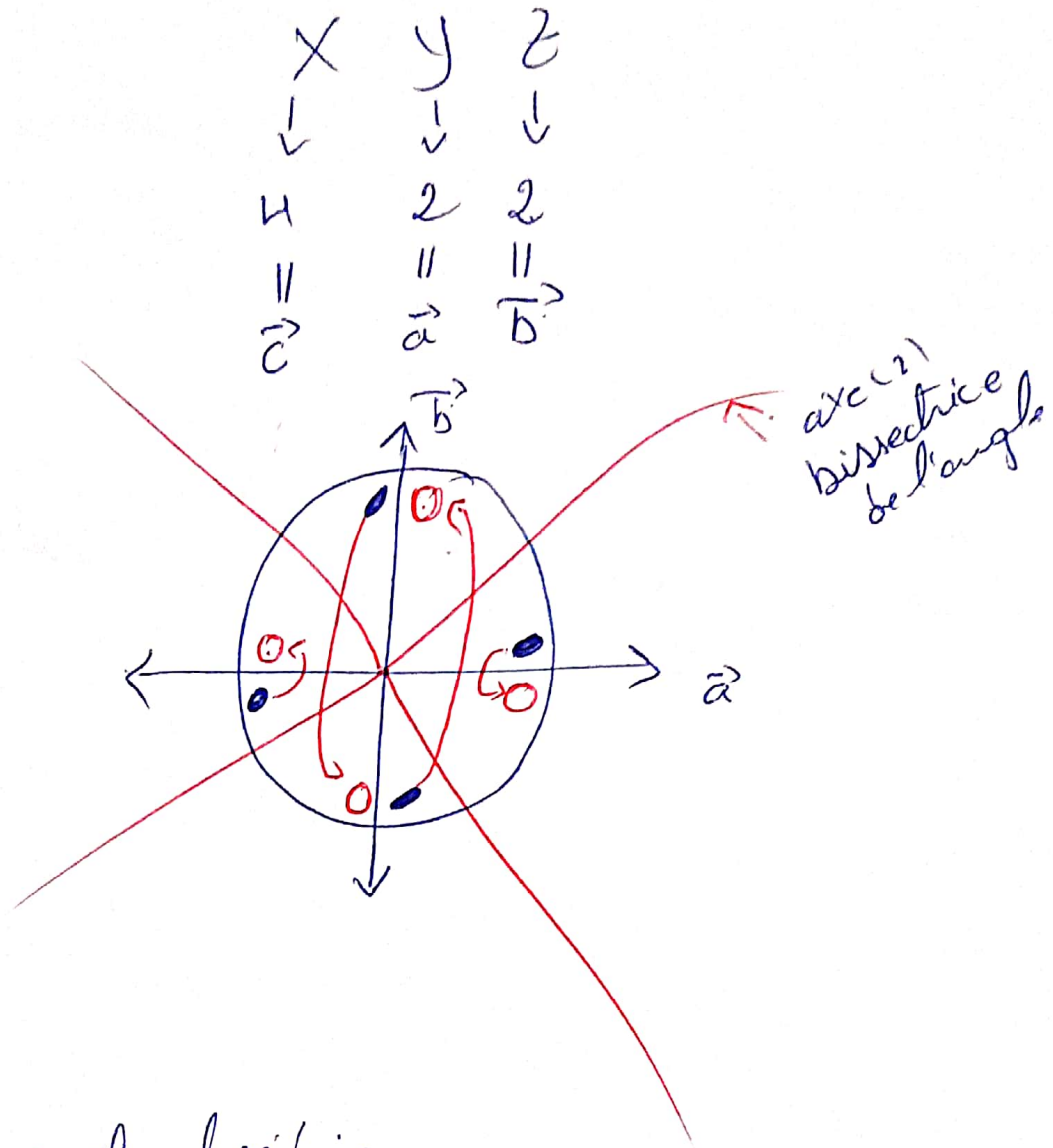
groupe centrosymétrique
croupe de l'axe.

* $222 \rightarrow$ orthorhombique

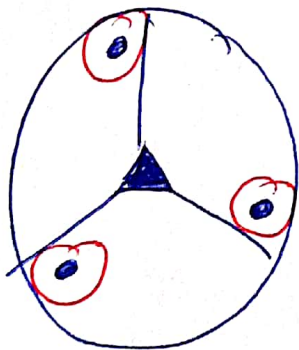
X	Y	Z
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
2	2	2
"	"	"
$\vec{c}$	$\vec{a}$	$\vec{b}$



GP = 1422 $\Rightarrow$ système quadratique.



GP: $\frac{3}{m}$ $\Rightarrow$ rhomboédrique



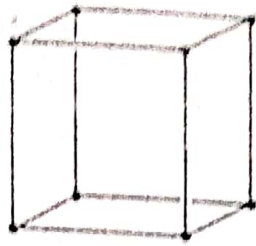
$$\frac{3}{m} = \bar{6}$$

C'est pour ça. ~~car~~ il n'est pas indiqué dans la table.
des groupes ponctuels

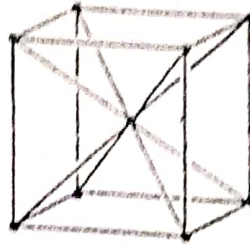
Les 7 systèmes cristallins et 14 réseaux

de Bravais

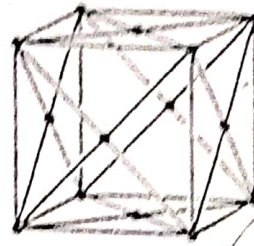
haute symétrie



cubique P

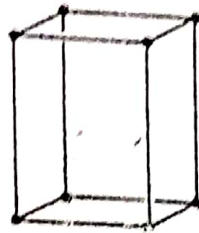


cubique I

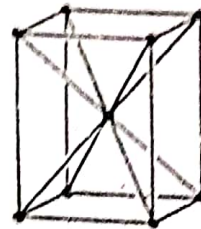


cubique F

$a = b = c$
 $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{2}$

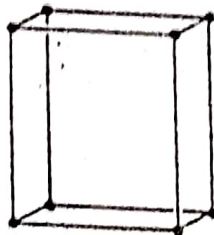


(Tetragonal) quadratique P

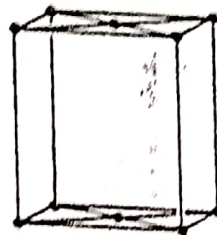


quadratique I

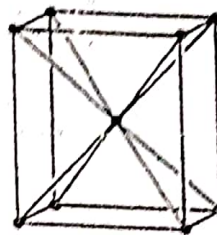
$a = b \neq c$
 $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{2}$



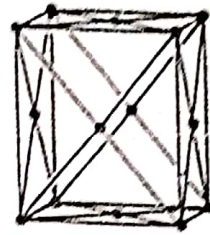
orthorhombique P



orthorhombique C



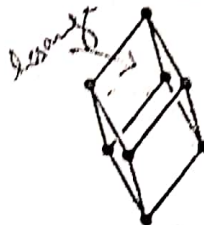
orthorhombique I



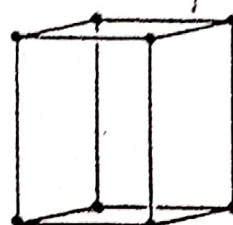
orthorhombique F

$a \neq b \neq c$

$\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{2}$

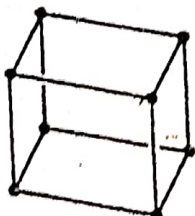


rhomboédrique R
 $a = b = c$
 $\alpha = \beta \neq \gamma$



hexagonal P

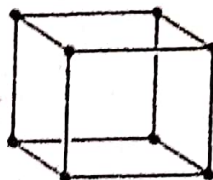
$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$ $\gamma = 120^\circ$



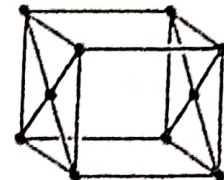
triclinique P

$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma$

pas d'ordre
 basse symétrie.



monoclinique P



monoclinique A

$a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = \frac{\pi}{2}$ $\beta \neq \frac{\pi}{2}$

Les 14 réseaux de Bravais.

- figure 1 -

32 Groupes Ponctuels.

SYSTEMES	G. P
Triclinique	1, $\bar{1}$
monoclinique	2, m, $\frac{2}{m}$
Orthorhombique	222, 2mm, $m m m$
{ Tetragonal quadratique	4, $\bar{4}$, $\frac{4}{m}$, 4mm 422, $\bar{4} 2 m$, $\frac{4}{m} m m$
{ Trigonal Rhomboédrique	3, $\bar{3}$, 3m, 32, $\bar{3} m$
Hexagonal	6, $\bar{6}$, $\frac{6}{m}$, 6mm, 622 $\bar{6} 2 m$, $\frac{6}{m} m m$
Cubique	23, $m \bar{3}$, 43m, $\bar{4} 3 m$ $m \bar{3} m$

11 Groupes de LALIE (¹¹ Groupes centrosymétriques)

Triclinique $\bar{1}$	monoclinique $\frac{2}{m}$	Orthorhombique mmm
Tetragonal $\frac{4}{m}$ $\frac{4}{m} m m$	Trigonal $\bar{3}$, $\bar{3} m$	hexagonal $\frac{6}{m}$, $\frac{6}{m} m m$
	Cubique $m \bar{3}$, $m \bar{3} m$.	- figure 2 -