

Pertes de précontrainte

Introduction :

La contrainte de travail des aciers de précontrainte ne peut rester fixe, comme en béton armé par exemple, où la contrainte admissible des aciers limitée à une fraction de la limite élastique.

En effet, certains phénomènes qui n'avaient pas d'action sur la contrainte de l'acier en béton armé, interviennent de façon non négligeable, tels le frottement à la mise en tension des câbles, le recul à l'ancrage, la non-simultanéité de mise en tension des différents câbles, le retrait du béton, la relaxation des aciers, le fluage de béton. Ces phénomènes influencent la précontrainte directement par des effets qui se traduisent par des pertes, qu'elles atteignent leur valeur maximale au bout d'un certain temps ; mois, voire d'années.

La mise en tension des câbles de précontrainte s'effectue grâce à l'action de vérins hydrauliques. Au point le plus sollicité du câble, on évitera d'atteindre une valeur trop proche de la rupture de l'acier, c'est pourquoi on a fixé réglementairement une traction maximale de mise en tension appelée tension à l'origine et notée σ_{po} .

1. DEFINITION

D'une façon générale, on désigne sous le nom «perte de tension » ou «perte de précontrainte » toute différence entre l'effort exercé lors de sa mise en tension et l'effort qui s'exerce en un point donné d'une armature à un instant donné.

En post tension, l'effort de précontrainte varie à la fois :

- Dans l'espace, avec l'abscisse le long du câble, du fait de frottement ;
- dans le temps, à cause du retrait et du fluage du béton et de la relaxation des aciers.

En pré tension, l'effort de précontrainte varie principalement dans le temps du fait de l'application successive des actions.

2. TYPES DE PERTES

Les pertes de tension se divisent en deux groupes :

- Les pertes de tension instantanées : se produisant lors de la mise en tension des câbles de précontrainte.
- Pertes de tension différées : se produisant dans un temps plus au moins long après la mise en tension.

3. TENSION A L'ORIGINE

Les efforts de précontrainte sont variables le long des armatures et dans le temps. Ils sont évalués à partir de la valeur probable de la tension à l'origine, notée « σ_{po} ». Ils ne doivent pas non plus dépasser la plus faible des valeurs suivantes :

- **Min (0,80 fprg ; 0,90 fpeg)** en post-tension.
- **Min (0,85 fprg ; 0,95 fpeg)** en pré-tension

4. PERTES DE TENSION (EN POST-TENSION)

4.1. Pertes de tension instantanées

Dans le cas de la post-tension, les armatures de précontrainte subissent des pertes de tension instantanées qui sont :

- les pertes de tension par frottement ;
- les pertes de tension par recul de l'ancrage ;
- les pertes de tension par déformations instantanées du béton.

La valeur totale de ces pertes de tension instantanées, dans une section d'abscisse « x » de l'armature, est notée $\Delta\sigma_{pi}(x)$.

La tension au point d'abscisse x , après pertes de tension instantanées, appelée tension initiale, est notée : $\sigma_{pi}(x) = \sigma_{po} - \Delta\sigma_{pi}(x)$

4.1.1. Perte de tension par frottement

Les pertes par frottement sont provoquées par le frottement de l'acier des câbles sur la gaine métallique, ou plastique servant de conduit aux câbles. Lors de la mise en tension, le câble tiré du côté du vérin est fixe du côté opposé (ancrage mort dans le cas d'une mise en tension d'un seul côté). Le déplacement du câble à l'intérieur de la gaine est gêné par sa courbure s'il n'est pas rectiligne (le câble est « plaqué » sur le côté du centre de courbure), il en est de même en ligne droite, ni la gaine ni le câble ne sont rigoureusement rectilignes ; on admet en général une variation parasite de l'ordre de 0,5 à 0,75 ° d'angle équivalent par mètre de câble.

4.1.1. A. Câble courbe: relation courbure-force radiale

Supposons un élément de câble de longueur ds , de rayon de courbure r soumis à un effort de traction F (fig. 1). La force radiale p a pour résultante $P = pds$. La variation d'angle entre les deux extrémités de cet élément de câble vaut $d\alpha$. On a naturellement :

$$r = ds / d\alpha$$

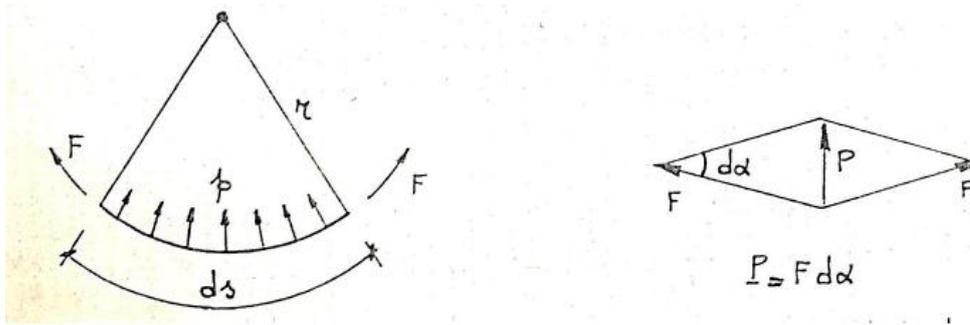


Fig.1. Force répartie radiale due à la courbure d'un câble tendu

L'équilibre des efforts donne: $\mathbf{P} = \mathbf{F}d\alpha = \mathbf{p}ds$

soit :

$$p = F \frac{d\alpha}{ds} = \frac{F}{r} \Rightarrow p = \frac{F}{r}$$

4.1.1. B. Frottement en courbe

Si f représente le coefficient de frottement, p la force radiale, par unité de longueur, le frottement par mètre linéaire vaut (fig. 2):

$$\phi = -fp = -fF \frac{d\alpha}{ds}$$

et la résultante du frottement dF vaut : $dF = \phi ds = -fF d\alpha$

d'où l'équation différentielle: $dF/F = -f d\alpha$

Qui s'intègre en : $F = F_0 e^{-f\alpha}$

La valeur de α à prendre en compte est représentée par la somme des variations d'angle du câble entre l'ancrage et le point étudié.

On détermine α en additionnant les angles du câble avec l'horizontale en chaque point d'inflexion, à son extrémité et au point étudié.

Dans le cas d'un câble gauche, on pourra, par souci de simplification, prendre la somme des déviations angulaires par rapport aux plans verticaux et horizontaux, parallèle à l'axe longitudinal de la poutre

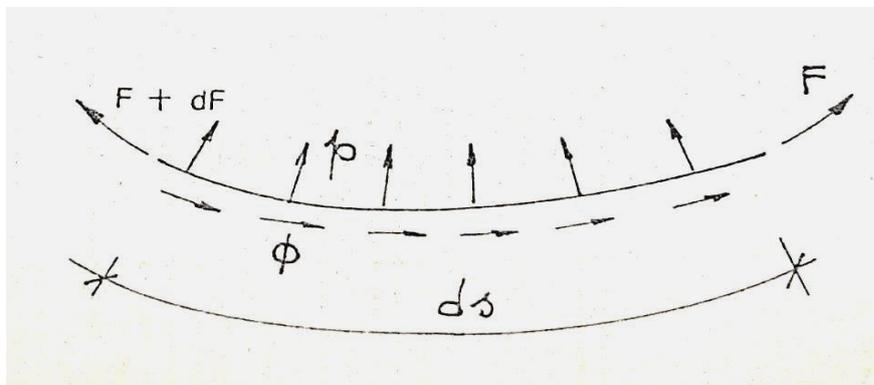


Fig.2 Force répartie radiale due à la courbure et linéaire due au frottement d'un câble tendu

Perte de tension par frottement

La tension appliquée σ_{p0} à l'origine diminue entre le point d'application et un point donné d'abscisse « x » (Figure 3), sa nouvelle valeur est donnée par la relation :

$$\sigma_p(x) = \sigma_{p0} e^{-(f\alpha + \varphi x)}$$

σ_{p0} : La tension à l'origine ;

e : La base des logarithmes népériens ;

f : Coefficient de frottement en courbe (rd-1) ;

α : Somme des déviations angulaires arithmétiques du câble sur la distance x (rd) ;

φ : coefficient de frottement en ligne (m-1) ;

x : la distance de la section considérée (m).

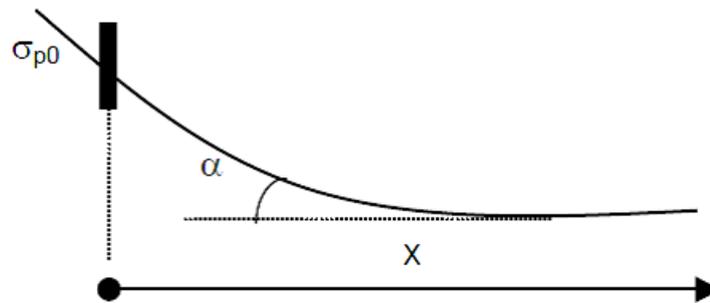


Figure.3

La perte de tension par frottement est estimée par la formule:

$$\Delta\sigma_{frot}(x) = \sigma_{p0} - \sigma_p(x) = \sigma_{p0} (1 - e^{-(f\alpha + \varphi x)})$$

Si l'exposant est faible, on peut admettre la relation suivante :

$$\Delta\sigma_{frot}(x) \cong \sigma_{p0} (f\alpha + \varphi x)$$

Le tableau suivant donne des valeurs des coefficients de frottement f et φ :

Cas	Nature des armatures	f		ϕ
		$3 \leq R \leq 6$ (en m)	$R \geq 6$ (en m)	
I Câbles ne traversant pas des joints ou surfaces de reprise	fils tréfilés ronds et lisses	$22-R/100$	0,16	0,002
	torons	$24-R/100$	0,18	
II Câbles traversant de nombreux joints ou reprises de bétonnage	fils tréfilés ronds et lisses	$24-R/100$	0,18	0,003
	torons	$26-R/100$	0,20	

4.1.2 Perte de tension par recul (glissement) de l'ancrage

Cette perte de tension résulte du glissement de l'armature par rapport à son ancrage, du tassement ou de la déformation de l'ancrage.

Ces pertes correspondent à un glissement des torons ou fils dans les clavettes et des clavettes dans les plaques d'ancrages lors de la détention du vérin et du blocage des clavettes. L'effort de traction exercé par le câble bloque par effet de coin les clavettes dans les ancrages. Ce glissement prend des valeurs de 1 à 12 mm suivant la puissance de l'ancrage et le procédé de précontrainte utilisé. Il figure dans la fiche d'agrément.

Ce mouvement qui a lieu en sens inverse de celui qui a été créé par la mise en tension, provoque un frottement de signe opposé au précédent. Dans le diagramme contrainte-abscisse, la droite représentative de la contrainte est de pente opposée à celle qui représente le frottement. La pente de cette droite, en valeur absolue, représente la perte de tension par unité de longueur.

Son influence diminue à partir de l'ancrage jusqu'à s'annuler à une distance « d » à partir de laquelle la tension demeure inchangée.

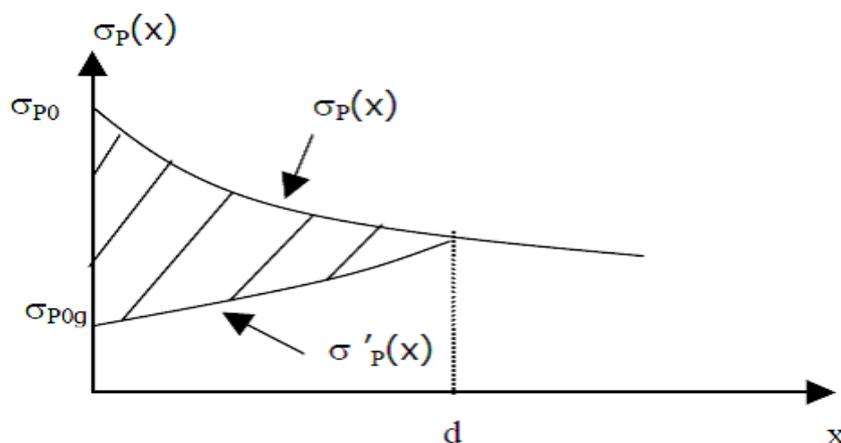


Figure 4

Le glissement à l'ancrage « g », qui dépend du type d'ancrage, est donnée par la relation :

$$g = \frac{1}{E_p} \int_0^d [\sigma_p(x) - \sigma'_p(x)] dx$$

En pratique, en assimilant les branches d'exponentielle à des droites, la perte par recule d'ancrage peut être évaluée à partir de l'aire d'un triangle (Figure 5).

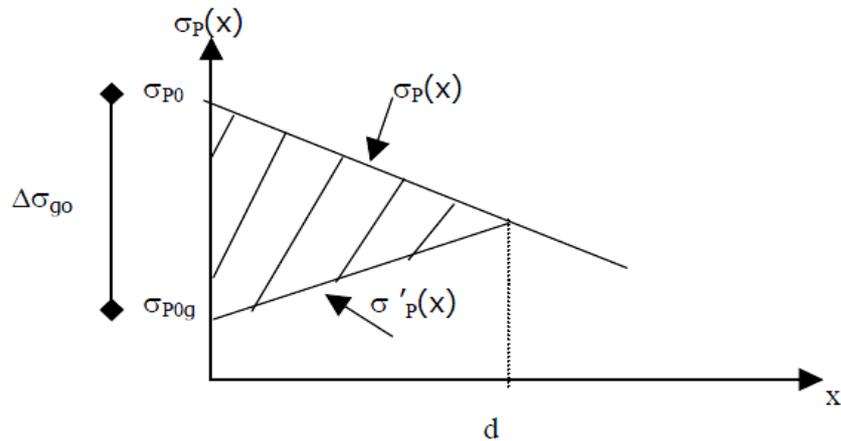


Figure 5

Dans ce cas, on a :

$$g E_p = (\sigma_{pA} - \sigma_{pA1}) \frac{d}{2}$$

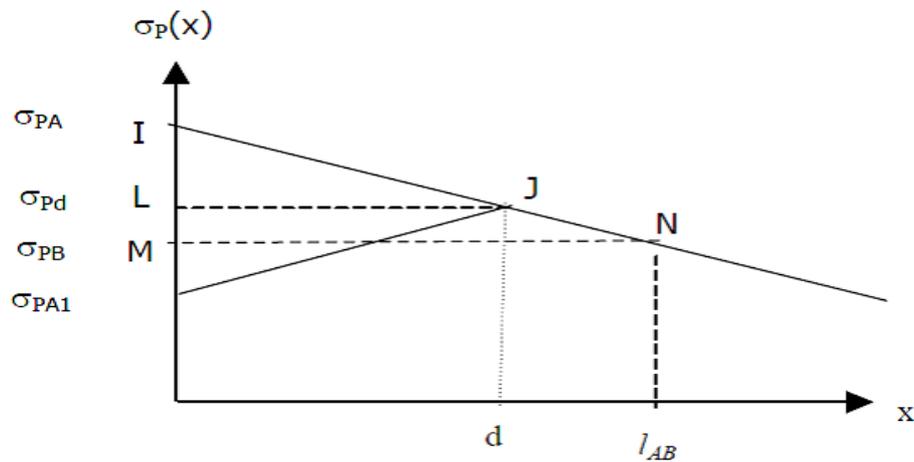


Figure 6

D'après la loi des triangles semblables **IJL** et **INM** on a :

$$\frac{\sigma_{pA} - \sigma_{pA1}}{2d} = \frac{\sigma_{pA} - \sigma_{pB}}{l_{AB}}$$

La longueur du glissement du bloc d'ancrage est donnée par :

$$d = \sqrt{\frac{gE l_{AB}}{\sigma_{pA} - \sigma_{pB}}}$$

$$\sigma_{PA1} = \sigma_{PA} - 2 \frac{d}{l_{AB}} (\sigma_{PA} - \sigma_{PB})$$

$$\sigma_d = \sigma_{PA} - \frac{d}{l_{AB}} (\sigma_{PA} - \sigma_{PB})$$

4.1.3 Perte de tension par déformations instantanées du béton (Non-simultanéité de mise en tension)

Supposons qu'une poutre soit armée avec plusieurs câbles de précontrainte. La mise en tension des câbles ne pouvant s'effectuer que câble par câble, la mise en tension du deuxième câble va entraîner un raccourcissement de la poutre et au premier câble; de même la mise en tension du troisième câble va entraîner un raccourcissement de la poutre et les deux premiers câbles et ainsi de suite.

La perte de tension qui résulte des déformations instantanées du béton dues à l'action des armatures de précontrainte et aux autres actions permanentes peut être assimilée à une perte moyenne affectant chacune des armatures et égale dans une section donnée :

$$\Delta\sigma_{\text{racc}}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{n} - 1}{2 \mathbf{n}} \frac{E_p}{E_{ij}} \sigma_b(\mathbf{x})$$

Avec :

n : nombre de gaines

E_p : module d'élasticité des armatures ;

E_{ij} : module instantané du béton au jour « j » ;

σ_b(x) : contrainte normale du béton :

$$\sigma_b(x) = \frac{P}{B_n} + \frac{Pe^2(x)}{I_n} + \frac{M(x)e(x)}{I_n}$$

$$P = (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{\text{frot}} - \Delta\sigma_{\text{recu}}) A_p$$

e(x) : excentricité du câble de précontrainte.

4.2. Pertes de tension différées

Dans le cas de la post-tension, les armatures de précontrainte subissent des pertes de tension différées qui sont :

- Perte de tension due au retrait du béton.
- Perte de tension due au fluage du béton.
- Perte de tension due à la relaxation de l'acier.

La valeur totale de ces pertes de tension différées, dans une section d'abscisse « x » de l'armature, est notée $\Delta\sigma_{pd}(x)$.

La tension au point d'abscisse x , après pertes de tension instantanées, appelée tension finale, est notée :

$$\sigma_{pf}(x) = \sigma_{po} - \Delta\sigma_{pi}(x) - \Delta\sigma_{pd}(x)$$

4.2.1 Perte de tension due au retrait du béton

Le retrait est un phénomène de raccourcissement du béton dans le temps, dû à une évaporation de l'eau excédentaire contenue dans le béton et à des réactions chimiques. Ce retrait a lieu dans les premiers mois après le coulage du béton.

La perte finale de tension due au retrait du béton est égale à :

$$\Delta\sigma_r = E_p \cdot \varepsilon_r [r(t) - r(t_1)]$$

ε_r : retrait total du béton

t_1 : l'âge du béton au moment de sa mise en précontrainte

$r(t)$: une fonction traduisant l'évolution du retrait en fonction du temps

Très souvent, on peut négliger $r(t_1)$ devant 1, ce qui conduit à la formule simplifiée suivante :

$$\Delta\sigma_r \approx E_p \varepsilon_r$$

4.2.2 Perte de tension due au fluage du béton

Le fluage est caractérisé par une augmentation de la déformation du béton dans le temps. Ainsi pour une pièce comprimée qui subit un raccourcissement instantané ε_i à la mise en charge, on constate que la déformation totale augmente et peut atteindre 3 fois la déformation instantanée.

Le fluage correspond à une déformation dans le temps à effort constant (et donc à longueur variable), la relaxation correspondant à une chute de tension (ou de compression) à longueur constante.

Lorsqu'une pièce est soumise, à partir de sa mise en précontrainte, à des actions permanentes subissant des variations dans le temps, la perte finale de tension due au fluage du béton est prise égale à :

$$\Delta\sigma_{fl} = (\sigma_b^M + \sigma_b^F) E_p / E_{ij}$$

- σ_b^M : contrainte maximale dans le béton; après les pertes instantanées.
- σ_b^F : contrainte finale dans le béton, après les pertes différées.
- j : l'âge du béton lors de sa mise en précontrainte.

- Si $\sigma_b^M \leq 1,5 \sigma_b^F$, il est loisible, à titre de simplification, d'évaluer la perte finale de tension due au fluage du béton à :

$$\Delta\sigma_{fl} = 2,5 \sigma_b^F \cdot E_p / E_{ij}$$

et comme $E_p / E_{ij} \approx 6$, on aura donc :

$$\Delta\sigma_{fl} = 15 \sigma_b^F$$

4.2.3 Perte de tension due à la relaxation de l'acier

La relaxation de l'acier est un relâchement de tension à longueur constante. Elle n'apparaît pour les aciers à haute limite élastique en béton précontraint que pour les contraintes supérieures à 30 ou 40% de leur contrainte de rupture garantie. Elle dépend de la nature de l'acier, de son traitement.

La perte finale de tension due à la relaxation de l'acier est donnée par

$$\Delta\sigma_{rel}(x) = \frac{6\rho_{1000}}{100} \left[\frac{\sigma_{pi}(x)}{f_{prg}} - \mu_0 \right] \sigma_{pi}(x)$$

$\sigma_{pi}(x)$: contrainte dans les armatures de précontrainte ; après les pertes instantanées.

ρ_{1000} : coefficient de relaxation à 1000 h, En général:

- $\rho_{1000} = 2,5 \%$ pour les aciers TBR.
- $\rho_{1000} = 8 \%$ pour les aciers RN.

f_{prg} : contrainte limite garantie à la rupture μ_0 étant un coefficient pris égal à :

- **0,43** pour les armatures à très basse relaxation (**TBR**).
- **0,30** pour les armatures à relaxation normale (**RN**).
- **0,35** pour les autres armatures.

4.2.4 Perte de tension différée totale

La formule donnée pour la relaxation suppose que la longueur de l'armature est constante ; or la perte par relaxation est diminuée par l'effet du raccourcissement due au retrait

et fluage du béton. Pour tenir compte de cette interaction, le BPEL propose de minorer forfaitairement la relation par le coefficient **5/6**.

Ainsi, La perte différée finale est prise égale à :

$$\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_{fl} + \frac{5}{6}\Delta\sigma_{rel}$$

Lorsqu'il est nécessaire de tenir compte de l'évolution des pertes de précontrainte en fonction du temps, on peut admettre que la valeur totale des pertes différées $\Delta\sigma_d(t)$, évaluée « j » jours après la mise en tension du groupe d'armatures considéré, suit la loi suivante :

$$\Delta\sigma_d(t) = r(j) \Delta\sigma_d$$

La fonction **r(j)** étant identique à la fonction **r(t)** :

$$r(j) = \frac{j}{j + 9r_m}$$