Solution1 :

1.

En contre-courant, avec $q_{t\,min} = q_{tf}$, on a pour efficacité (cf. 3.11) :

$$E = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{290 - 120}{350 - 120} = 0{,}74$$

$$R = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{fs} - T_{fe}} = \frac{350 - 200}{290 - 120} = 0{,}882$$

et, à partir du tableau 3.1 :

$$NUT = \frac{1}{1 - R}\ Ln\,\frac{1 - RE}{1 - E} = 2{,}45$$

En circulation co-courant, les débits n'étant pas modifiés, les coefficients d'échange ne le sont pas non plus. On garde donc le même NUT (vu que $NUT = k\,\Sigma / q_{t\,min}$). Par contre, la nouvelle efficacité E' s'écrit (tableau 3.1) :

$$E' = \frac{1}{1 + R}\{1 - exp\,[1 - (1 + R)\ NUT]\}$$

Il vient, après remplacement de R et NUT par leur valeur :

$E' = 0{,}526$

Puisque les conditions d'entrée sont identiques dans les deux cas, la nouvelle puissance Φ' est telle que :

$$\frac{\Phi'}{\Phi} = \frac{E'}{E}$$

ceci d'après la relation (3.12). Alors :

$$\Phi' = 415\,\frac{0{,}526}{0{,}74}$$

$$\boxed{\Phi' = 295\ kW}$$

c'est-à-dire 70% de la puissance en contre-courant.

2.

La nouvelle température de sortie froide T'_{fs} s'obtient à partir de la nouvelle efficacité :

$$E' = \frac{T'_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}}$$

$$T'_{fs} = T_{fe} + E'\,(T_{ce} - T_{fe})$$

$$= 120 + 0{,}526\,(350 - 120)$$

$$\boxed{T'_{fs} = 241°C}$$

et la nouvelle température de sortie chaude T'_{cs} à partir de R :

$$R = \frac{T_{ce} - T'_{cs}}{T'_{fs} - T_{fe}} = 0{,}882 \quad \text{inchangé}$$

$$T'_{cs} = T_{ce} - R\,(T'_{fs} - T_{fe})$$

$$= 350 - 0{,}882\,(241 - 120)$$

$$\boxed{T'_{cs} = 243{,}3°C}$$

Solution2 :

1.

Le flux total peut se calculer côté chaud :

$\Phi = q_{tc}\,(T_{ce} - T_{cs})$

D'après les données, le débit thermique unitaire chaud est :

$$q_{tc} = q_{mc}\,C_{pc} = \frac{9,4}{3600} \times 1060$$

$$q_{tc} = 2,77\ W/K$$

et alors :

$$\Phi = 2,77\,(616 - 178)$$

$$\boxed{\Phi = 1213\ W}$$

2.

Le calcul du flux total côté froid va maintenant nous donner T_{fs}.

$\Phi = q_{tf}\,(T_{fs} - T_{fe})$ avec ici :

$$q_{tf} = q_{mf}\,C_{pf} = \frac{0,6}{60} \times 4180 \qquad (q_{mf} = 0,3\ kg/mn)$$

$$q_{tf} = 41,8\ W/K$$

d'où :

$$T_{fs} = T_{fe} + \frac{\Phi}{q_{tf}} = 16 + \frac{1213}{41,8} \cong 16 + 29$$

$$\boxed{T_{fs} \cong 45°C}$$

3.

Il faut d'abord connaître le régime d'écoulement de l'air, donc le Reynolds côté chaud. La température moyenne de l'air est approximativement (§ 6.2.1) :

$$< T_c > = \frac{T_{ce} + T_{cs}}{2} = \frac{616 + 178}{2} = 397°C = 670\,K$$

A cette température, les tables donnent :

$\rho_c = 0,525\ kg/m^3$; $\nu_c = 6,20.10^{-5}\ m^2/s$

La section du tube est : $S_c = \pi\,\dfrac{d^2}{4} = \dfrac{\pi \times (2.10^{-2})^2}{4} = 3,14.10^{-4}\ m^2$

On en déduit la vitesse débitante :

$$V_c = \frac{q_{mc}}{\rho_c\,S_c} = \frac{9,4}{3600}\,\frac{1}{0,525 \times 3,14.10^{-4}}$$

$$V_c = 15,8\ m/s$$

d'où le nombre de Reynolds :

$$Re_c = \frac{V_c\,d}{\nu_c} = \frac{15,8 \times 2.10^{-2}}{6,20.10^{-5}} \cong 5100$$

Il s'agit d'un régime de transition. On peut donc utiliser la formule (4.26), en notant que le rapport $d/L = 2/150$ est négligeable (l'énoncé nous demande également d'ignorer la correction en μ/μ_p):

$$St_c = \frac{0,116}{Re_c}\left(Re_c^{2/3} - 125\right) Pr_c^{-2/3}$$

Pour calculer h_c, il est un peu plus rapide ici de passer par le nombre de Nusselt 4.10d, § 4.1.5) :

$$Nu_c = St_c\ Re_c\ Pr_c = 0,116\left(Re_c^{2/3} - 125\right) Pr_c^{1/3}$$

A $670\ K$, le nombre de Prandtl de l'air est : $Pr_c = 0,68$. On trouve :

$$Nu_c = 17,25$$

Toujours à $670\ K$, la conductivité de l'air est : $\lambda_c = 0,0505\ W/m\,K$.

$$Nu_c = \frac{h_c\, d}{\lambda_c} \quad \text{d'où} \quad h_c = \frac{17,25 \times 0,0505}{0,02}$$

$$\boxed{h_c = 43,5\ W/m^2\,K}$$

4.

On constate que :

$q_{t\,min} = q_{tc} = 2,77\ W/K$, d'où l'efficacité (formule 3.10) :

$$E = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{616 - 178}{616 - 16} = \frac{438}{600}$$

$$\boxed{E = 0,73}$$

D'après le tableau 3.1, pour un échangeur à contre-courant :

$$NUT = \frac{1}{1-R}\ Ln\,\frac{1-RE}{1-E}$$

et dans le cas présent :

$$R = \frac{q_{t\,min}}{q_{t\,max}} = \frac{2,77}{41,8} = 0,066$$

donc :

$$NUT = \frac{1}{1-0,066}\ Ln\frac{1 - 0,066 \times 0,73}{1 - 0,73} = 1,07\ Ln\,3,52$$

$$\boxed{NUT = 1,35}$$

De la définition du NUT (3.14a) on tire alors :

$$k = \frac{NUT\ q_{t\,min}}{\Sigma}$$

Puisque l'épaisseur du tube central est faible, on ne fait pas la distinction entre surface d'échange côté chaud et côté froid, et on néglige la résistance thermique de la paroi. Donc :

$$\Sigma = \text{surface latérale du tube} = \pi\, d\, L$$

$$\Sigma = \pi \times 2.10^{-2} \times 1,5 = 0,094\ m^2$$

$$k = \frac{1,35 \times 2,77}{0.094}$$

$$\boxed{k = 39,8\ W/m^2\,K}$$

Le coefficient d'échange global s'exprime aussi à partir de (6.2a) (e et R_e étant négligés) :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_f} = \frac{1}{43,5} + \frac{1}{h_f} = \frac{1}{39,8}$$

On en déduit :

$$\boxed{h_f \cong 500\ W/m^2\,K}$$

5.

Dans un échange eau-air, la température de paroi est proche de celle de l'eau. Dans le cas présent, celle-ci varie peu. On peut donc admettre la condition $T_p \cong cte$. La paroi extérieure (concave) étant isolée, et l'écoulement supposé laminaire, la formule (4.44) s'applique. Elle donne Nu en fonction de R_2 / R_1.

D'autre part, $Nu = h_f\, D_h / \lambda_f$, avec ici $D_h = 2\,(R_2 - R_1) = 2b$ (formule 4.42). En partant d'une valeur arbitraire mais raisonnable de b, on peut par approximations successives ajuster Nu avec la valeur donnée par (4.44).

La température moyenne approchée de l'eau (fluide froid) est :

$$< T_f > = \frac{T_{fe} + T_{fs}}{2} = \frac{16 + 45}{2} = 30,5°C$$

La conductivité correspondante (voir tables) est $\lambda_f = 0{,}612\ W/m.K$.

Essayons avec $R_2 - R_1 = b = 3\ mm$ (ce qui fait $\dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{10+3}{10} = 1{,}3$).

$$Nu = \frac{500 \times 2 \times 3.10^{-3}}{0{,}612} = 4{,}92$$

D'après (4.44), pour obtenir cette valeur de Nu, il faudrait un rapport $R_2/R_1 = 1{,}05$ environ, soit $b = 0{,}5\ mm$, ce qui est trop faible. Essayons avec b un peu plus élevé, pour augmenter Nu.

Par exemple, avec $b = 3{,}2\ mm$ (soit $R_2/R_1 = 1{,}32$), $Nu = 5{,}23$ ce qui correspond à peu près à un rapport $R_2/R_1 = 1{,}35$ dans (4.44). On admettra donc comme valeur approchée :

$$\boxed{b = 3{,}2\ mm}$$

On vérifie enfin le Reynolds :

$$Re_f = \frac{V_f\, D_h}{\nu_f} = \frac{q_{mf}}{\rho_f\, S_f}\,\frac{2b}{\nu_f}$$

avec $\nu_f = 0{,}083.10^{-5}$ à $< T_f > = 30{,}5°C$ et, en première approximation $S_f = b \times \pi\,(d + 2\,(b/2))$ surface d'un rectangle de hauteur b et de longueur égale à la circonférence moyenne de l'annulaire, soit $\pi(d+b)$ (N.B. le diamètre moyen est $d+b$, et le diamètre extérieur $d+2b$, voir Problème 1).

D'autre part, $q_{mf} = 0{,}6 kg/mn = \dfrac{0{,}6}{60}\ kg/s$

$$Re_f = \frac{q_{mf}}{\rho_f}\,\frac{2b}{b\pi(d+b)}\,\frac{1}{\nu_f} = \frac{0{,}6}{60 \times 10^3}\,\frac{2}{\pi\,(20+3{,}2)\,10^{-3}}\,\frac{1}{0{,}083.10^{-5}}$$

$$Re_f = 331$$

L'écoulement est bien laminaire.

Commentaires

Dans cet exercice, on doit en particulier chercher une caractéristique géométrique de l'échangeur permettant de respecter les conditions thermiques imposées.

On a en plus l'occasion d'aborder régime de transition et écoulement annulaire.