

"Méthodes itérative de résolution des systèmes linéaires"

But du TP :

Le but de ce TP est d'écrire une fonction Matlab qui résout le système linéaire $Ax = b$ en utilisant la méthode itérative de Gauss-Seidel.

Rappel de la méthode:

Afin de résoudre le système on va construire une suite $X^{(m)}$ pour approcher la solution exacte X

$$X_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} X_j^{(k)}}{a_{ii}}$$

$X^{(0)}$ est un vecteur initial donné.

Travail demandé :

Considérons le système $Ax = b$ où

$$A = \begin{bmatrix} 10 & -2 & 1 \\ -2 & 10 & -2 \\ -2 & -5 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

- La méthode de Gauss-Seidel converge-t-elle pour ce système ?, c.-à-d. est-ce que la matrice A est à diagonale strictement dominante :

$$|a_{kk}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N |a_{kj}|$$

- Déterminer une solution approchée du système par la méthode de Gauss-Seidel ; calculer trois itérations en partant du vecteur initial $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$.