

5.1 PRINCIPE DE JUSTIFICATION

Les calculs justificatifs sont établis suivant la méthode des états limites. « Un état limite » est un état pour lequel une condition requise d'une construction (ou d'un de ses éléments) est strictement satisfaite et cesserait de l'être en cas de variation défavorable d'une des actions appliquées.

5.1.1 Etat limite ultime (ELU)

Le dépassement de cet état conduit à la ruine de la structure. Au delà de l'état limite ultime, la résistance des matériaux béton et acier est atteinte, la sécurité n'est plus garantie et la structure risque de s'effondrer. On distingue :

- Etat limite de résistance de l'un des matériaux.
- Etat limite de l'équilibre statique.
- Etat limite de stabilité de forme : flambement

5.1.2 Etat limite de service (ELS)

L'état limite de service atteint remet en cause l'aptitude au service de la structure (fissures, fuites, désordres divers). Cet état est défini en tenant compte des conditions d'exploitations et / ou de durabilité. On distingue :

- Etat limite d'ouverture des fissures : risque d'ouverture des fissures.
- Etat limite de compression du béton : on limite volontairement la contrainte de compression à une valeur raisonnable.
- Etat limite de déformation : flèche maximale.

NB : Un ouvrage devra satisfaire à la fois à des conditions d'état limite ultime et d'état limite de service.

5.2. ACTIONS

5.2.1. Définition

Les actions sont l'ensemble des charges (forces, couples,...) appliquées à la structure, ainsi que les conséquences des déformations statiques ou d'état (retrait, tassement d'appuis, variation de température, etc.) qui entraînent des déformations de la structure.

5.2.2 Types d'actions

Les trois types d'actions appliquées à la structure sont les suivants :

1) Actions permanentes : Les actions permanentes, notées G , représentent les actions dont l'intensité est constante ou très peu variable dans le temps. Elles comprennent :

- Le poids propre des éléments de la structure,
- le poids des équipements fixes de toute nature (revêtements de sols et de plafonds, cloisons etc.),
- les efforts (poids, poussées, pressions) exercés par des terres, par des solides ou par des liquides dont les niveaux varient peu,

- les déplacements différentiels des appuis,
- les forces dues aux déformations (retrait, fluage, ...) imposées en permanence à la construction,

Dans la plupart des cas, le poids propre est représenté par une valeur nominale unique, G_0 , calculée à partir des dessins du projet et des masses volumiques moyennes des matériaux.

2) **Actions variables** : les actions variables, notées Q , représentent les actions dont l'intensité varie fréquemment et de façon importante dans le temps. Elles sont définies par des textes réglementaires en vigueur, on distingue :

- les charges d'exploitation (poids et effets annexes tels que force de freinage, forces centrifuges, effets dynamiques),
- les efforts (poids, poussées, pressions) exercés par des solides ou par des liquides dont le niveau est variable,
- les charges non permanentes appliquées en cours d'exécution (équipements de chantier, engins, dépôts de matériaux, etc.),
- les actions climatiques : neige, vent, température, etc.

- Une action dite de base notée Q_1 ,
- Les autres actions, dites d'accompagnement et notées $Q_i (i > 1)$

3) **Actions accidentelles** : Les actions accidentelles, notées F_A , provenant de phénomènes rares, et ne sont à considérer que si les documents d'ordre public ou le marché le prévoient. Exemple : les séismes, les explosions, les chocs.

5.2.3. Valeurs représentatives des actions

Les différentes valeurs de l'intensité des actions, dites valeurs représentatives, sont :

- Q_k : valeurs caractéristiques de l'action
- $\psi_{0i} Q_{ik}$: valeurs de combinaison
- $\psi_{1i} Q_{ik}$: valeurs fréquentes
- $\psi_{2i} Q_{ik}$: valeurs quasi-permanentes

La précontrainte est représentée par une valeur de calcul P_d qui est :

- la plus défavorable de deux valeurs caractéristiques P_1 et P_2 pour les justifications vis-à-vis des états limites de service :

$$\begin{aligned} P_1(x, t) &= 1.02 P_0 - 0.80 \Delta P(x, t) \\ P_2(x, t) &= 0.98 P_0 - 1.20 \Delta P(x, t) \end{aligned}$$

- sa valeur probable P_m pour les justifications vis-à-vis des états limites ultimes.

$$P_m(x, t) = P_0 - \Delta P(x, t)$$

P_0 représentant la précontrainte « à l'origine », correspondant à la tension σ_{p0} (sa formule sera donnée au paragraphe V-6).

$\Delta P(x, t)$ la perte de précontrainte au point d'abscisse x , à l'instant t .

5.3. SOLLICITATIONS

V.3.1. Définition

Les sollicitations sont les effets provoqués, en chaque point et sur chaque section de la structure, par les actions.

5.3.2. Sollicitations de calcul à l'ELU

1) Combinaisons fondamentales

En règle générale, les sollicitations de calcul à considérer sont les suivantes :

$$\gamma_p \cdot P_m + 1,35 \cdot G_{max} + G_{min} + \gamma_{Q1} \cdot Q_{Ik} + \sum 1,3 \psi_{0i} \cdot Q_{ik}$$

Avec :

G_{max} : ensemble des actions permanentes défavorables ;

G_{min} : ensemble des actions permanentes favorables ;

Q_{Ik} : la valeur caractéristique de l'action de base ;

$\psi_{0i} \cdot Q_{ik}$: la valeur de combinaison d'une action d'accompagnement ;

$\gamma_p = 1$ dans la plupart des cas ;

$\gamma_{Q1} = 1,5$ dans le cas général

ou = 1,35 pour : la température, charges d'exploitation de caractère particulier telles les convois militaires et exceptionnels pour pont-route, bâtiment agricole à faible densité d'occupation humaine.

2) Combinaisons accidentelles

$$P_m + F_A + G_{max} + G_{min} + \psi_{II} \cdot Q_{Ik} + \sum \psi_{2i} \cdot Q_{ik}$$

Avec :

F_A : la valeur nominale de l'action accidentelle ;

$\psi_{II} \cdot Q_{Ik}$: la valeur fréquente d'une action variable ;

$\psi_{2i} \cdot Q_{ik}$: la valeur quasi-permanente d'une autre action variable.

5.3.3. Sollicitations de calcul à l'E.L.S

1) Combinaisons rares

$$P_d + G_{max} + G_{min} + \bar{Q}_{Ik} + \sum \psi_{0i} \cdot \bar{Q}_{ik}$$

2) Combinaisons fréquentes

$$P_d + G_{max} + G_{min} + \psi_{II} \cdot \bar{Q}_{Ik} + \sum \psi_{2i} \cdot \bar{Q}_{ik}$$

3) Combinaisons quasi-permanentes

$$P_d + G_{max} + G_{min} + \sum \psi_{2i} \cdot \bar{Q}_{ik}$$

5.3.4. Valeurs de ψ_i

1) Bâtiments :

Coefficients	N°	Nature du local	
0,77	1	Tous les locaux, à l'exception des archives et des parcs de stationnement	ψ_0
0,90	2	Parcs de stationnement et archives	
0,65	1	Salles de réunions à places assises, salles diverses, salles d'exposition, salles de classe, restaurants, dortoirs	ψ_1
0,75	2	Locaux non visés en 1 et 3	
0,90	3	Archives	
0,25	1	Halles diverses, salles d'exposition, et autres locaux destinés principalement au transit des personnes, salles de réunions, lieux de culte, salles et tribunes de sport, salles de danse et tout autre lieu avec places debout et utilisation périodique	ψ_2
0,40	2	Salles de classe, restaurants, dortoirs, salles de réunions avec places assises	
0,65	3	Locaux non visés en 1, 2 et 4	
0,80	4	Archives	

Et pour les charges climatiques :

Nature des charges	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Vent	0,77	0,2	0
Neige : altitude < 500m	0,77	0,15	0
Altitude > 500m	0,77	0,30	0,1
Température (variation uniforme)	0,6	0,5	0

- Traction simple : $\sigma = F / B$

La résolution des problèmes de la RDM fait appel à des caractéristiques géométriques des sections droites des corps étudiés. Le principe fondamental consiste à déterminer les contraintes qui agissent dans une section et de comparer la contrainte maximale avec la contrainte limite.

5.4.1. Caractéristiques géométriques des sections

Dans le calcul des caractéristiques géométriques d'une section (position du centre de gravité, aire, moments d'inertie...), on tient compte des dimensions que présente la section dans la phase considérée.

5.4. SECTIONS DE CALCUL

- L'ensemble des règles relatives à la définition des valeurs des actions et des combinaisons d'action sont données dans l'annexe 8 du fascicule 62 - titrel -section 2, « règles BPEL 91 révisé 99 ».
- Les combinaisons sont établies en phase de construction et en phase d'exploitation de l'ouvrage ;
- Il n'y a pas lieu d'appliquer des charges de neiges sur les ponts-routes ;
- Pour le cas des bâtiments et à l'ELU la valeur caractéristique du vent est obtenue en multipliant la valeur normale par 1.20 ;
- Pour l'ELS les charges routières (systèmes A et B) sont multipliées en plus par 1.20 ;
- Pour l'ELU, les charges routières (systèmes A et B) et les charges sur trottoir sont multipliées en plus par 1.07 ;

Remarque :

NATURE DES CHARGES				Charges d'exploitation des ponts (1) :				— 1 ^{re} classe — 2 ^e classe — 3 ^e classe selon le titre II du fascicule 61.				Vent : en exploitation en exécution				Température (variations uniformes)				Gradient thermique				Charges d'exécution aléatoires			
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —				0 0 —							
				0 (2)				0,6 0,4 (3) 0,2				0 0,2 —				0,5 0,5 —											

2) Pont routier :

Les caractéristiques géométriques à étudier sont :

- Flexion simple : $\sigma = M \cdot y / I$
- Flexion composée : $\sigma = F / B + M \cdot y / I$

- Aire de la section B [cm^2]
- Moments statiques S_x et S_y [cm^3]
- Moments d'inertie axiaux I_x et I_y [cm^4]
- Moments d'inertie centrifuges I_{xy} [cm^4]
- Moments d'inertie polaires I_p [cm^4]
- Module de résistance W_x et W_y [cm^3]
- Module de résistance de torsion W_p [cm^3]
- Rayon de giration i_x et i_y [cm]
- Rendement d'une section ρ

a) Moment statique

Les moments statiques de l'aire d'une section par rapport aux axes X et Y sont donnés par les expressions :

$$S_x = \int_A y \, dA \quad S_y = \int_A x \, dA$$

Si l'axe X ou l'axe Y passe par le centre de gravité de la section, les moments statiques

S_x et S_y sont nuls.

b). Moment d'inertie

Les moments d'inertie de l'aire d'une section par rapport aux axes X et Y sont donnés par les formules :

$$I_x = \int_A y^2 \, dA \quad I_y = \int_A x^2 \, dA \quad I_{xy} = \int_A xy \, dA$$

Le moment d'inertie polaire d'une section est donné par: $I_p = I_x + I_y$

Théorème de Huygens:

Le moment d'inertie axial d'une section par rapport à n'importe quel axe est égal au moment d'inertie de cette section par rapport à l'axe central parallèle plus le produit de l'aire de cette section par la distance au carrée au C.D.G de la section à l'axe considéré.

c). Module de résistance

Le module de résistance est égal au quotient du moment d'inertie axial par la distance de l'axe à la fibre la plus éloignée.

$$W_x = \frac{I_x}{y}$$

$$W_y = \frac{I_y}{x}$$

d). Rayon de giration

On appelle rayon de giration la quantité donnée par l'équation:

$$ix = \sqrt{\frac{I_x}{B}}$$

$$iy = \sqrt{\frac{I_y}{B}}$$

e). Rendement d'une section

Le rendement d'une section est donné par :

$$\rho = \frac{I}{B V_i V_s}$$

5.4.2. Types de section

a). Section brute

C'est la section du béton seul, telle qu'elle résulte des dessins de coffrage, sans réduction des conduits et ancrages (Figure V-1). Elle est utilisée pour l'évaluation :

- du poids propre d'une structure ;
- des rigidités des différentes pièces constituant la structure (en vue de calculer les sollicitations hyperstatiques) ;
- des déformations pour les parties d'ouvrages respectant les conditions de la classe II.

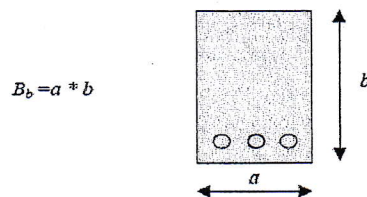


Figure V-1 : Définition d'une section brute

b). Section nette

C'est la section totale du béton avec déduction des conduits et ancrages. Elle est utilisée pour le calcul des contraintes à l'ELS en classe I et II.

c). Section homogène

C'est la section obtenue en ajoutant à la section nette la section des armatures longitudinales adhérente multipliée par un coefficient d'équivalence convenable « n ».

Section homogène = section nette + (section d'armatures longitudinales adhérentes) x (Coefficient d'équivalence).

$n_1 = 5$: cas des actions de courte durée

$n_2 = 15$: cas des actions de longue durée

d). Section homogène réduite

Pour le calcul des contraintes en classe III, il y a lieu de faire intervenir des sections homogènes réduites, définies à partir :

- de la seule partie comprimée du béton de la section,
- de la section des armatures passives longitudinales multipliée par le coefficient d'équivalence $n_2 = 15$,
- de la fraction p de la section des armatures longitudinales de précontrainte multipliée par le coefficient d'équivalence $n_2 = 15$.

Section homogénéisée et réduite = (Section du béton comprimé seul) + (section d'armatures passives) x (n_2) + (section d'armatures de précontrainte) x (p)

Avec :

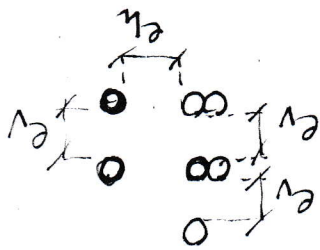
$p = 1$: cas de pré-tension

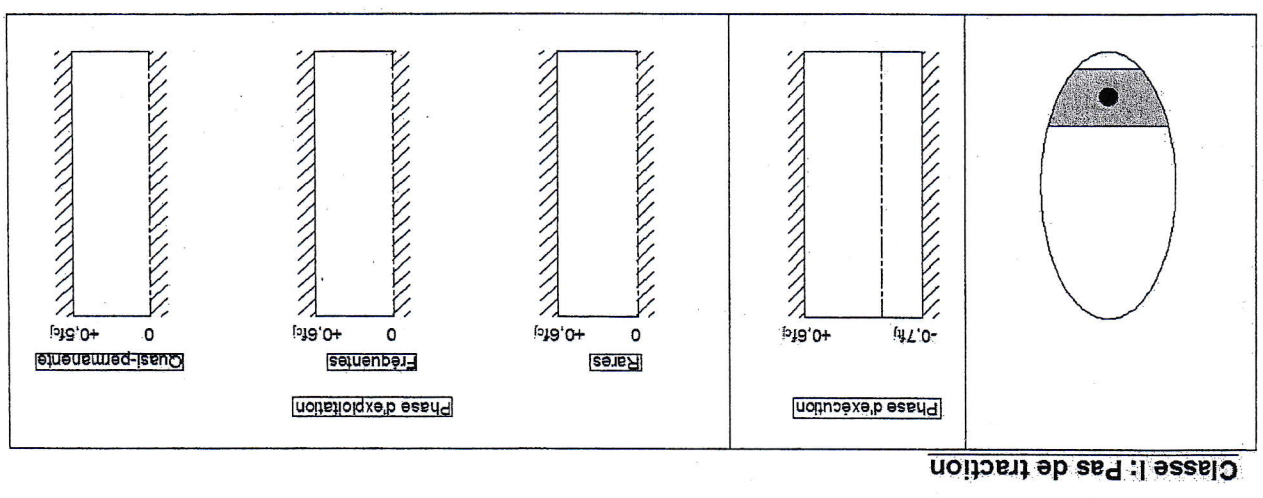
$p = 0,5$: cas de post-tension avec injection de coulis

$p = 0$: cas de la post-tension lorsque les armatures ne sont pas adhérentes.

espacement des armatures de précontrainte

$$e_u = \max \left\{ \begin{array}{l} \phi \text{ si } p \leq 2 \\ 1,5 \phi \text{ si } p = 3 \\ 1,2 \phi \text{ si } p = 2 \\ 4 \text{ cm} \end{array} \right. ; e_v = \max \left\{ \begin{array}{l} \phi \text{ si } p = 1 \\ 1,2 \phi \text{ si } p = 2 \\ 4 \text{ cm} \end{array} \right.$$



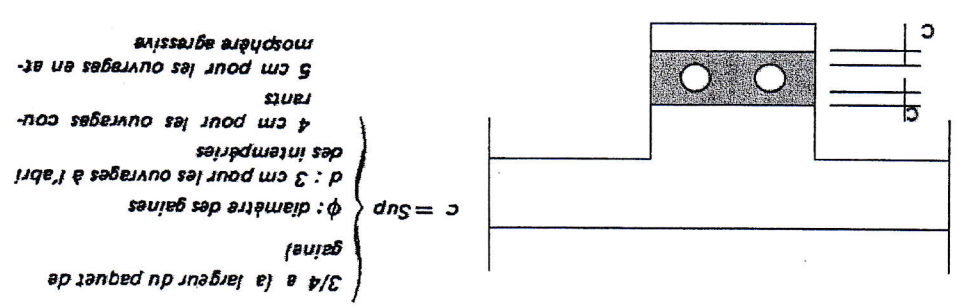


Pour les sections courantes, les vérifications se répartissent en trois classes auxquelles correspondent des contraintes limites des matériaux.

- Classe I : pas de traction dans le béton (précontrainte totale) usage : ouvrages spéciaux qui nécessitent une étanchéité particulière (réservoirs, centrales nucléaires,)
- Classe II : traction admise sans fissuration du béton (précontrainte courante), usage : ouvrages courants exposés aux intempéries
- Classe III : fissuration admise mais limitée par la présence d'armatures passives (précontrainte partielle), usage : planchers de bâtiments, ouvrages non exposés.

5.5 CLASSE DE VERIFICATION

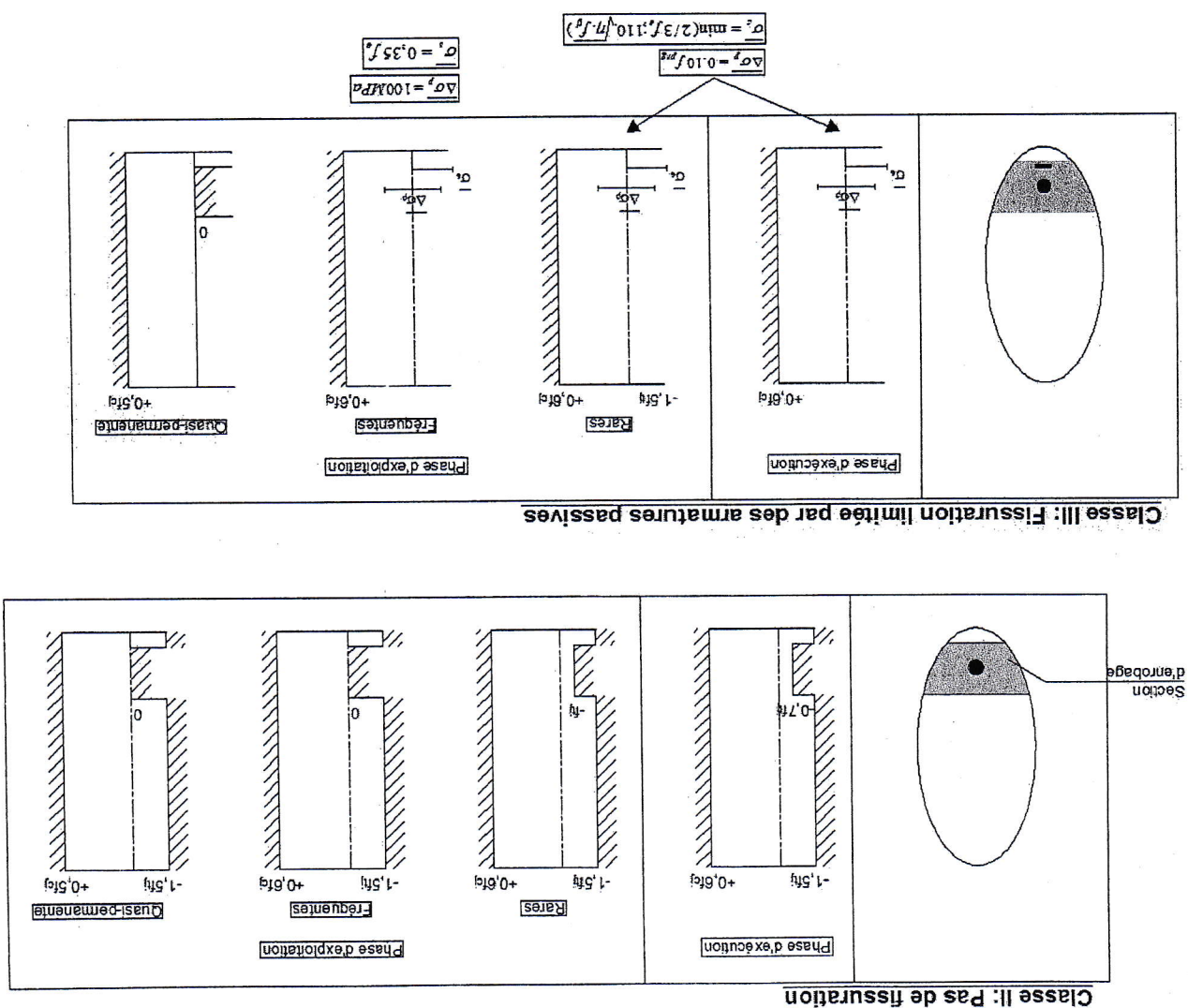
Figure V-2 : Définition d'une section brute



C'est la surface délimitée par le contour de la section et deux parallèles à l'axe de flexion considérée encadrant l'ensemble des armatures de précontrainte, à une distance égale minimale admise « c ». Cette section est utilisée pour certaines vérifications en classe II.

e). Section d'envoie

Figure V-3 : Définition des classes de vérification



CHAPITRE VI-2: Flexion en Etat Limite Ultime

6.1. Principe de justification

Toute section de poutre en béton précontraint doit être vérifiée en état-limite ultime (ELU). On détermine alors les sollicitations ultimes à appliquer, qui sont obtenues des sollicitations déterminées par combinaisons fondamentales et accidentelles.

Les éléments résistants de la section sont:

- le béton, pour lequel on applique un coefficient minorateur tel que la résistance devient égale à $\frac{0.85f_{c28}}{\gamma_b}$

Où: f_{c28} : représente la résistance caractéristique à 28 jours,

γ_b : Un coefficient égal à 1.5 pour les combinaisons fondamentales, et 1.15 pour les combinaisons accidentelles.

- l'acier, aussi bien actif que passif:

- l'acier actif (ou acier de précontrainte) n'étant pris en compte dans le calcul de résistance que pour sa phase de travail au-delà de la contrainte correspondant à l'effort de précontrainte;

- l'acier passif (ou acier complémentaire éventuel non prétendu, type acier de béton armé).

La résistance de l'acier actif et de l'acier passif est minorée par un coefficient: $\gamma_p = \gamma_s = 1.15$ (1 pour les combinaisons accidentelles).

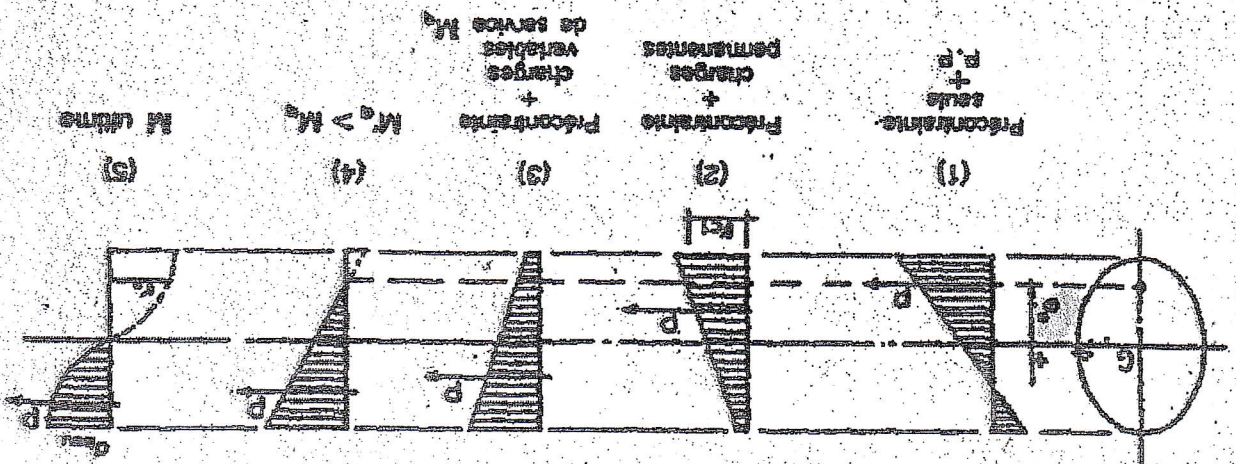
L'évolution des contraintes du béton dans une section donnée sous l'action des sollicitations successivement appliquées prend l'allure des diagrammes suivants (fig.6-1):

avec: E_p module d'élasticité longitudinale de l'acier de précontrainte, ou module d'Young.
 Les cas (2) et (3) sont des positions intermédiaires de l'état de contrainte dans le béton qui n'entraîne pas de contrainte de traction dans le béton au droit de l'acier de précontrainte.
 Le cas (4) représente le cas limite où le béton comprimé se trouve entièrement du même côté par rapport à l'acier de précontrainte. Entre les cas (2) et (4), l'acier a subi un allongement égal à celui du béton qui a été décomprimé de la

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_p}$$

On aura:
 σ_1 est toujours situé dans la zone élastique, on aura:
 diagramme contrainte-déformation de l'acier. Si le point représentatif de la contrainte traction dans l'acier de précontrainte vaut $\sigma_1 = \frac{P}{A_p}$ son allongement ϵ_1 sera lu sur le Sous l'action de la seule précontrainte, cas (1) de la figure 6-1-1, la contrainte de permanentes de poids propre entrent automatiquement en action.
 Si la poutre, sous l'action de la précontrainte, décolle du coffrage, les charges permanentes de la poutre entraînent, une déformation de celle-ci.
 on sait que, cet état n'existe pas (sauf aux points de, moment nul) car la mise en précontrainte de la poutre entraîne, une déformation de celle-ci.
 Le cas (1) représente l'état des contraintes sous l'action de la seule précontrainte. On

Figure 6-1-1 : Diagramme des contraintes



contrainte σ_{c1} à la valeur 0. Le béton restant dans le domaine élastique, la proportionnalité entre contrainte et déformation permet d'écrire:

$$\varepsilon_{c1} = \frac{\sigma_{c1}}{E_b}$$

E_b , étant le module d'Young du béton. Comme on ne peut prévoir quel sera le type de chargement appliqué à la poutre entre les cas (2) et (4) quant à sa durée d'application; et sa proportion de charges permanentes et de charges variables, il est convenu réglementairement (BPEL 6.33) de prendre pour E_b la valeur:

$$E_b = \frac{E}{S}$$

qui correspond à une forte proportion de charges variables.

L'allongement de l'acier $\Delta \varepsilon_2$ étant égal à l'allongement du béton ε_{c1} l'augmentation de contrainte de l'acier correspondant vaut alors:

$$\Delta \sigma_2 = E_s \Delta \varepsilon_2 = E_s \varepsilon_{c1} = E_s \frac{\sigma_{c1}}{E_b} = 50 \sigma_{c1}$$

Soit 5 fois la contrainte du béton au niveau du câble sous l'action de la précontrainte.

Si le moment extérieur continue à augmenter pour atteindre le moment ultime M_u , le béton comprimé aura un comportement appartenant au domaine plastique et non plus linéaire. Le diagramme des contraintes pourra être représenté par un diagramme parabole-rectangle, ou par un diagramme rectangulaire simplifié.

L'acier de précontrainte continuera à s'allonger entre les cas (4) et (5) comme le ferait un acier d'une section en béton armé à l'état-limite ultime. C'est pourquoi, comme en béton armé, l'allongement correspondant au passage de la phase (4) à la phase (5) ne devra pas dépasser la valeur $\Delta \varepsilon_3 = 10\%$.

La résistance de l'acier devra être suffisante pour équilibrer le moment fléchissant ultime.

En résumé, on peut suivre sur la figure 6-1-2, l'évolution des contraintes et déformation de l'acier de précontrainte.

• *Calcul de la section à l'état limite ultime*

Comme nous l'avons vu, nous sommes ramenés au calcul d'une section en béton armé soumise à la flexion composée en état-limite ultime, (fig. 6-1-3).

contrainte de calcul:

Enfin par le calcul ci-après, on trouve $\Delta \epsilon_3$, d'où : $\epsilon_3 = \epsilon_2 + \Delta \epsilon_3$, puis σ_3 qui est la

Puis : $\sigma_2 = \sigma_1 + \Delta \sigma_2 = \sigma_1 + 5\sigma_{cl}$ d'où : ϵ_2

On a : $\sigma_1 = \frac{P}{A_p}$ d'où : ϵ_1

Figure 6-1-2 : Diagramme contraintes-déformations de l'acier

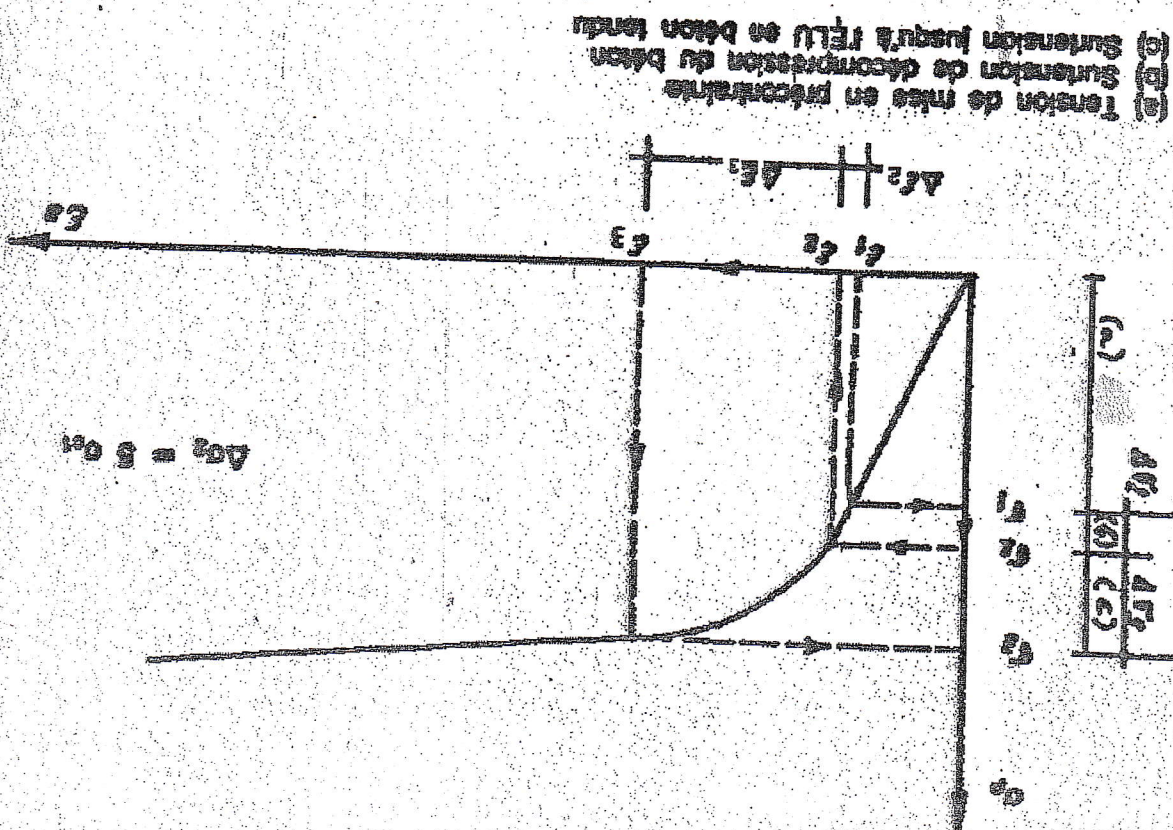
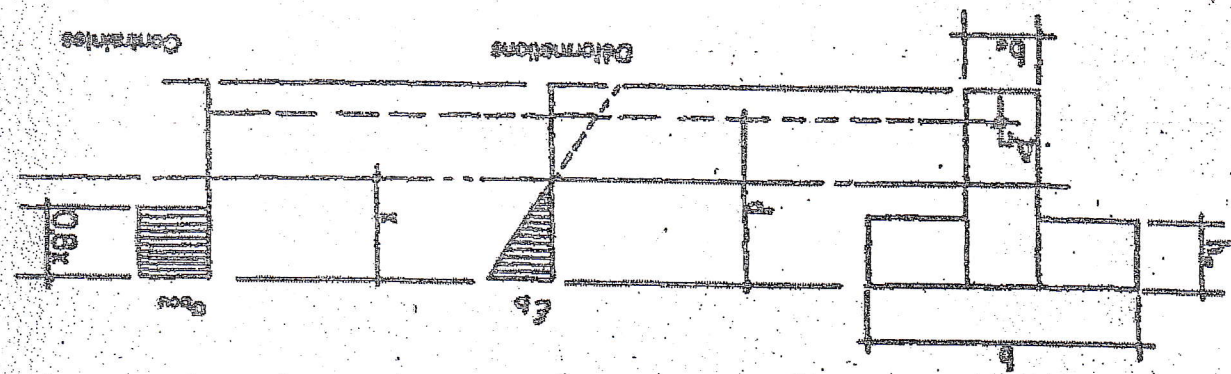


Figure 6-1-4 : Section en T. Diagramme parabole rectangle



• Cas de la section rectangulaire ou en T (fig.6-1-4 en diagramme rectangulaire simplifié)
 z : représentant la distance du point d'application de F_b aux aciers A_p

$$M_u = F_b \cdot z$$

De même, l'équilibre des moments par rapport aux aciers tendus A_p s'écrit :

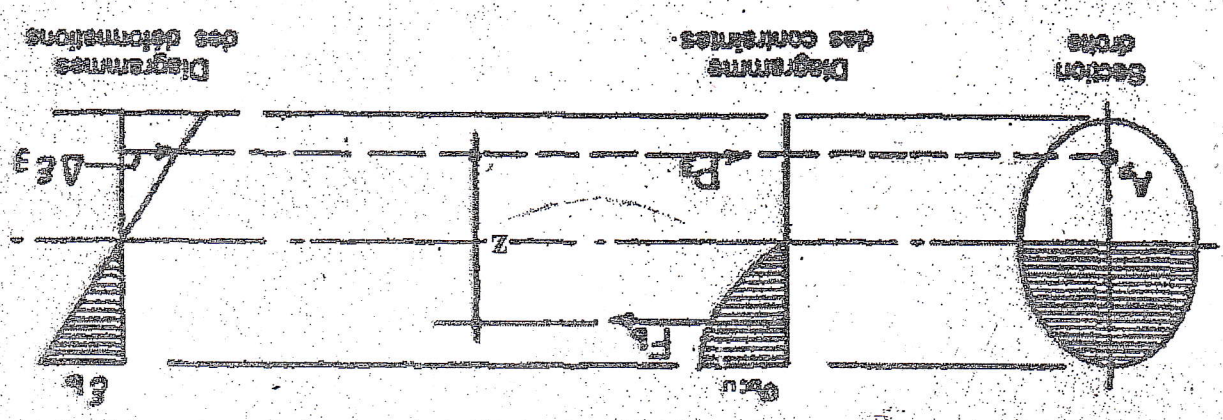
P_3 : résultante de traction de l'acier = $\sigma_s \cdot A_p$

F_b : résultante de compression de béton comprimé à $\sigma_{bcu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\gamma_p}$

Avec :

L'équilibre de la section permet d'écrire : $F_b = P_3$

Figure 6-1-3 : Contraintes et déformations à l'ELU



L'utilisation du diagramme rectangulaire simplifié est plus aisée que celle du diagramme parabole-rectangle pour une section autre que rectangulaire. Nous supposons que l'axe neutre est dans la nervure, sinon nous serions, ramené au cas d'une section rectangulaire:

- calcul de la résultante de compression du béton situé dans la partie de la table extérieure à la nervure :

$$F_{te} = \underbrace{(b - b_0)h_0}_{\text{surface}} \times \underbrace{\sigma_{bcu}}_{\text{contrainte}}$$

- bras de levier de cette résultante : $z_{te} = d - \frac{h_0}{2}$

Le moment résistant de cette partie comprimée :

$$M_{te} = F_{te} \times z_{te} = (b - b_0)h_0\sigma_{bcu} \left(d - \frac{h_0}{2}\right)$$

Le moment à reprendre par la nervure : $M_u = M_{te} - M_{te}$

On est ainsi ramené au cas d'une section rectangulaire de largeur b_0 , de hauteur utile d , soumise à un moment M_u . Pour déterminer si l'axe neutre est dans la table ou dans la nervure, on calcule le moment résistant de la table complète (largeur b):

$$M_t = 0.8bh_0\sigma_{bcu} \left(d - \frac{0.8h_0}{2}\right)$$

Si : $M_t > M_u$, l'axe neutre est dans la table.

$M_t < M_u$, l'axe neutre est dans la nervure.

Deux - cas peuvent se présenter suivant que le béton ou l'acier a atteint la déformation limite autorisée qui vaut :

$$\Delta \epsilon_s = \epsilon_p \frac{1 - \xi}{\xi}$$

La connaissance de la position de la fibre neutre permet d'écrire une relation entre l'allongement de l'acier $\Delta \epsilon_s$ et le raccourcissement du béton ϵ_p :

$$\text{Dont la racine est : } \xi = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu})$$

$$\mu = 0.8\xi(1 - 0.4\xi)$$

L'équation d'équilibre des moments devient une équation du 2^e degré en ξ

$$\mu = \frac{M_u}{b_0 d^2 \sigma_{bcu}} \text{ et } \xi = \frac{d}{x}$$

Posons μ , moment réduit :

$$M_u = F_{bi} \times z = \sigma_{bcu} \cdot 0.8b_0 \cdot x(d - 0.4x)$$

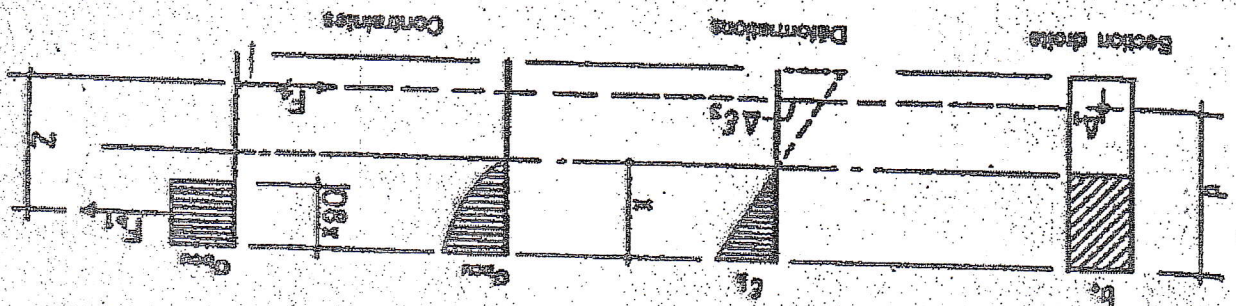
- Le moment résistant F_{bi} est égale au moment extérieur M_u :

- Le bras de levier : $z = d - 0.4x$

$$F_{bi} = \sigma_{bcu} \times 0.8b_0 x$$

- La résultante de compression du béton vaut :

Figure 6-1-5 : Section rectangulaire



(fig.6-1-5) :

• Etude d'une section rectangulaire de largeur b_0 soumise à un moment M_u

- 3,5‰ pour le béton,

- 10‰ pour l'acier.

Supposons que le béton est sollicité avec une déformation ϵ_b de 3,5‰, on trouve alors pour l'acier un allongement:

$$\Delta \epsilon_s = 3,5 \frac{1 - \xi}{\xi} \%$$

- si cette valeur est inférieure à 10‰, nous la retiendrons comme allongement de l'acier;

- si cette valeur est supérieure à 10‰, nous limiterons $\Delta \epsilon_s$ à 10‰.

La connaissance de $\Delta \epsilon_s$ entraîne celle de $\Delta \sigma_s$ par lecture sur le diagramme contrainte-déformation de l'acier.

L'équilibre de la section en T sera donnée pour les efforts normaux par:

$$F_b = F_{b1} + F_{te} \leq A_p \sigma_s$$

avec:

$$F_{b1} = 0,85 b_0 d \sigma_{bcu}$$

$$F_{te} = (b - b_0) h_0 \sigma_{bcu}$$

d'où la relation sur la section d'acier minimum nécessaire:

$$A_p \geq \frac{F_{b1} + F_{te}}{\sigma_s}$$

REMARQUE:

La précontrainte de calcul prise en compte en état-limite ultime est la précontrainte probable P_m , c'est-à-dire la moyenne des deux précontraintes caractéristiques utilisées en état-limite de service:

$$P_m = \frac{P_1 + P_2}{2}$$