

## Méthode du Nombre d'Unité de Transfert (NUT)

Objet : dimensionnement d'un échangeur tubulaire par la méthode du Nombre d'Unité de Transfert (NUT). Exemple concret de ce dimensionnement.

La méthode du Nombre d'Unité de Transfert (NUT) repose sur le calcul des performances d'un échangeur thermique. En effet, cette méthode permet :

- d'évaluer le nombre d'unités de transfert ;
- de calculer l'efficacité de l'échangeur à partir des équations numériques ou des abaques ;
- de déterminer les températures de sortie des fluides dans le cas où l'efficacité est connue.

L'efficacité d'un échangeur est définie comme le rapport de la puissance thermique réellement échangée  $P_{réel}$  à la puissance maximum qu'il est théoriquement possible d'échanger  $P_{max}$  si l'échangeur est parfait.

$$E = \frac{P_{réel}}{P_{max}}$$

La puissance thermique réellement échangée d'un échangeur  $P_{réel}$ , [W] :

Où :

$qm_c, qm_f$  : débit massique des fluides respectivement chaud et froid en  $kg/s$  ;

$Cp_c, Cp_f$  : chaleur spécifique à pression constante des fluides respectivement chaud et froid, en  $J/(kg \cdot K)$  ;

$\Delta T_c, \Delta T_f$  : écart de température des fluides respectivement chaud et froid, en K ou en  $^{\circ}C$  ;

$$\Delta T_c = T_{ce} - T_{cs}$$

$$\Delta T_f = T_{fe} - T_{fs}$$

$T_{ce}, T_{fe}$  : températures d'entrée des fluides respectivement chaud et froid, en K ou en  $^{\circ}C$  ;

$T_{cs}, T_{fs}$  : températures de sortie des fluides respectivement chaud et froid, en K ou en  $^{\circ}C$  ;

La puissance d'échange maximum théoriquement possible  $P_{max}$  est le produit du débit de capacité thermique le plus faible d'un fluide  $C_{min}$ , [W/K] et de la température égale à l'écart maximal existant dans l'échangeur soit  $(T_{ce} - T_{fe})$

$$P_{max} = C_{min} \cdot (T_{ce} - T_{fe})$$

Le débit de capacité thermique massique minimale  $C_{min}$  est le produit du débit massique ( $qm$ ) par la chaleur spécifique ( $Cp$ ) du fluide :

$$C_{min} = \min(qm_c \cdot Cp_c; qm_f \cdot Cp_f) = \min(C_c; C_f)$$

L'efficacité de l'échangeur thermique s'écrit :

si le côté chaud présente le produit  $(qm \cdot Cp)$  minimum :

$$E = \frac{P_{réel}}{P_{max}} = \frac{C_c \cdot (T_{ce} - T_{cs})}{C_c \cdot (T_{ce} - T_{fe})} = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe})} = \frac{\Delta T_c}{\Delta T_{max}}$$

ou :

si le côté froid présente le produit  $(qm \cdot Cp)$  minimum :

$$E = \frac{P_{réel}}{P_{max}} = \frac{C_f \cdot (T_{fs} - T_{fe})}{C_f \cdot (T_{ce} - T_{fe})} = \frac{(T_{fs} - T_{fe})}{(T_{ce} - T_{fe})} = \frac{\Delta T_f}{\Delta T_{max}}$$

Lorsque les températures de sortie des fluides sont inconnues (ce qui est souvent le cas dans le cadre d'une simulation), l'efficacité d'un échangeur se détermine par les équations suivantes :

Pour une circulation des fluides à contre-courants :

$$E = \frac{1 - e^{-NUT \cdot (1-C)}}{1 - C \cdot e^{-NUT \cdot (1-C)}}$$

Pour une circulation des fluides à co-courants :

$$E = \frac{1 - e^{-NUT \cdot (1+C)}}{1 + C}$$

En déduisant NUT des équations ci-dessus on peut avoir les relations suivantes :

Pour une circulation des fluides à contre-courants :

$$NUT = \frac{1}{C - 1} \cdot \ln\left(\frac{E - 1}{C \cdot E - 1}\right)$$

Pour une circulation des fluides à co-courants :

$$NUT = \frac{-\ln[1 - (1 + C) \cdot E]}{1 + C}$$

Où :

$NUT$  : nombre d'unités de transfert qui est représentatif du pouvoir d'échange de l'échangeur :

$$NUT = \frac{U \cdot S}{C_{min}}$$

$U$  : coefficient global d'échange de chaleur qui dépend des caractéristiques de l'écoulement et des fluides, en  $W/(m^2 \cdot K)$  ;

$S$  : Surface d'échange, en  $m^2$  ;

$C$  : rapport des débits de capacité thermique ;

$$C = \frac{C_{min}}{C_{max}}$$

Cas particuliers :

Pour tous les types d'échangeurs : si  $C = 0$

$$E = 1 - e^{-NUT}$$

Pour l'échangeur à contre-courant : si  $C = 1$

$$E = \frac{NUT}{NUT + 1}$$

Il existe des abaques pour déterminer l'efficacité de l'échangeur thermique en fonction des valeurs NUT et  $C$  pour la plupart des configurations courantes.

C'est-à-dire :  $E = f(NUT, C, \text{configuration de l'écoulement})$

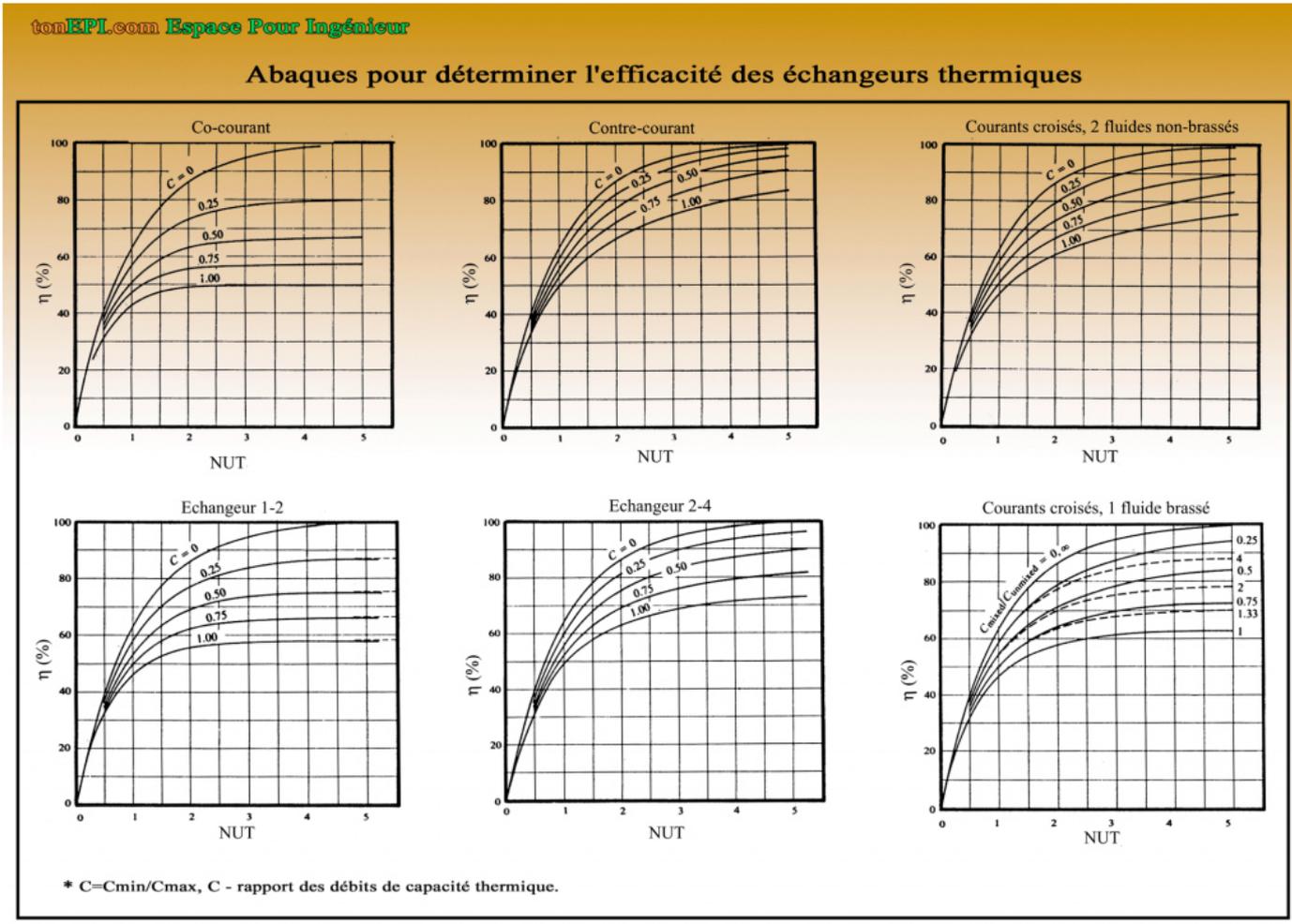


Fig.1 Évolution de l'efficacité en fonction de NUT et  pour des échangeurs thermiques

Dans le cas où les températures de sorties sont connues, le calcul d'un échangeur par la méthode du nombre d'unité de transfert (NUT) consiste à :

Calculer l'efficacité de l'échangeur E et le rapport des débits de capacité thermique  $C = C_{min}/C_{max}$  .

Déterminer le nombre d'unités de transfert NUT par l'utilisation des formules ou des abaques.

Déterminer la surface d'échange S par l'équation suivante :

$$NUT = \frac{U \cdot S}{C_{min}}$$

On en déduit :

$$S = \frac{NUT \cdot C_{min}}{U}$$

Dans le cas où les températures de sortie sont inconnues, le calcul consiste à :

Calculer le nombre d'unités de transfert NUT et le rapport des débits de capacité thermique C à l'aide des formules :

$$NUT = \frac{U \cdot S}{C_{min}}$$

$$C = \frac{C_{min}}{C_{max}}$$

Déterminer l'efficacité de l'échangeur E à l'aide des formules ou des abaques.

Déterminer les températures de sortie par la résolution complexe du système d'équations (bilan énergétique et équation de transfert de chaleur) :

$$\begin{cases} P = qm_c \cdot Cp_c \cdot \Delta T_c = -qm_f \cdot Cp_f \cdot \Delta T_f \\ P = U \cdot F \cdot S \cdot \Delta T_{LM} \end{cases}$$

## Exemple du dimensionnement d'un échangeur de chaleur par la méthode du nombre d'unité de transfert (NUT)

Exemple : On désire installer un échangeur de chaleur de type coaxial en contre-courant (surface d'échange de  $5 \text{ m}^2$ ) pour distribuer l'énergie dans un bâtiment. Dans le circuit primaire circule de l'eau chaude (le débit est de  $5400 \text{ kg/h}$  et la température d'arrivée et de retour d'eau est respectivement de  $90^\circ\text{C}$  et  $75^\circ\text{C}$ ). Du côté du circuit secondaire où le débit de l'eau est de  $0,5 \text{ kg/s}$  et qui doit distribuer la chaleur dans le bâtiment, la température de retour des radiateurs (c'est-à-dire  $T_{fe}$ ) est de  $40^\circ\text{C}$ . La chaleur massique (spécifique) de l'eau est  $C_p = 4180 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ . Le coefficient global d'échange est  $U = 800 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .

Questions : Déterminer l'efficacité de cet échangeur. Calculer la puissance échangée et la température de sortie du circuit secondaire.

Solution de l'exemple :

Le débit de capacité thermique massique minimale  $C_{min}$  est :

$$C_{min} = \min(qm_c \cdot Cp_c; qm_f \cdot Cp_f) = \min(C_c; C_f)$$

On exprime le débit massique du fluide chaud dans le système S.I. ( $\text{kg/s}$ ) :

$$qm_c = 5400 \text{ kg/h} = \frac{5400}{3600} = 1,5 \text{ kg/s}$$

Le débit de capacité thermique du fluide chaud est :

$$C_c = qm_c \cdot Cp_c = 1,5 \cdot 4180 = 6270 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{K}}$$

Le débit de capacité thermique du fluide froid est :

$$C_f = qm_f \cdot Cp_f = 0,5 \cdot 4180 = 2090 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{K}}$$

Donc,

$$C_{min} = \min(C_c; C_f) = C_f = 2090 \frac{J}{s \cdot K}$$

On calcule le nombre d'unités de transfert par l'équation suivante :

$$NUT = \frac{U \cdot S}{C_{min}} = \frac{800 \cdot 5}{2090} = 1,91$$

On calcule le rapport des débits de capacité thermique :

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{2090}{6270} = 0,33$$

En ayant calculé  $NUT$  et  $C_r$ , on détermine l'efficacité de l'échangeur  $E$  à l'aide de l'abaque Efficacité des échangeurs à contre-courants ;

Abaques pour déterminer l'efficacité des échangeurs thermiques

$$E = 0,790 \text{ Soit } 79\%$$

On calcule la puissance de l'échangeur à l'aide du bilan énergétique :

$$P = qm_c \cdot Cp_c \cdot \Delta T_c = -qm_f \cdot Cp_f \cdot \Delta T_f$$

$$P = 1,5 \cdot 4180 \cdot (90 - 75) = 94050 \text{ W}$$

On calcule la température de sortie du circuit secondaire en la déduisant du bilan énergétique :

$$P = -qm_f \cdot Cp_f \cdot \Delta T_f = -qm_f \cdot Cp_f \cdot (T_{fe} - T_{fs})$$

On a alors :

$$T_{fs} = T_{fe} + \frac{P}{qm_f \cdot Cp_f} = 40 + \frac{94050}{2090} = 85 \text{ °C}$$

Les résultats :

L'efficacité de l'échangeur :  $E = 0,790$  Soit 79%

La puissance de l'échangeur :  $P = 94050 \text{ W}$

La température de sortie du circuit secondaire :  $T_{fs} = 85 \text{ °C}$