COURS N°3

FLEXION COMPOSEE

I . GENERALITES :

Une barre est dite soumise à la Flexion Composée si elle est soumise simultanément à la flexion et à la traction (ou Compression).

Remarque : Nous nous bornerons ici à l'étude des barres courtes (dont la longueur n'excède pas huit fois la plus petite dimension transversale). Dans ce cas nous pouvons ne pas prendre en considération flambage de la barre.

II . CONTRAINTES :

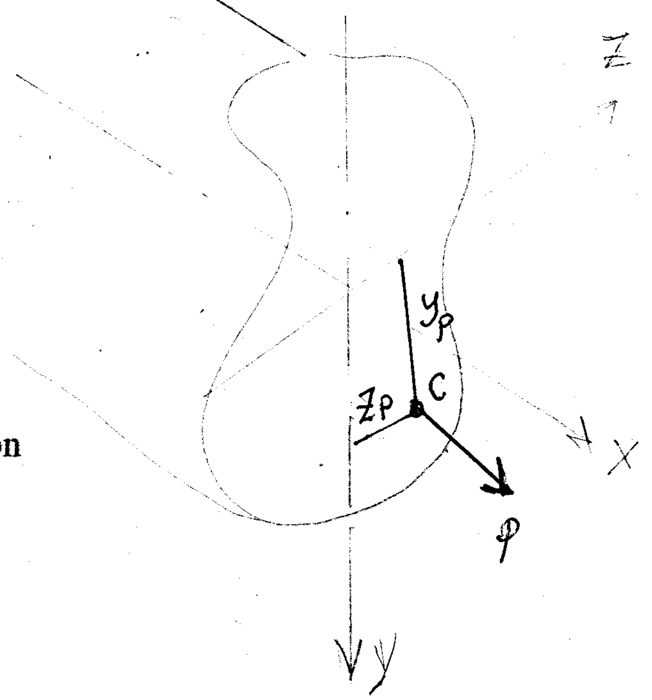
Nx , My , Mz : Provoquent des contraintes normales (σ_x)

Ty , Tz : Provoquent des contraintes tangentielles (τ_x)

Le cas général : $\sigma_x = (Nx/ S) + (My /Iy) Z + (Mz / Iz) y$

$$\tau_{xy} = (Ty \,.\, S_z / Iz \,.\, b) \quad , \quad \tau_{xz} = (Tz \,.\, S_y / Iy \,.\, b')$$

Cas de la traction (Compression) excentrée :



$N_x = P$, $M_y = P\, Z_p$, $M_z = P.Y_p$

$\sigma_x = P/S + (P.Z_p.Z)/ I_y) + (P.Yp.Y) /I_z$

$\sigma_x = P/S\, [1 + (Z_p\, Z/i^2_y) + (Y_p.Y/ i^2_Z)]$

Avec:

$i^2_y = I_y / S$; $i^2_Z = I_z/S$: rayon de giration

II. 1) Diagramme des contraintes normales :

Le diagramme des contraintes normales est composé par une composante due à (N_X) qui reste constante et celles provoquées par M_y , M_z qui sont des fonctions linéaires des coordonnées (Z) et (Y)

II-2 Axe Neutre :

L'axe neutre dans le cas de la flexion compose est détermine de la manière suivante :

$(Nx/S) + (My/Iy)Zo + (Mz/Iz)\,Yo = 0$

Yo , Zo : Sont les coordonnées de l'axe neutre .

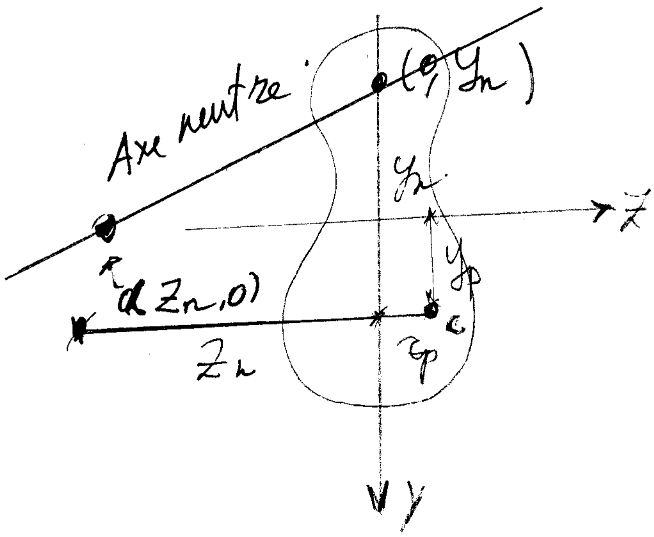
Remarque :

Dans le cas particulier de la traction (Compression) excentrée , ou la barre est chargée par une force , L'équation de l'axe neutre peut être caractérisée par :

$$1 + (Zp.\,Zo / i^2y) + (Yp.\,Yo / i^2y) = 0$$

En mettant (Zo = 0) Ou (Yo = 0) , On peut selon l'équation derniere les segments Yn , Zn interceptées sur les axes de coordonnées par l'axe neutre .

$$Zo = 0\ ,\quad Yn = -\,(i^2z/Yp)$$
$$Yo = 0\ ,\quad Zn = -\,(i^2y/Zp)$$



Remarque :
Dans le cas de la flexion composée , l'axe neutre ne passe pas par le centre de gravité .

II . 3) Contraintes normales maximales :

Les Contraintes Normales sont maximales pour les points les plus éloignés de l'axe neutre (Les points A, B).

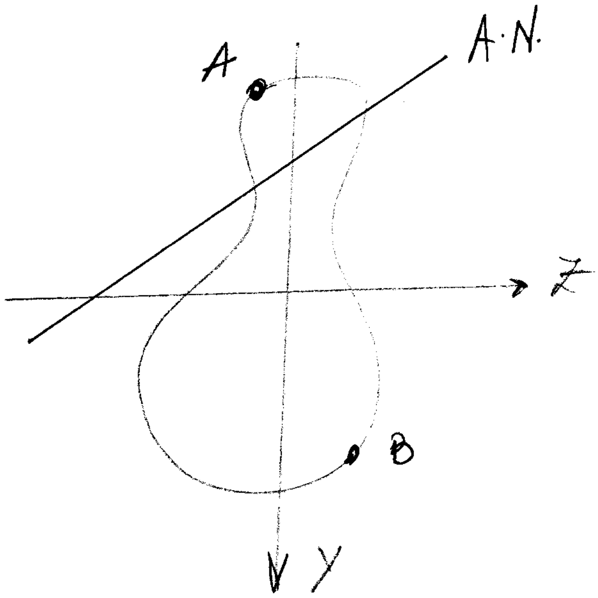
On peut obtenir les expressions de max σ_x à :

Max σ_x =Nx/S +My/Iy Ze + Mz/Iz Ye.

Ye , Ze : sont les coordonnées des points (A) ou (B).

Max σ_x = (Nx/S) $\pm$ (My/Wy) $\pm$ (Mz/Wz)

On sait qu'entre les 04 points angulaires il en existe un , le plus tendu



III . CALCUL A LA RESISTANCE:

Pour obtenir les sections dangereuses , on doit construire les diagrammes des efforts et ensuite on doit prendre en considération les sections ou les efforts atteignent les valeurs maximales .

III-1) Les Contraintes Normales :

Les contraintes normales sont maximales pour les points les plus éloignés de l'axe neutre (les points A et B)

Ordinairement , pour ces points , les contraintes tangentielles sont assez petites et même elles sont nulles .

Max $\sigma_x^+ \leq [\delta]^+$

Max $\sigma_x^- \leq [\delta]^-$

Dans le cas de la flexion composée , le calcul à la résistance s'effectue ordinairement uniquement à l'aide des deux vérificateurs .

III-2) contraintes Tangentielles :

Ordinairement Mx est maximale au centre de gravité de la section.

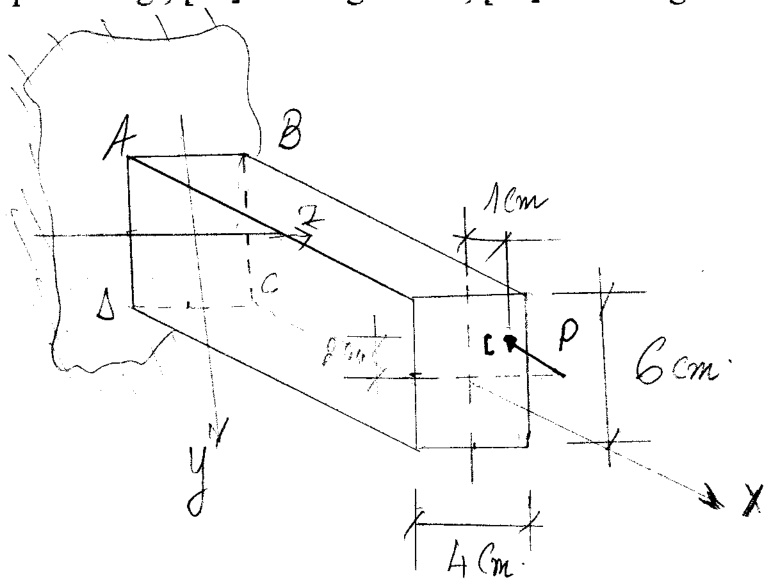
Dans le cas général de la flexion composée , le calcul à la résistance s'effectue que pour le cas des contraintes normales .

Exemple1 :

Pour la poutre indiquée sur la figure suivante :

1- Construire le diagramme des contraintes normales dans une section droite de la barre suivante.
2- Tracer la position de l'axe neutre.
3- Vérifier la résistance de la barre

En sachant que : p = 48 kg , $[\sigma]^+ = 3\ Kg/cm^2$, $[\sigma]^- = 20\ Kg/cm^2$



Solution :

1- Détermination des contraintes :

$\sigma_x = Nx/S + (My/Iy).Z + (Mz/Iz).y$

$S = 6.4 = 24\ cm^2$

$Iy = 6.4^3/12 = 32\ cm^4$, $Iz = 4.6^3/12 = 72\ cm^4$

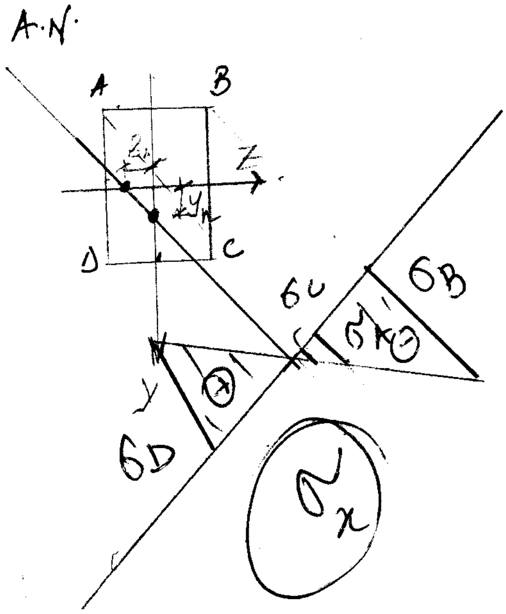
$Nx = -P = -48\ Kg$, $[My = -P.1 = -48\ Kg\ cm]$

$[Mz = P.2 = 96\ Kg\ cm]$

$\sigma_x = -48 / 24 + -(48/32).Z + (96/72).Y = -2 - (3/2) Z + (4/3).Y$

A :(Y=-3cm , Z = -2 cm) , σ_x = -2-3/2(-2)+ 4/3(-3) = -3 Kg/cm^2
B :(Y = -3 cm , Z = 2cm) , σ_x = -2-3/2 (2) +4/3(-3) = -9 Kg/cm^2
C :(Y = 3 cm , Z = 2cm) , σ_x = -2-3/2.2 +4/3.3 = -1 Kg/cm^2
D :(Y= 3cm , Z= -2 cm) , σ_x = -2 –3/2(-2) +4/3 .3 = 5 Kg/cm^2

2- Traçage de la position de l'axe neutre



Pour construire l'axe neutre , il faut calculer Yn , Zn.

Yn = - i^2z/Yp , Zn = -i^2y/Zn
Yp = -2cm , Zp = 1 cm S = 6x4 = 24 cm^2
Iz = 4 .6^3 /12 = 72 cm^2 , l^2_Z = IZ/S = 72/24 = 3 cm^2
IY = 6 .4^3 /12 = 32 cm^2 l^2y = Iy/S= 32/24 =-1.33 cm^2

Yn = l^2z/Yp = -3/(-2) = 1.5 cm
Zn = -l^2y/Zp = - 1.33/1 =-1.33 cm

3- Verification à la résistance.

Wy = 6 . 4^2/6 = 16 cm^2
Wz = 4.6^2/6 = 24 cm^2

Max σ_x = Nx/s $\pm$ My/Wy $\pm$ Mz/Wz

S =64 = 24 cm^2

Max σ_x^+ = Nx/S + My/Wy + Mz/Wz = -48/24 + 48/16 + 96/24 = 5 Kg/cm^2
Max σ_x^- = Nx/S -My/Wy - Mz/Wz = -48/24 - 48/16 - 96/24 = -9 Kg/cm^2

Max σ_x^+ = 5 Kg/cm^2 > [δ]$^+$ = 3Kg/cm^2 ok

Max σ_x^- = -9 Kg/cm^2 $\nless$ [δ]$^-$ =-20 Kg/cm^2 non

La condition de résistance n'est pas vérifiée pour le point le plus tendu.

IV. Calcul de la déformation, vérification à la rigidité

La déformation de la poutre est caractérisée par le déplacement de son axe.

N_x provoque $u(x)$

M_y " $v(x)$, $\theta(x)$

M_z " $w(x)$ $\theta'(x)$

$$u = \frac{N_x \cdot l}{E \cdot S}$$

$$f(x) = \sqrt{u^2(x) + v^2(x) + w^2(x)}$$

$$f_{max} \leq [f]$$

Rq : Dans le cas de la traction ou compression excentrée pour les barres courtes, on ne prend que l'action de N_x.

$$\max u \leq [u].$$