

Chapitre 4 : Couches limites

Pour un objet de forme donnée, les caractéristiques de l'écoulement dépendent très fortement de divers paramètres tels que la taille, l'orientation, la vitesse et les propriétés du fluide. Pour les écoulements externes typiques, le plus important de ces paramètres est le nombre de Reynolds, ($Re = \rho U l / \mu$), le nombre de Mach, ($Ma = U / c$).

Écoulement interne et externe: l'écoulement d'un fluide illimité sur une surface est traité comme un «écoulement externe» et si le fluide est complètement délimité par la surface, il est appelé «écoulement interne». Par exemple, l'écoulement sur une plaque plane est considéré comme un écoulement externe et l'écoulement à travers un tuyau / conduit est un écoulement interne.

Le nombre de Reynolds pour les écoulements interne (conduite) :

$$\begin{cases} \text{Laminaire: } Re < 2300 \\ \text{Transitoire: } 2300 < Re < 4000 \\ \text{Turbulent: } Re > 4000 \end{cases}$$

Le nombre de Reynolds pour les écoulements externe (plaque plane) :

$$\begin{cases} \text{Laminaire: } Re < 5 * 10^5 \\ \text{Turbulent: } Re \geq 5 * 10^5 \end{cases}$$

4.1 Développement de la couche limite :

Les écoulements autour de trois plaques planes de longueur l avec $Re = 0.1, 10$ et 10^7 sont représentés sur la Fig. 1. Si le nombre de Reynolds est petit, les effets visqueux sont relativement forts et la plaque affecte l'écoulement en amont, en avant, au-dessus, en dessous et derrière la plaque.

Dans les écoulements à faible nombre de Reynolds (les forces visqueuses sont plus importantes que les forces d'inertie), les effets visqueux sont ressentis loin de l'objet dans toutes les directions.

À mesure que le nombre de Reynolds augmente, l'écoulement est dominé par des effets d'inertie et les effets visqueux sont négligeables partout sauf dans une région très proche de la plaque et dans la région de **sillage** relativement mince derrière la plaque.

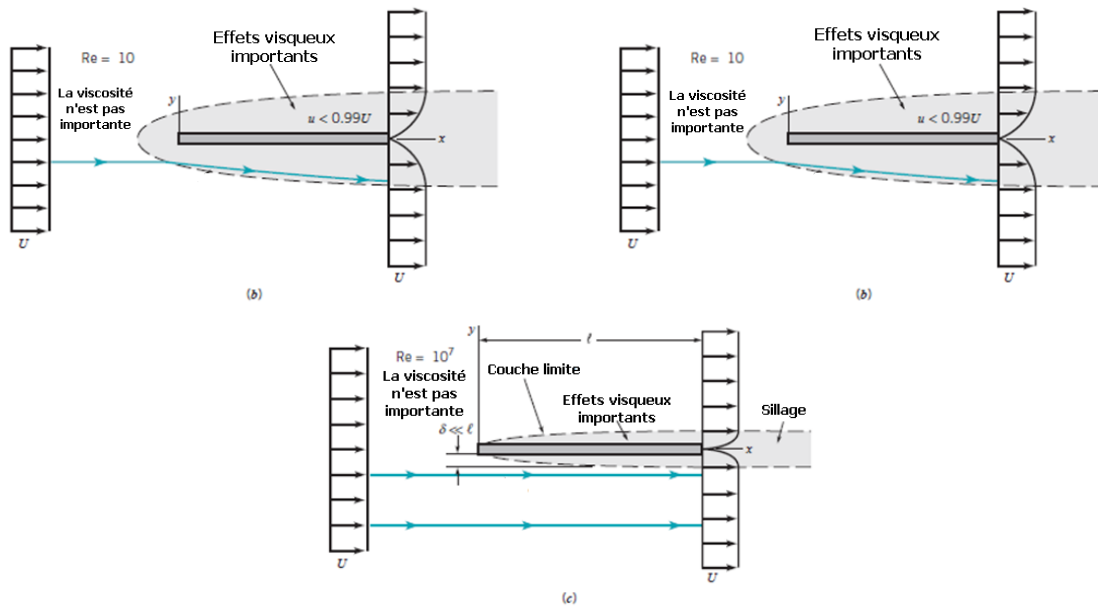


Fig. 1 : Comportement de l'écoulement visqueux au-delà d'une plaque plane parallèle à la vitesse amont: (a) écoulement à faible nombre de Reynolds, (b) écoulement à nombre de Reynolds moyen, (c) écoulement à grand nombre de Reynolds.

Pratiquement la couche limite change d'un régime à un autre. Après une certaine distance (du bord d'attaque de la plaque ou d'un obstacle), la couche limite devient turbulente. La transition d'une couche limite laminaire à une couche limite turbulente se produit à une valeur critique du nombre de Reynolds, Re_x , dans l'ordre de $5 \cdot 10^5$, dépendant de la rugosité de la surface et de la quantité de turbulence dans l'écoulement amont.

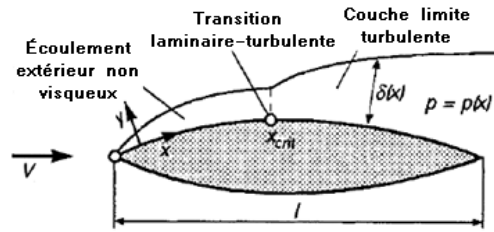


Fig. 2 : Développement de la couche limite

4.1.1 Le décollement et le sillage

La séparation d'écoulement est le détachement ou le décollement du fluide de la surface solide sous formes de tourbillons.

La séparation d'écoulement se produit lorsque la vitesse à la paroi est nulle ou négative montrée par un point d'inflexion sur le profil de vitesse. Elle est également causée par un gradient de pression défavorable dans le sens de l'écoulement ou par une discontinuité géométrique (Figure 3), par exemple des angles d'attaque plus élevés représentant un écoulement fortement décéléré où la perte d'énergie conduit à la séparation.

Le sillage à l'intérieur de la couche limite est la chose la plus importante à analyser afin de déterminer la trainée (et d'autres forces) vécues par le corps.

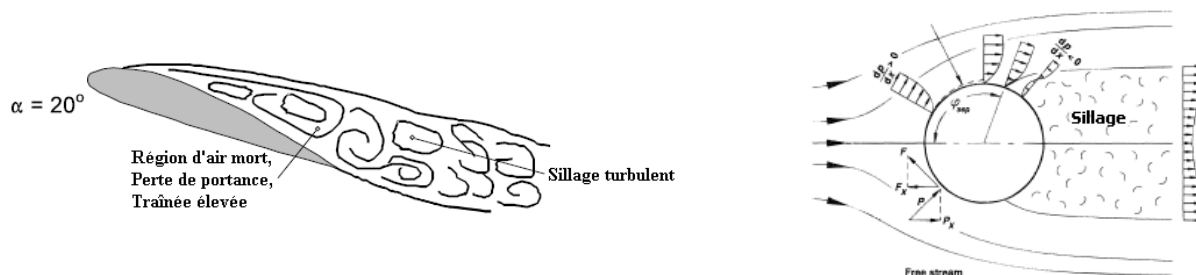


Fig. 3 : Décollement de la couche limite autour des corps profilés

4.1.2 Effets de décollement de la couche limite

L'effet des distributions de la pression et de la contrainte de cisaillement sur toute la surface du corps est une force aérodynamique résultante (R) et un moment résultant (M) sur le corps, comme il est montré sur la Figure 4. La force résultante (R), peut être décomposée en deux composantes comme représenté sur la Figure 4.

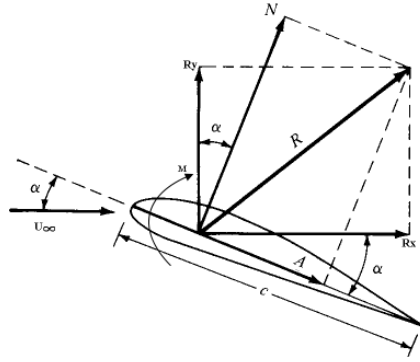


Fig. 4 : Moment et la force aérodynamique résultants sur un profil

- ✓ R_x ou F_L : force de portance, composante de R perpendiculaire à U_∞
- ✓ R_y ou F_D : force de traînée, composante de R parallèle à U_∞

Les coefficients adimensionnels de forces et du moment sont définis comme suit:

$$\text{Coefficient de portance : } C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho S U_\infty^2} \quad (1)$$

$$\text{Coefficient de traînée : } C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho S U_\infty^2} \quad (2)$$

$$\text{Coefficient du moment : } C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho S l U_\infty^2} \quad (3)$$

U_∞ : Vitesse du fluide approchant la limite (vitesse ambiante) ;

S : Surface de l'obstacle.

Le décollement est toujours associé à des pertes telles que l'augmentation de la traînée, diminution de la portance, le décrochage...etc.

4.2 Solutions approchées

4.2.1 Solution de couche limite laminaire (Prandtl/Blasius) ($Re < 5 * 10^5$)

En théorie, les détails de l'écoulement visqueux et incompressible au-delà de n'importe quel objet peuvent être obtenus en résolvant les équations de Navier – Stokes qui gouvernent.

Pour des écoulements laminaires bidimensionnels stationnaires avec des effets gravitationnels négligeables, ces équations se réduisent à ce qui suit:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

La conservation de la masse pour un écoulement incompressible est donnée par:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Comme le montre la figure 5, les conditions aux limites pour les équations gouvernante de la couche limite sont spécifiées de telle sorte que le fluide adhère à la plaque.

$$\text{à } y = 0 \Rightarrow u = v = 0 \quad (6)$$

$$\text{à } y \rightarrow \infty \Rightarrow u = U(x) \quad (7)$$

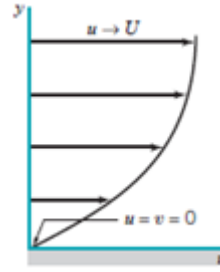


Fig. 5 : Epaisseur de la couche limite

En général, les solutions d'équations aux dérivées partielles non linéaires telles que les équations de couche limite, Eqs. 4 et 5 sont extrêmement difficiles à obtenir. **Blasius** a réduit les équations différentielles partielles à une équation différentielle ordinaire.

$$\frac{u}{U} = g\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

$$\frac{u}{U} = f'(\eta) \quad \text{avec} \quad \eta = y \left(\frac{U}{\nu x} \right)^{1/2} \quad (8)$$

La substitution de (8) dans les équations de la couche limite (4 et 5) réduit le problème, après beaucoup d'algèbre, à une seule équation différentielle ordinaire non linéaire du troisième ordre :

$$f''' + \frac{1}{2} f f'' = 0$$

Les conditions aux limites (6 et 7) deviennent

$$\text{à } y = 0 \Rightarrow f(0) = f'(0) = 0 \quad (9)$$

$$\text{à } y \rightarrow \infty \Rightarrow f'(\infty) \rightarrow 1$$

Il s'agit de l'équation de **Blasius**, pour laquelle des solutions précises n'ont été obtenues que par intégration numérique. Certaines valeurs de forme de profil de vitesse sont tabulées :

Puisque u/U s'approche de 1.0 uniquement lorsque $y \rightarrow \infty$, il est habituel de sélectionner l'épaisseur de la couche limite comme la distance de paroi solide jusqu'au point où $u/U = 0.99$.

$$\delta_{99\%} \left(\frac{U}{\nu x} \right)^{1/2} \approx 5$$

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{Re_x^{1/2}} \quad (Blasius) \quad (10)$$

δ : Epaisseur de la couche limite ;

x : Distance du bord d'attaque en m ;

Re_x : Nombre de Reynolds pour la distance x .

$y[U/(\nu x)]^{1/2}$	u/U	$y[U/(\nu x)]^{1/2}$	u/U
0.0	0.0	2.8	0.81152
0.2	0.06641	3.0	0.84605
0.4	0.13277	3.2	0.87609
0.6	0.19894	3.4	0.90177
0.8	0.26471	3.6	0.92333
1.0	0.32979	3.8	0.94112
1.2	0.39378	4.0	0.95552
1.4	0.45627	4.2	0.96696
1.6	0.51676	4.4	0.97587
1.8	0.57477	4.6	0.98269
2.0	0.62977	4.8	0.98779
2.2	0.68132	5.0	0.99155
2.4	0.72899	∞	1.00000
2.6	0.77246		

Coefficient de frottement :

$$C_f = \frac{0.664}{Re_x^{1/2}}$$

Coefficient de la traînée :

$$C_D = \frac{1.328}{Re_L^{1/2}} = 2C_f(L)$$

L : longueur totale de la plaque en m ;

La contrainte tangentielle visqueuse τ_w en [Pa] est estimée par

$$\tau_w = \frac{0.33\rho U^2}{\sqrt{Re_x}}$$

U : Vitesse d'écoulement ;

ρ : Masse volumique du fluide.

4.2.2 Solution de la couche limite turbulente ($Re > 5 * 10^5$)

La structure de l'écoulement turbulent de la couche limite est très complexe, aléatoire et irrégulière. Il a plusieurs caractéristiques. En particulier, la vitesse à un endroit donné dans l'écoulement est instable de façon aléatoire.

L'écoulement peut être considéré comme un mélange de tourbillons de différentes tailles.

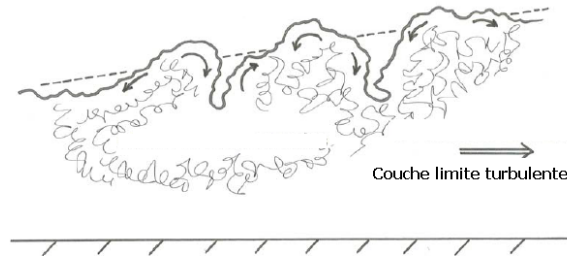


Fig. 6 : Couche limite turbulente sur une plaque plane

Il n'y a pas de solutions «exactes» pour la couche limite turbulente, bien qu'il existe de nombreuses solutions numériques acceptables des équations de la couche limite en utilisant les relations approximatives de la contrainte de cisaillement.

$$\frac{\delta}{x} \approx \frac{0.38}{Re_x^{1/5}}$$

Coefficient de frottement :

$$C_f = 0.0587 \frac{U^2}{2} \rho \left(\frac{\nu}{x U} \right)^{1/5}$$

Coefficient de la traînée :

$$C_D = \frac{0.072}{Re_L^{1/5}}$$

La contrainte tangentielle visqueuse τ_w en Pa est estimée par

$$\tau_w = \frac{0.33 \rho U^2}{\sqrt{Re_x}}$$

References

[1] Frank M. White, Fluid Mechanics, Seventh Edition

[2] BRUCE R. MUNSON, DONALD F. YOUNG, THEODORE H. OKIISHI, WADE W. HUEBSCH , Fundamentals of Fluid Mechanics, Sixth Edition.

[3] G. V. LACHMANN, BOUNDARY LAYER AND FLOW CONTROL, Volume 2