1. Objectifs

L'objectif de ce TP est d'aborder à travers le logiciel de simulation Simulink l'asservissement de vitesse d'un banc moteur à courant continu avec l'implémentation de la commande PID appliquée sur un modèle d'un moteur à courant continu.

L'intérêt de l'outil de simulation Simulink est de faire le lien entre les propriétés fréquentielles d'un système et son comportement temporel.

2. Modélisation d'un moteur à courant continu :

Figure. 1 : Schéma équivalent d'un moteur à courant continu

Selon le schéma de la (figure. 1).un moteur électrique à courant continu est régit par les équations physiques découlant de ses caractéristiques électriques, mécaniques et magnétiques. On peut écrire les équations différentielles de premiers ordres suivantes :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

$$e(t) = K_e \Omega(t)$$

D'après le principe fondamental de la dynamique on a :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_u - C_r$$

$$C_u = K_c i(t) - C_p$$

$$C_r = f \Omega(t)$$

$u(t)$: Tension appliquée au moteur

$e(t)$: Force contre électromotrice

$i(t)$: Intensité traversant le moteur

$\Omega(t)$: Vitesse de rotation du rotor

K_e : Constante de vitesse

C_p : Couple de pertes |

C_u : Couple moteur généré

C_r : Couple résistant

f : Coefficient de frottement visqueux

J : Moment d'inertie de l'axe du rotor

K_c : Constante de couple

1. Exprimer la fonction de transfert du moteur $H(p)$ est entre la tension entrant dans le moteur $U(p)$ et la vitesse desortie $\Omega(p)$.

On donne les valeurs numériques du MCC choisi (**Maxon : Référence F2260/813**) données par le constructeur

Tension nominale	$U_{nom} = 24 V$
Tension maximale	$U_{max} = 32 V$
Courant permanent maximal	$I_{max} = 2.2 A$
Résistance aux bornes	$R = 1.91 \Omega$
Constante de couple	$K_c = 60.3 \text{ mNm.A}^{-1}$
Constance de vitesse	$K_e = 60.3 \text{ mNm.A}^{-1}$
Inductance	$L = 0.63 \text{ mH}$
Moment d'inertie rapporté au rotor	$J = 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
Coefficient de frottement visqueux	$f = 2.5 \times 10^{-6}$

On peut établir le modèle mathématique de la réponse en vitesse du moteur électrique qui est donné par la figure suivante

2. Donner l'allure de la réponse pour les valeurs de la tension suivante : $U=12,15$ et $20v$
3. Déterminer pour la fonction de transfert $H_{bo}(p)$, le facteur d'amortissement ξ et la pulsation propre ω_n . Calculer l'erreur statique pour un échelon de consigne de $9,5$ volts.
4. Simplifier la fonction de transfert $H(p)$ sachant que l'inductance interne est négligeable devant la résistance interne.

3. La commande PID en régulation de vitesse

La commande proportionnel-intégral-dérivé (PID) est insérée dans la chaîne directe de l'asservissement, en série avec le processus, comme indiqué dans la (Figure.III.1). Ce régulateur élabore à partir du signal d'erreur $\epsilon(t)$ une commande $u_c(t)$ en fonction de trois actions proportionnelle, intégrale, dérivée

On donne le schéma bloc d'un système avec correcteur (Boucle fermée)

On obtient alors un asservissement composée d'un terme proportionnel, un terme intégral et un terme dérivé, mises en parallèle, on parle d'asservissement PID :

$$U_c(t) = K_p \varepsilon(t) - \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt - T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

$$= K_p \varepsilon(t) - K_i \int_0^t \varepsilon(t) dt + K_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

$$\xrightarrow{TL} U_c(p) = K_p \varepsilon(p) + K_i \frac{d\varepsilon(p)}{p} + K_d \varepsilon(p)p$$

K_p : gain d'action proportionnelle.

$K_i = 1/T_i$: gain d'action intégrale.

$K_d = T_d$: gain d'action dérivée.

T_i : constante de temps, dite temps d'action intégrale.

T_d : constante de temps, dite temps d'action dérivée.

On donne le Schéma bloc du correcteur PID en régulation de vitesse

Dans les modélisations qui suivent, posons comme références : $\Omega_c = 200 \text{ rad/s}$ qui correspond à 12 v

3.1 Etude avec régulateur proportionnel

- a. Etablir dans **Simulink** le schéma bloc représentatif de la boucle de régulation de vitesse avec régulateur P : $C_v(p) = K_p$.
- b. Lancer dans **Simulink** des simulations avec un gain K_p de **0.1, 0.2, 2 et 5**. Observer les réponses temporelles de la consigne vitesse, de l'erreur et de l'image de la vitesse.
- c. Apporter une conclusion sur l'utilisation et les limites d'un correcteur proportionnel.

3.2 Etude avec régulateur proportionnel et intégral

- a. Etablir dans Simulink le schéma bloc représentatif de la boucle de régulation de vitesse avec régulateur PI de fonction de transfert :

$$C_v(p) = K_p \frac{1+T_i p}{T_i p}$$

- b. On prendra une vitesse de 1500 tr/mn et comme perturbation un échelon d'amplitude 9 Nm, Lancer dans Simulink les pour les différentes valeurs du gain ' $K_i=0,100,400$ et 1000 ' , en fixant $K_p=1$ et $K_d=0$:
- c. Observer les réponses temporelles de la consigne vitesse, de l'erreur et de l'image de la vitesse.
- d. Apporter une conclusion sur l'utilisation et les limites d'un correcteur PI.

3.3 Etude avec régulateur PID :

- a. Etablir dans Simulink le schéma bloc représentatif de la boucle de régulation de vitesse avec régulateur PID de fonction de transfert :

$$C(p) = G + \frac{1}{T_i} \cdot \frac{1}{p} + T_d \cdot p$$

- b. On prendra une vitesse de 1500 tr/mn et comme perturbation un échelon d'amplitude 9 Nm, Lancer dans Simulink les pour les différentes valeurs
 $K_p=20.83, K_i=6 \times 10^{-3}, K_d=10^{-3}$
 $K_p=10, K_i=100, K_d=200$
 $K_p=30, K_i=150, K_d=300$
 $K_p=20.83, K_i=5.57 \times 10^3, K_d=4.49 \times 10^{-5}$
- c. Observer les réponses temporelles de la consigne vitesse, de l'erreur et de l'image de la vitesse.
- d. Apporter une conclusion sur l'utilisation et les limites d'un correcteur PI.