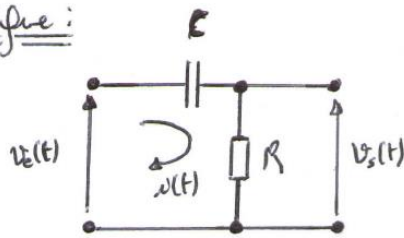


Exercice N° 1:

1) système électrique:



les équations du système électrique sont:

$$v_e(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt + R i(t) \dots\dots\dots (1)$$

$$v_s(t) = R i(t) \dots\dots\dots (2)$$

En prenant la transformée de Laplace des équations (1) et (2), on obtient:

$$V_e(p) = \frac{1}{Cp} I(p) + R I(p) = \left[\frac{RCp + 1}{Cp} \right] I(p) \dots\dots\dots (3)$$

$$V_s(p) = R I(p) \Rightarrow I(p) = \frac{V_s(p)}{R} \dots\dots\dots (4)$$

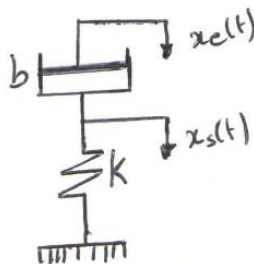
En remplaçant (4) dans (3), on obtient:

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{RCp}{RCp + 1} = \frac{k_c p}{\tau_c p + 1} \dots\dots\dots (5)$$

Le gain du système électrique est: $k_c = RC$

La constante de temps du système électrique est: $\tau_c = RC$.

2) système mécanique:



L'équation du système mécanique est:

$$b [\ddot{x}_e(t) - \ddot{x}_s(t)] = k x_s(t) \dots\dots\dots (6)$$

En prenant la transformée de Laplace de l'équation (6), on obtient:

$$b [X_e(p) - X_s(p)] \cdot p = k X_s(p) \dots\dots\dots (7)$$

À partir de l'équation (7), on déduit la fonction de transfert du système tel que :

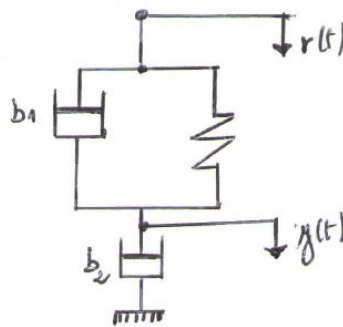
$$\frac{X_s(p)}{X_e(p)} = \frac{b p}{b p + k} = \frac{\frac{b}{k} p}{1 + \frac{b}{k} p} = \frac{k_m p}{\tau_m p + 1} \quad (8)$$

Le gain du système mécanique est : $k_m = \frac{b}{k}$

La constante de temps du système mécanique est : $\tau_m = \frac{b}{k}$

On remarque d'après les équations (5) et (8), que les systèmes électrique et mécanique ont des fonctions de transfert analogues.

Exercice N°2 :



La dynamique du système est écrite par :

$$b_2 \dot{y}(t) = b_1 [\dot{r}(t) - \dot{y}(t)] + k [r(t) - y(t)]$$

En passant à la transformée de Laplace et en supposant que les conditions initiales nulles, on obtient :

$$b_2 p Y(p) = b_2 p [R(p) - Y(p)] + k [R(p) - Y(p)]$$

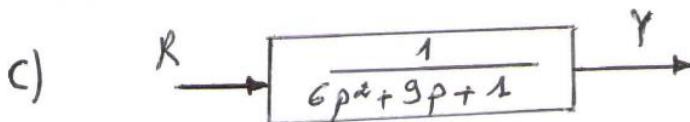
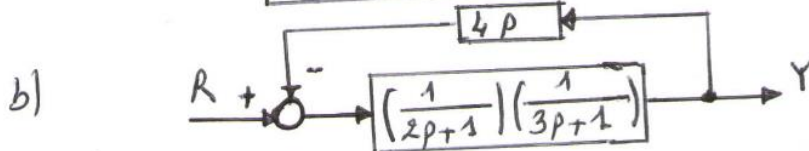
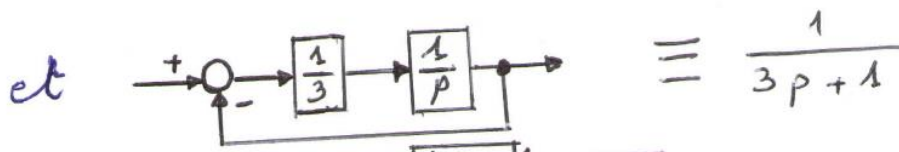
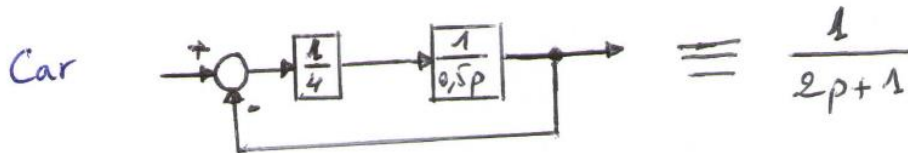
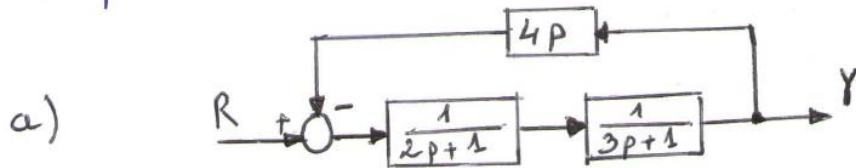
$$\Rightarrow Y(p) [b_2 p + b_1 p + k] = R(p) [b_1 p + k]$$

$$\text{Finalement : } G(p) = \frac{Y(p)}{R(p)} = \frac{b_1 p + k}{p(b_1 + b_2) + k} = \frac{\left(\frac{b_1}{k}\right)p + 1}{\left(\frac{b_1 + b_2}{k}\right)p + 1}$$

$$\text{Donc : } G(p) = \frac{1 + \left(\frac{b_1}{k}\right)p}{1 + \left(\frac{b_1 + b_2}{k}\right)p} = \frac{1 + \alpha p}{1 + \beta p}, \text{ avec : } \alpha = \frac{b_1}{k}, \beta = \frac{b_1 + b_2}{k}$$

Exercice N° 3:

1) On procède d'abord aux transformations suivantes:



$$2) \frac{Y}{R} = \frac{1}{6p^2 + 9p + 1} = \frac{1}{(p+1,38)(p+0,12)}$$

$$Y = \frac{1}{(p+1,38)(p+0,12)} \cdot R = \frac{1}{(p+1,38)(p+0,12)} \cdot \frac{1}{p}$$

$$Y = \frac{A}{p+1,38} + \frac{B}{p+0,12} + \frac{C}{p}$$

$$A = \frac{1}{(p+1,38)(p+0,12)} \cdot \frac{1}{p} \cdot (p+1,38) \Big|_{p=-1,38} = 0,58$$

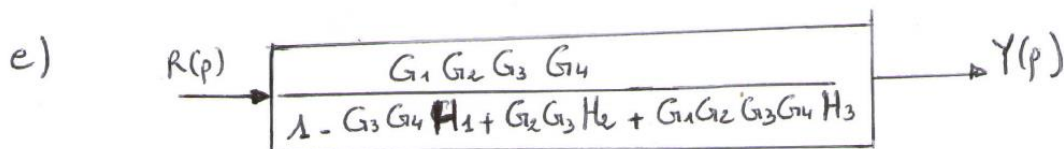
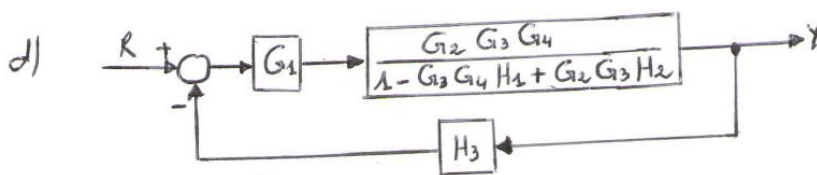
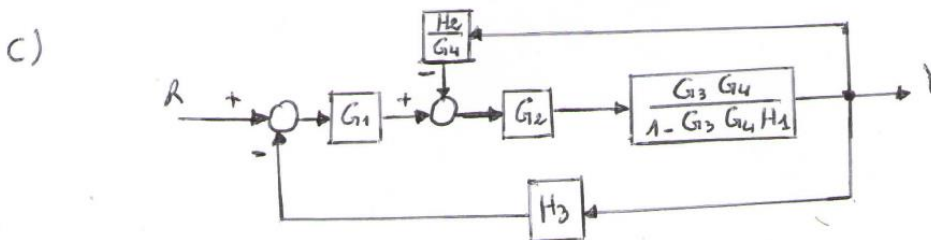
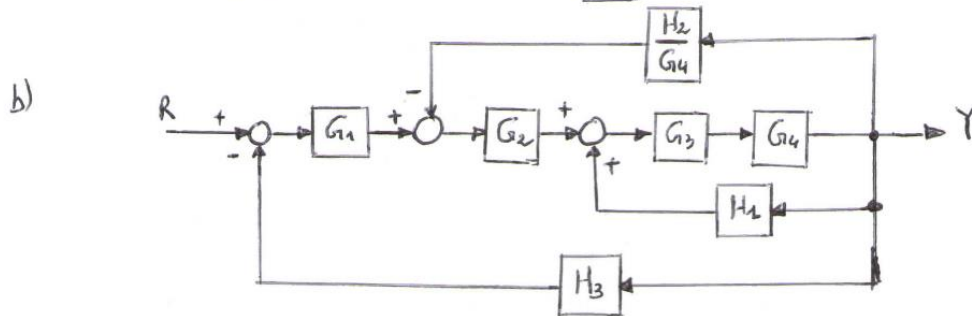
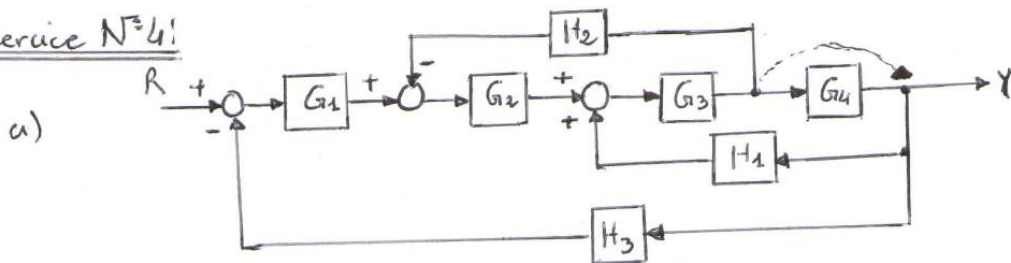
$$B = \frac{1}{(p+1,38)(p+0,12)} \cdot \frac{1}{p} \cdot (p+0,12) \Big|_{p=-0,12} = -6,6$$

$$C = \frac{1}{(p+1,38)(p+0,12)} \cdot \frac{1}{p} \cdot p \Big|_{p=0} = 6$$

$$y(t) = 0,58 e^{-1,38t} - 6,6 e^{-0,12t} + 6$$

(3)

Exercice N°4:



Exercice N°5:

1) Équation électrique:

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + v_b$$

$$\left. \begin{aligned} v_b &= K_b \omega \\ \omega &= \frac{d\theta}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_b = K_b \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

Équations électromécanique:

$$C_m = K_m i_a$$

$$C_r = J \frac{d\omega}{dt} + b\omega \Rightarrow C_r = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt}$$

$$C_m = C_r \Rightarrow K_m \dot{\alpha} = J \ddot{\theta} + b \dot{\theta} \xrightarrow{\mathcal{L}} I_a(p) = \left[\frac{J}{K_m} p^2 + \frac{b}{K_m} p \right] \theta(p)$$

$$v_a = \left[R_a + L_a \frac{d}{dt} \right] i_a + K_b \frac{d\theta}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} V_a(p) = [R_a + L_a p] I_a(p) + K_b p \theta(p)$$

$$V_a(p) = \left[[R_a + L_a p] \left[\frac{J}{K_m} p^2 + \frac{b}{K_m} p \right] + K_b p \right] \theta(p)$$

$$\frac{\theta(p)}{V_a(p)} = \frac{1}{p \left[(R_a + L_a p) (J p + b) + K_b K_m \right] K_m}$$

$\frac{\theta(p)}{V_a(p)} = \frac{K_m}{p \left[(R_a + L_a p) (J p + b) + K_b K_m \right]}$
