

# CHAPITRE III

## DIAGRAMMES ET LE PRINCIPE DU CHOIX DES MATERIAUX

### III.1 Introduction

Les diagrammes de choix des matériaux sont une façon utile de représenter les propriétés techniques des matériaux. Ils regroupent les informations sous une forme compacte et facilement accessible. Ils montrent l'étendue des valeurs des différents grandeurs dont dispose le concepteur et permet d'identifier les familles de matériaux correspondant à des sous-intervalles des valeurs.

### III.2 Principe des diagrammes

Les propriétés des matériaux techniques présentent un éventail caractéristique de valeurs. Une façon de représenter ces caractéristiques est de tracer un histogramme comme celui de la **figure III.1** pour le module Young par exemple. Chaque barre représente un matériau, dont la longueur rend compte de l'intervalle de valeur que peut prendre le module Young de ce matériau sous ses différentes formes. Les matériaux sont repartis par familles, qui couvrent chacune un intervalle caractéristique : les métaux se situent en haut de l'échelle, les polymères vers le bas et les céramiques couvrent un vaste intervalle, des modules Young les plus basses aux plus élevées.

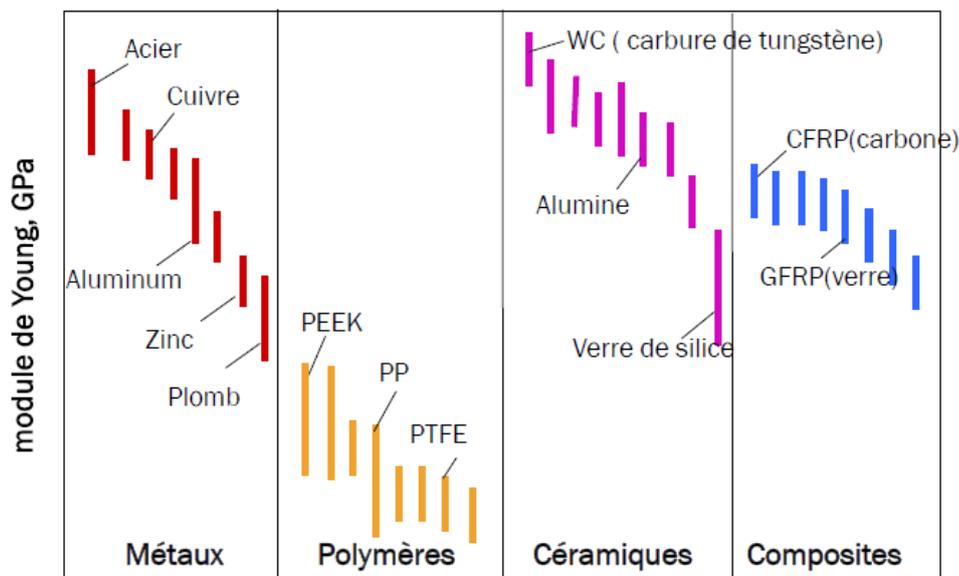


Figure III.1 : Histogramme des modules Young

On peut rendre compte de beaucoup plus d'informations en présentant les propriétés selon la figure suivante, c'est-à-dire en les associant 2 par 2. selon cette figure par exemple le **module E** est représentée en fonction de **la densité  $\rho$**  en utilisant des échelles logarithmiques. Les échelles des axes sont choisies de façon à inclure tous les matériaux, des plus légères et moins solides des mousses jusqu'aux métaux les plus rigides et lourds.

On se rend compte alors que les données concernant une famille de matériaux se regroupent sur le diagramme et ces matériaux peuvent être rassemblés dans une enveloppe de propriétés.

On peut aller plus loin. En choisissant les axes de façon à avoir des informations supplémentaires peuvent être ajoutées, comme par exemple :

- La vitesse des ondes longitudinales  $\left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/2}$  sur le diagramme module-densité.
- L'énergie de rupture  $G_{IC}$  sur le diagramme ténacité-module.
- La chaleur spécifique volumique  $\rho C_v$  sur le diagramme conductivité thermique-diffusivité thermique.

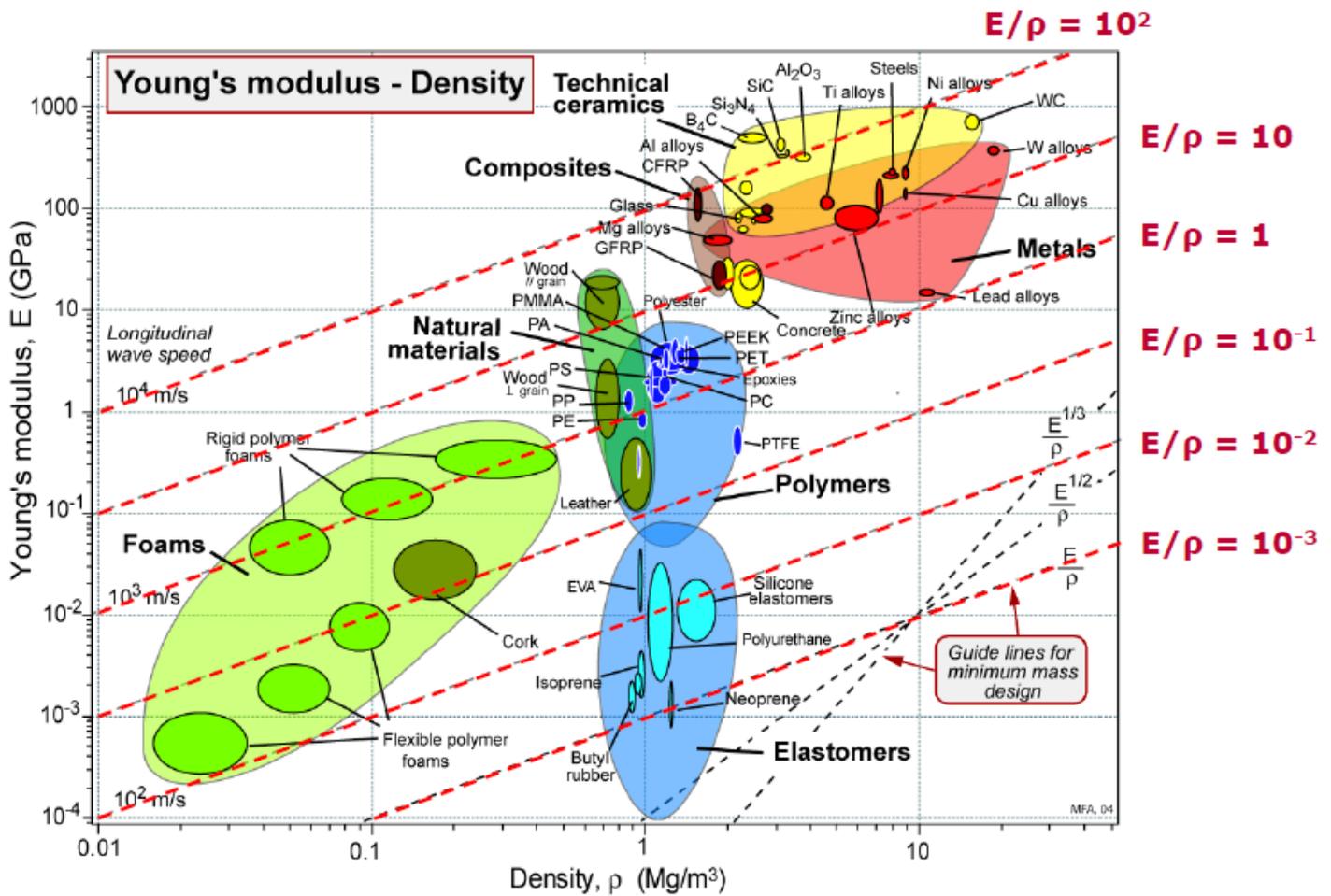


Figure III.2 diagramme module-densité. Les droites représentent la vitesse des ondes longitudinales. Les droites directrices  $E/\rho$  servent au choix des matériaux.

**Remarque :** les diagrammes présentent les données pour ces propriétés et pour les neuf familles de matériaux. Ils ont élargi la liste de six familles en faisant la distinction entre :

- Les composites, les mousses et les bois, même si tous sont des matériaux composites.
- Les céramiques techniques à haute résistance (carbure de silicium) et les céramiques poreuses à faible résistance (comme la brique).
- Les élastomères (caoutchouc) et les polymères rigides (nylon).

Tableau III.1 Familles des matériaux et membres de chaque famille.

Famille	Membres	Abréviation
Métaux et alliages	Aciers	Aciers
	Alliages d'aluminium	Alliages Al
	Alliages de cuivre	Alliages Cu
	Alliages d'étain	Alliages Sn
	Alliages de magnésium	Alliages Mg

Polymères techniques (thermoplastiques et thermodurcissables)	Époxydes	EP
	Mélamines	MEL
	Polyacétals	POM
	Polycarbonate	PC
	Polychlorure de vinyle	PVC
	Polyesters	PEST
	Polyéthylène basse densité	LDPE
	Polyéthylène haute densité	HDPE
	Polyméthacrylate de méthyle	PMMA
	Polypropylène	PP
Céramiques techniques (céramiques évoluées pouvant supporter des charges)	Polytétrafluoroéthène	PTFE
	Alumine	$Al_2O_3$
	Carbure de silicium	SiC
	Diamant	C
	Nitrure de silicium	$Si_3N_4$
	Sialons	Sialons
Composites techniques (on distingue les composites uniaxiaux des stratifiés)	Zircone	$ZrO_2$
	Polymère renforcé fibres de carbone	CFRP
Céramiques poreuses	Béton	Béton
	Brique	Brique
	Ciment	Ciment
	Porcelaine	Porcelaine
	Roches usuelles	Roches
	Terre cuite	Terre
Verres (de silicate ordinaires)	Silice	$SiO_2$
	Verre borosilicaté	Verre-B
	Verre sodique	Verre-Na
Bois (on distingue les propriétés parallèles aux fibres, celles perpendiculaires et les dérivés du bois)	Balsa	Balsa
	Chêne	Chêne
	Dérivés du bois	Bois
	Frêne	Frêne
	Pin	Pin
	Sapin	Sapin
Élastomères (caoutchoucs naturels et synthétiques)	Butyle dur	Butyle dur
	Butyle mou	Butyle mou

### III.3 Principes du choix des matériaux

Les composantes mécaniques ont une masse, supportent des charges, conduisent la chaleur et l'électricité, sont exposées à l'usure et à la corrosion, sont faites d'un ou de plusieurs matériaux, ont une certaine géométrie et, enfin, doivent être fabriquées.

Normalement le choix d'un matériau est imposé par la conception, mais parfois c'est l'inverse : un nouveau produit ou les améliorations sur un produit existant rendues possible par un nouveau matériau.

Le choix d'un matériau ne peut se faire indépendamment du choix d'un procédé de mise en œuvre de ce matériau.

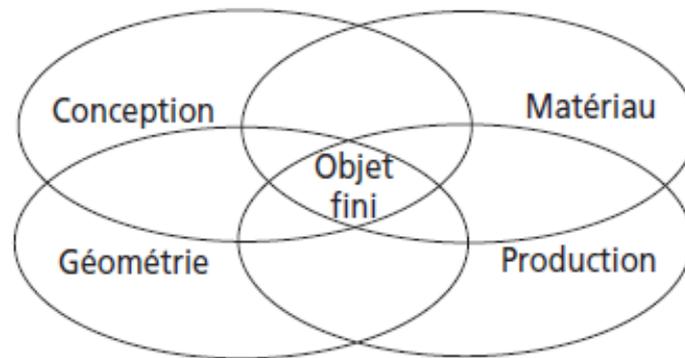


Figure III.3 : Procédure de réalisation d'un objet fini.

**Par exemple :** une barre supporte un effort de traction, une poutre supporte un moment de flexion, un arbre supporte un couple de torsion et une colonne supporte des charges en compression. En concevant ces composants, le concepteur a un objectif : le rendre le plus léger possible (aéronautique), le plus sûr (nucléaire) le moins cher etc. Cet objectif doit être atteint en faisant face à des contraintes. Certaines contraintes peuvent être traduites directement en termes de **limites de propriétés des matériaux** : elles permettent de ne retenir que les matériaux dont les propriétés sont comprises dans ces limites. Les indices de performance, qui sont des combinaisons de propriétés, permettent de classer les matériaux : ils chiffrent la performance d'un matériau pour une application donnée. Pour cela :

- On passe en revue et on classe des matériaux pour établir une liste de candidats,
- Puis on recherche des informations complémentaires détaillées sur chaque candidat, pour pouvoir faire le choix final

### III.4 Stratégie de choix

La **figure III.4** montre comment l'univers des matériaux peut être subdivisé en familles, classes, sous-classes et membres. Chaque membre est caractérisé par un jeu d'attributs, ses propriétés.

Ce membre possède un jeu d'attributs parmi lesquels on trouve ses propriétés mécaniques, thermiques, électriques et chimiques, ses caractéristiques de mise en œuvre, son coût et sa disponibilité, son impact environnemental. Cela forme ce que nous appelons son **profil de propriétés**. Choisir un matériau consiste à trouver la meilleure concordance entre les profils de ces propriétés et ceux définis par la conception.

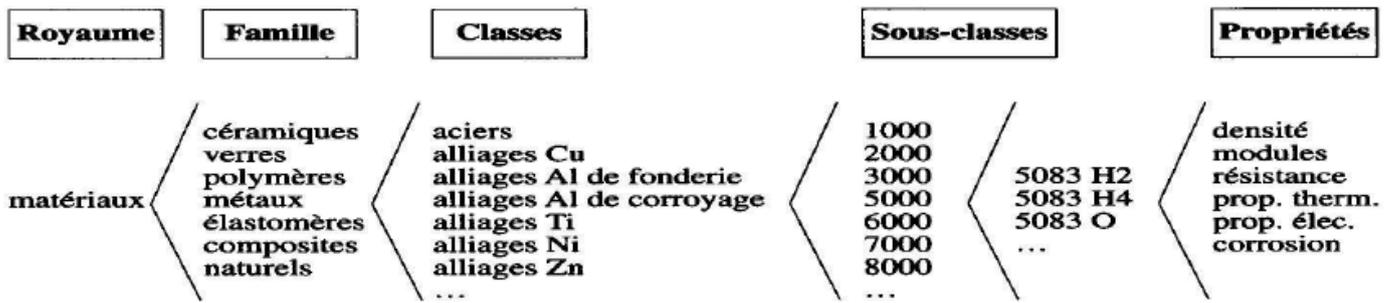


Figure III.4 : classification des matériaux se de leurs attributs.

### III.4.1 Etablissement des limites de propriété et des indices de performance

Le choix procède par étapes successives :

**Les limites de propriétés** isolent les familles de matériaux possibles (on passe en revue l'ensemble des matériaux de façon à éliminer ceux dont les propriétés sont en dehors des limites fixées).

Exemple : si le composant doit fonctionner à 250 °C, alors tous les matériaux ayant une température maximale de service inférieure seront éliminés.

**Les indices de performance** chiffrent les capacités de chaque matériau par rapport aux exigences et permettent un classement des matériaux retenus.

Un indice de performance est une combinaison de propriétés qui caractérise la performance d'un matériau pour une application donnée.

Par exemple, pour les composants mécaniques les plus simples :

- une barre supporte un effort de traction
- une poutre supporte un moment de flexion
- un arbre supporte un couple de torsion
- une colonne supporte des charges en compression

En concevant ces composants, le concepteur a un objectif :

- ❖ le rendre le plus léger possible (aéronautique)
- ❖ le plus sûr (nucléaire)
- ❖ le moins cher

Donc la conception d'un composant mécanique comprend trois types de spécifications :

- ✚ les exigences fonctionnelles .....F
- ✚ la géométrie.....G
- ✚ les propriétés du matériau dans lequel il est fait.....M

La performance cherchée :  $P = f(F, G, M)$

Où P correspond à un certain aspect de la performance du composant (par exemple masse, volume, coût, durée de vie). Une conception optimum passe par le choix d'un matériau et d'une géométrie qui maximise ou minimise la valeur de P.

### III.4.2 Choix des matériaux : Méthodologie

La fonction, les objectifs et les contraintes définissent les conditions limites pour le choix d'un matériau.

Trois questions à se poser lors du choix d'un matériau

1. Que fait la composante ? (**FONCTION**)
2. Que faut-il maximiser ou minimiser ? (**OBJECTIF**)
3. Quelles sont les conditions non négociables et/ou négociables ? (**CONTRAINTE**)

1) **Fonction objet: à quoi sert-il?**

**Ex: supporter une charge en traction, en compression, transmettre le courant,....**

2) **Objectif: Que faut-il optimiser?**

**Ex: maximiser la résistance, minimiser le prix, minimiser le poids**

3) **Contraintes: Négociables ou non?**

**Ex: force appliquée, dimensions imposées, Conditions imposées (faible déformation, bon conducteur, pas de rupture,....**

4) **Lois physique régissant le problème**

**Ex: l'élasticité (la loi de Hook)**

**Résistance  $\sigma < R_m$**

5) **Expression de l'objectif: fonction des paramètres fonctionnels, géométriques et du matériau**

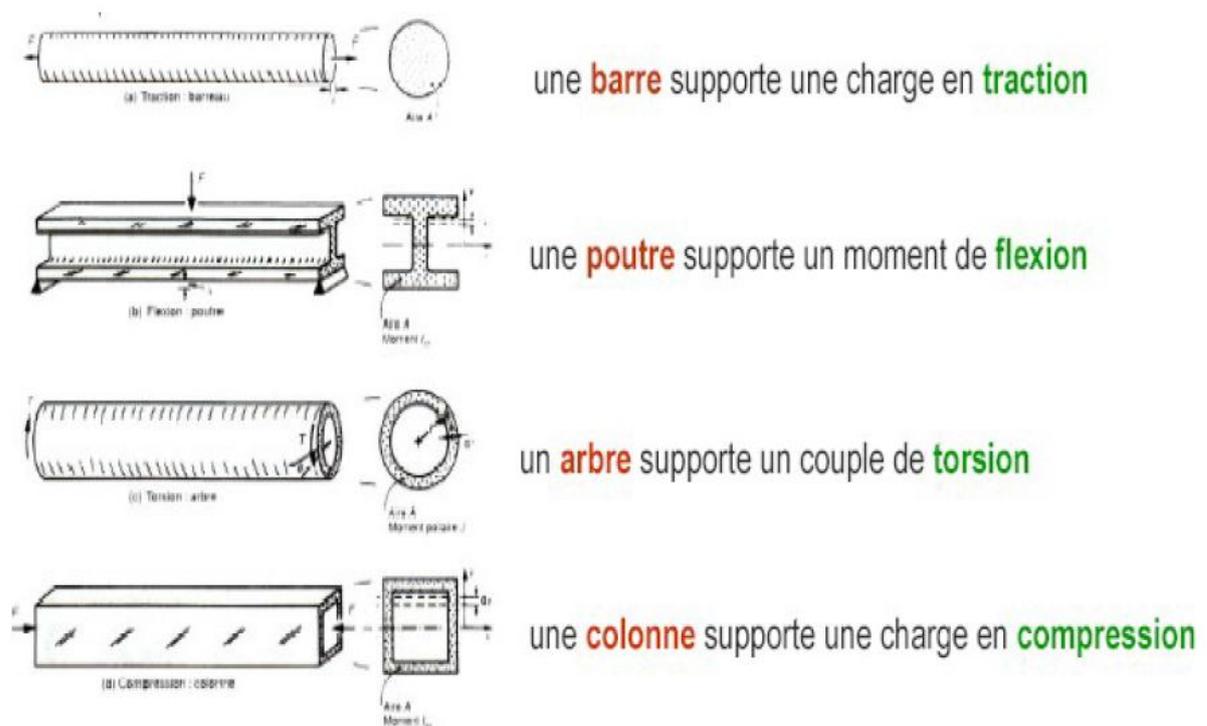


Figure III.5 : une barre chargée : en traction, flexion, torsion et en compression.

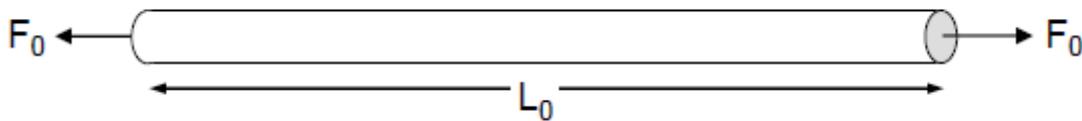
### Exemple 1 : Indice de performance pour une barre rigide et légère

Prenons un exemple simple : cas de la sélection d'un matériau pour une pièce sollicitée en traction, devant avoir une rigidité donnée (c'est-à-dire ne s'allongeant pas de plus de  $\epsilon_0$ ) et possédant une masse minimale.

C'est un cas fréquemment rencontré dans l'industrie des transports. Il est clair que le matériau recherché devra être léger et avoir un module d'élasticité élevé : mais cette constatation intuitive n'est pas suffisante pour le choisir.

On pourrait résumer la conception dans le tableau suivant :

<b>FONCTION</b>	doit supporter une charge de traction
<b>OBJECTIF</b>	minimiser la masse
<b>CONTRAINTE</b>	la <i>déformation</i> provoquée par une charge <b>F</b> ne doit pas dépasser un certain niveau



Partons de l'objectif à atteindre

$$m = \rho \cdot v = \rho \cdot L_0 \cdot S$$

Si  $S$  est la section de la pièce, sous la charge imposée  $F_0$ , le critère de déformation imposée s'écrit :

$$\epsilon \leq \epsilon_0$$

$$\epsilon = \sigma/E \leq \epsilon_0$$

$$\epsilon = \sigma/E = F_0/SE \leq \epsilon_0$$

c'est-à-dire :

$$S \geq F_0/(\epsilon_0 E)$$

La section minimale pour que la déformation de la pièce soit limitée à  $\epsilon_0$  s'écrit donc :

$$S_{\text{mini}} = F_0/(\epsilon_0 E)$$

la masse minimale de la barre est égale à :

$$m_{\text{mini}} = \rho \cdot L_0 \cdot S_{\text{mini}}$$

$$m_{\text{mini}} = \rho \cdot L_0 \cdot (F_0/(\epsilon_0 E))$$

$$m_{\text{mini}} = (F_0/\epsilon_0) L_0 \cdot (\rho/E)$$

Le matériau qui donnera la masse minimale sera celui qui maximise le rapport  $E/\rho$

Cette combinaison de propriétés ( $E/\rho$ ) est l'indice de performance pour une pièce à rigidité imposée en traction et à masse minimale.

Cet exemple simple illustre la méthode générale pour déterminer les indices de performance :

- on part de l'objectif (la performance à optimiser)
- dans cette équation de départ on élimine les variables libres à partir des équations données par les contraintes.
- Le résultat est une expression de la performance à optimiser qui distingue les spécifications fonctionnelles, la géométrie et une combinaison de propriétés du matériau.

$$m_{\text{mini}} = (F_0/\epsilon_0) L_0 \cdot (\rho/E)$$

spécifications  
fonctionnelles

paramètres  
géométriques

propriétés du  
matériau

Équation que l'on peut généraliser sous la forme :

$$p = f_F \cdot f_G \cdot f_M$$

performance

spécifications  
fonctionnelles

paramètres  
géométriques

propriétés  
du matériau

Le choix du matériau est donc seulement défini par un indice de performance (I) qui permet d'optimiser P en optimisant  $f_M$ .

### Exemple 2 : Indice de performance d'une barre légère et résistante

On veut concevoir une barre cylindrique de longueur donnée  $l$  capable de supporter une force de traction  $F$  sans casser, et qui doit être la plus légère possible. Ici, « maximise la performance » signifie « minimiser la masse tout en supportant la charge  $F$  en toute sécurité ». La fonction, l'objectif et les contraintes sont données dans le tableau suivant :

<b>FONCTION</b>	doit supporter une charge de traction
<b>OBJECTIF</b>	minimiser la masse
<b>CONTRAINTE</b>	Doit supporter $F_0$ fixée sans se déformer plastiquement ni se rompre

$$m = A l \rho$$

Avec  $A$ , l'aire de la section transversale et  $\rho$ , la densité du matériau. La longueur  $l$ , ainsi que la force  $F$ , sont spécifiées et sont donc des valeurs fixes. La section  $A$ , par contre, est une variable libre. Il est possible de réduire la masse en réduisant la section, mais il y a une contrainte : l'aire de la section doit être suffisante pour supporter la charge en traction  $F$ , ce qui exprime par :

$$\frac{F}{A} \leq \sigma_f$$

Avec  $\sigma_f$ , la résistance du matériau.

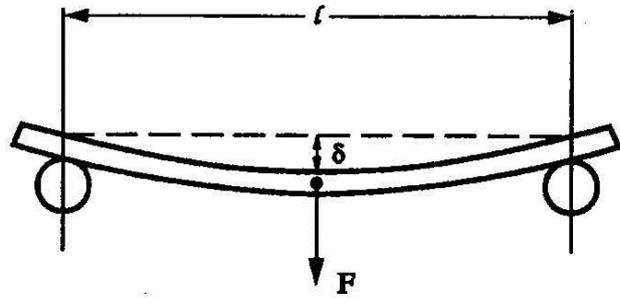
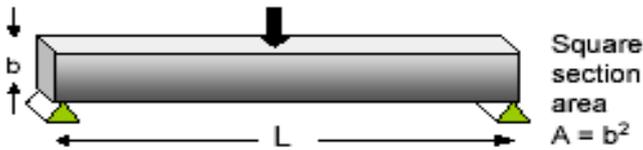
$$\begin{cases} m = A l \rho \\ \frac{F}{A} \leq \sigma_f \end{cases} \Rightarrow m = (F) \times (l) \times \left( \frac{\rho}{\sigma_f} \right)$$

Pour minimiser la masse «m» ( $F$  et  $l$  sont constants), il faut maximiser l'indice de performance appelé « résistance spécifique »

$$M = \left( \frac{\sigma_f}{\rho} \right)$$

**Exemple 3 : indice de performance d'une poutre légère et rigide**

Considérons une poutre légère de section carrée  $b \times b$  et de longueur  $l$  chargée en flexion (dans le cas des bras d'aile ou des clubs de golf), avec une contrainte sur sa rigidité  $S$  qui dit que la flèche de déformation ne doit pas dépasser une valeur  $\delta$  sous une charge  $F$ .



La fonction, l'objectif et les contraintes sont données dans le tableau suivant :

<b>FONCTION</b>	Poutre en flexion (de section $S$ )
<b>OBJECTIF</b>	minimiser la masse (Poids minimum)
<b>CONTRAINTE</b>	Longueur $l$ spécifiée supporter une charge en flexion $F$ sans trop déformer

Les équations exprimant les contraintes issues de la RDM :

La rigidité :  $S = \frac{F}{\delta} = \frac{C_1 EI}{l^3}$

Avec  $E$ , le module d'Young,  $C_1$  une constante qui dépend de la distribution de charge et  $I$ , le moment quadratique de la section, égale pour une poutre carrée à :  $I = \frac{b^4}{12}$

La masse  $m = A l \rho$

Poutre de section carrée:  $I = b^4/12$

$$S = \frac{C_1 E b^4}{12 l^3} \rightarrow b^2 = \sqrt{\frac{12 S l^3}{C_1 E}}$$

On trouve d'après le calcul :

$$m = \left( \frac{12 L^5 S^*}{C} \right)^{1/2} \left( \frac{\rho}{E^{1/2}} \right)$$

Les meilleurs matériaux pour une poutre légère et rigide sont ceux qui maximisent l'indice de performance :

$$M = \frac{E^{1/2}}{\rho}$$

On peut réduire le poids de la poutre en réduisant sa section, mais seulement tant que la contrainte portant sur la rigidité continue d'être satisfaite.

**Si la poutre à une section  $A=bxh$**  (si la hauteur  $h$  est libre):

La rigidité  $S = \frac{F}{\delta} = \frac{C_1 EI}{l^3}$  avec  $I = \frac{b \cdot h^3}{12}$

On trouve l'indice de performance

$$M = \frac{E^{1/3}}{\rho}$$

**Exemple 4 : Choix de matériaux pour construire une poutre à une section carrée à un coût minimum**

*Même travail sauf la masse  $m = A \cdot l \cdot \rho \cdot C_m$*

*Avec  $C_m$ , le coût au Kilo<sup>3</sup> du matériau de la poutre.*

$$m = C_m A l \rho = C_m b^2 l \rho = C_m l \rho \sqrt{\frac{12 S l^3}{C_1 E}}$$

**Séparer les variables**

$$m = \left( \sqrt{\frac{12S}{C_1}} \right) \left( \sqrt{l^5} \right) \left( C_m \rho \sqrt{\frac{1}{E}} \right)$$

Donc terme lié au matériau :

$$M = \frac{E^{1/2}}{C_m \rho}$$

**Procédure pour déterminer les indices de performance**

1. Identifier la caractéristique qui doit être optimisée (masse, coût, rigidité, etc.);
2. établir une équation pour cette caractéristique en terme de la fonction, de la géométrie et des propriétés du matériau;
3. Identifier les variables libres;
4. Identifier et classer les contraintes par ordre d'importance;
5. établir une équation pour chaque contrainte;
6. Substituer la variable libre dans la caractéristique à optimiser en fonction de sa valeur exprimée dans l'équation de la contrainte;
7. Grouper les variables de façon à isoler l'indice de performance.

## Exemples d'indices de performance

FONCTION, OBJECTIF, CONTRAINTE	INDICE
Barre résistante et légère	$\frac{\sigma_f}{\rho}$
Barre rigide et légère	$\frac{E}{\rho}$
Poutre (ou arbre) résistante et légère	$\frac{\sigma_f^{2/3}}{\rho}$
Poutre (ou arbre) rigide et légère	$\frac{E^{1/2}}{\rho}$
Colonne résistante et bon marché	$\frac{E^{1/2}}{c_m \rho}$

L'indice de performance représente un ensemble **de propriétés du matériau**.

Indice maximisé



performance maximisée

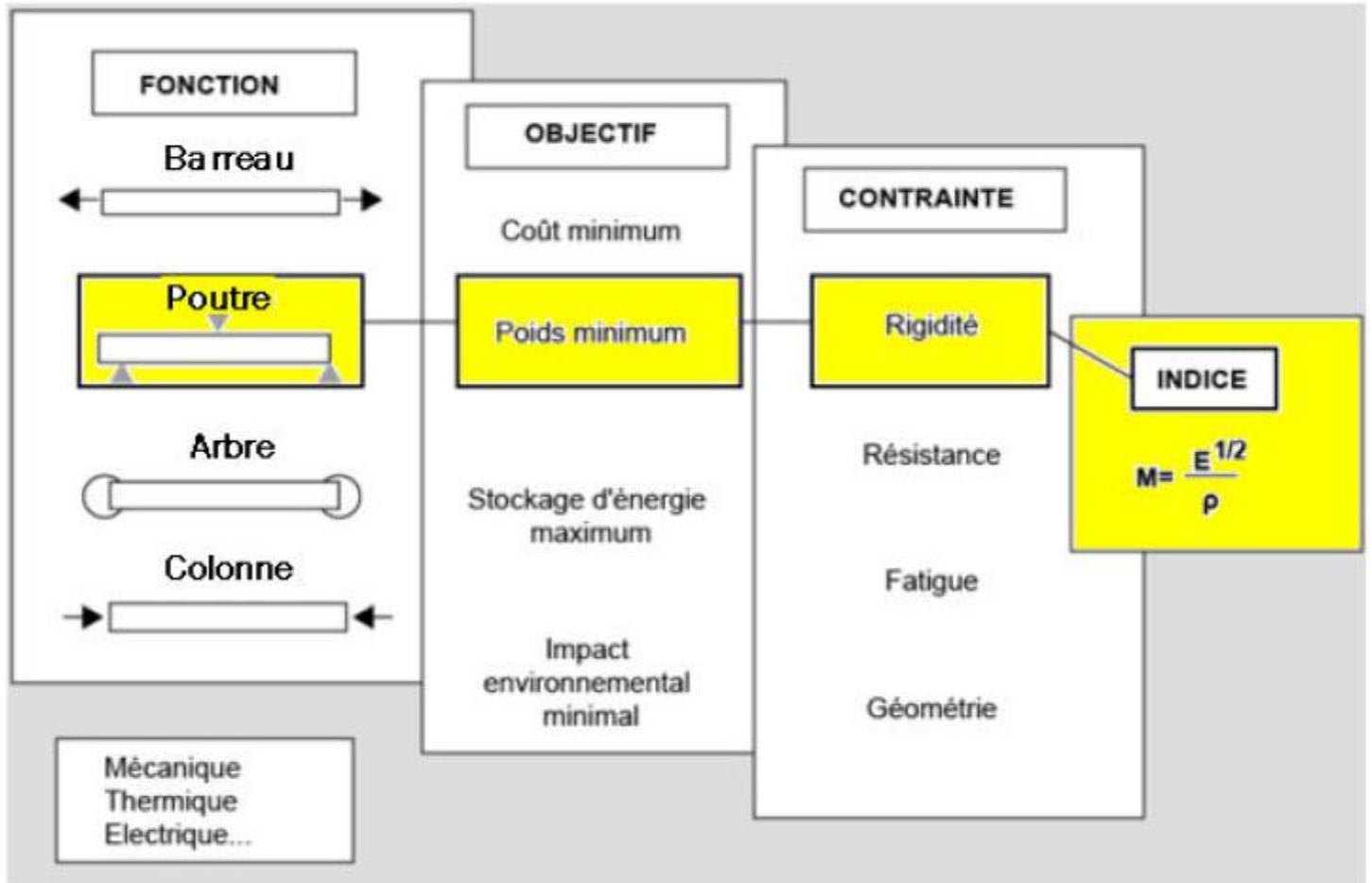
propriétés simples
densité $\rho$
module de Young $E$
limite élastique $\sigma_y$
coût $C$
limite d'endurance $\sigma_e$
conductivité therm. $\lambda$
coeff. expansion $\alpha$

Propriétés des  
physiciens

propriétés composées
$C \cdot \rho$
$E/\rho, E^{1/2}/\rho, E^{1/3}/\rho$
$\sigma_y/\rho, \sigma_y^{2/3}/\rho$
$E/C \cdot \rho, \sigma_y^{2/3}/C \cdot \rho$
$\sigma_e/\rho, \sigma_e^{2/3}/\rho$
$\lambda/\alpha$
$E\alpha/\sigma_y$

Propriétés des  
ingénieurs

## établissement des indices de performance



### III.5 procédure de choix

L'étape suivante consiste à trouver, parmi le groupe de matériaux qui sont dans les limites de propriété, ceux qui maximisent les performances du composant. Nous prendrons comme exemple celui de la conception de composants légers et rigides.

La figure ... donne, le diagramme module-densité en échelle logarithmiques. Les indices de performances  $\frac{E}{\rho}$ ,  $\frac{E^{1/2}}{\rho}$ ,  $\frac{E^{1/3}}{\rho}$  peuvent être représentés sur la figure.

Partant de la définition de l'indice de performance :

$$I = E/\rho$$

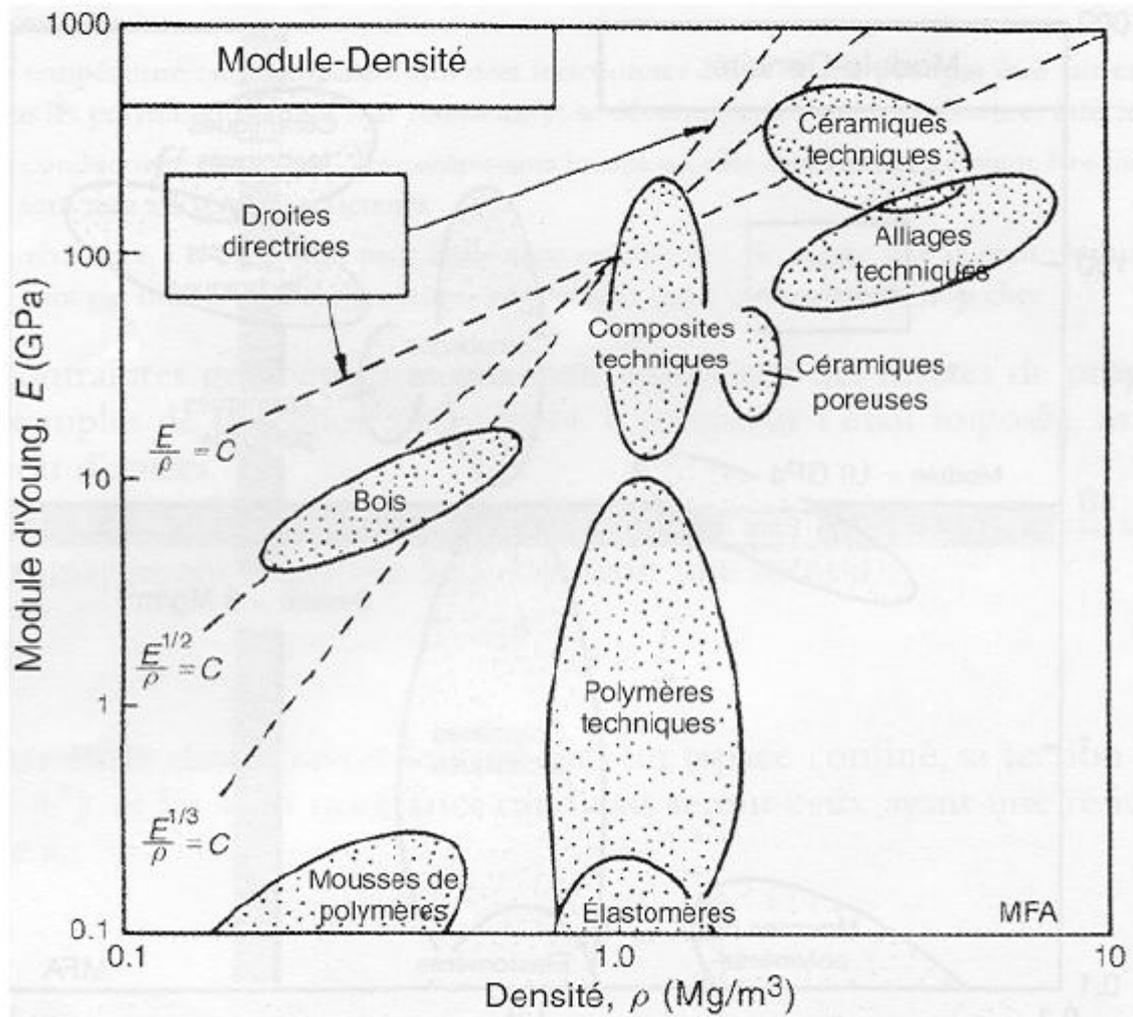
On déduit les relations :  $E = \rho * I$

$$\log E = \log \rho + \log I$$

Equation de la forme:  $y = ax+b$

Pour chaque valeur de l'indice de performance, nous obtenons sur la carte une droite de pente 1 sur laquelle les différents matériaux sont équipervormants.

- ✓ Les matériaux au-dessus sont meilleurs
- ✓ Les matériaux en dessous de la droite sont moins bons
- ✓ Les matériaux qui se trouvent sur une même droite de valeur constante C feront d'aussi bonnes poutres.



Sur le diagramme, chaque droite correspond à une valeur de la constante C