Milieux diélectriques

<u>Equations de Maxwell dans un milieu diélectrique :</u>

Dans un milieu matériel composés d'un grand nombre d'atomes, et soumis à un champ électrique externe→on observe :

- d'une part l'apparition d'un grand nombre de dipôles électrique induit.
- et d'autre part l'orientation des dipôles permanant dans la direction du champ électrique.

chacun de ces dipôles contribue à la création d'un champ électrique de polarisation.

$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$

$\vec{P}$: vecteur de polarisation,

$\vec{\chi_e}$: la susceptibilité diélectrique du matériau.

$div\vec{E}(1+\chi_e) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \varepsilon_r = 1 + \chi_e$: la permitivité relative

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$: la permittivité absolue du milieu.

ε_0 *la permittivité du vide* ($\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9} = 8{,}8542 \cdot 10^{-12} F/m$)

ρ: la densité volumique de charge
j : la densité de courant électrique

Vecteur excitation électrique $\vec{D}(C.m^{-2})$:

$$\begin{cases} \vec{D} = \vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E} \\ \vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} \end{cases} \Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

Equation de Maxwell-Gauss (M-G) : $\boldsymbol{div\vec{D} = \rho_{libre}}$

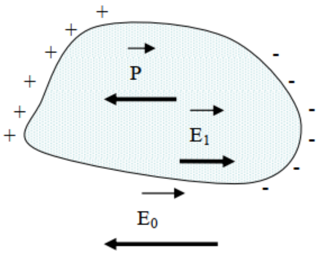
Equation de Maxwell-Faraday (M-F) : $\boldsymbol{\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$

Equation de Maxwell-flux magnétique (M-flux) : $\boldsymbol{div\vec{B} = 0}$

Equation de Maxwell-Ampère (M-A) : $\boldsymbol{\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \left[\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right]}$

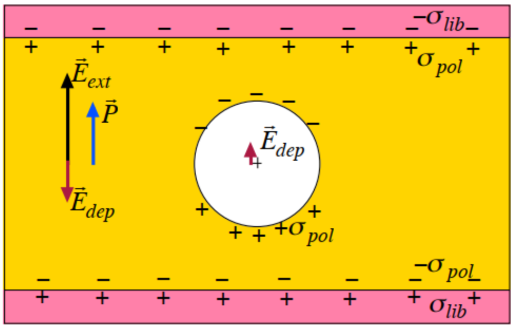
Champ local :

Dans un condensateur plan



$$\mathrm{E} = \frac{\sigma_S}{\varepsilon_0} = \frac{V}{d}$$ (où σ_S est la *densité superficielle de charge*, induite par la tension V)

Une plaque macroscopique de diélectrique est placée dans un champ électrique externe E (selon la direction z) qui polarise le diélectrique, de sorte qu'une densité de charge est créée sur les surfaces externes perpendiculaires à E



Λα πολαρισατιον υνιφορμε : λε χηαμπ εστ υνιθυεμεντ συρφαχιθυε. Ον α υνε δενσιτ συρφαχιθυε $\sigma = \vec{P}.\vec{n}$ εν $\vec{n}$ est le vecteur normal dirigé vers l'extérieur $\overrightarrow{Oz} // \vec{P}$ alors $\sigma = -P\cos\theta$. .Les charges de polarisation en volume sont nulles ($\rho_{pol} = -\,div\,\vec{P}$).

Champ de Maxwell :

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \overrightarrow{\boldsymbol{E}_{ext}} + \overrightarrow{\boldsymbol{E}_{dep}}$$

$$\boldsymbol{E}_{dep} = -\frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\varepsilon}_0}$$

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_{ext} + \boldsymbol{E}_{dep} = \boldsymbol{E}_{ext} - \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\varepsilon}_0}$$

Champ de Lorentz : On prendra une cavité sphérique, Sur la surface de la sphère on a des charges surfaciques qui créent le champ de cavité à l'intérieur de la sphère :

$$E_z = \iint \frac{\sigma \cdot dS}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos(\theta + \pi) = \iint + \frac{P \cdot \cos^2\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot r^2$$

$\mathrm{u} = \cos\theta$

$$E_z = \frac{P \cdot 2\pi}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-1}^{+1} u^2 du$$

$$E_Z = \frac{P}{3\varepsilon_0} \ : \ champ\ de\ Lorentz$$

Champ intérieur : *Champ du aux dipôles élémentaires situés à l'intérieur de la cavité* est nul pour un environnement cubique et une cavité sphérique.

$$E_{min} = E_{exterieur} + E_{depolarisation} + E_{Lorentz} + E_{intérieur}(M) = E_{ext} - \frac{P}{\varepsilon_0} + \frac{P}{3\varepsilon_0} + 0$$

en remplacant

$:E_{mic} = E_{loc} = E_{mac} + \frac{P}{3\varepsilon_0}$

Donc: $\boldsymbol{E_{loc} = E_{mac} + \frac{P}{3\varepsilon_0}}$

$$p_i = \alpha_i \vec{E}_{local}$$

α_i : la *polarisabilité atomique* (grandeur microscopique)

p_i est le *moment dipolaire induit*

$$\vec{P} = \sum_i N_i \ p_i$$

Ni : est la densité volumique d'atomes de type i

$$\boldsymbol{P = E_{mac} \sum_i N_i \alpha_i}$$

$$\boldsymbol{E_{loc} = E_{mac} + \frac{P}{3\varepsilon_0} = E_{mac}\left[1 - \frac{\sum_i N_i \alpha_i}{3\varepsilon_0}\right]}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{P}}{\sum_i N_i \alpha_i}\left[1 - \frac{\sum_i N_i \alpha_i}{3\varepsilon_0}\right] = \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0 \chi_e}$$

$$\varepsilon_0 \chi_e = \frac{\sum_i N_i \alpha_i}{1 - \frac{\sum_i N_i \alpha_i}{3\varepsilon_0}}$$

$$P = \varepsilon_0 \, \chi_e \, \frac{1 - \frac{n\,\alpha}{3\,\varepsilon_0}}{n\,\alpha} \, P = \chi_e \, \frac{1 - \frac{n\,\alpha}{3\,\varepsilon_0}}{\frac{n\,\alpha}{\varepsilon_0}} \, P$$

$$\chi_e = \frac{\frac{n\,\alpha}{\varepsilon_0}}{1 - \frac{n\,\alpha}{3\,\varepsilon_0}}$$

$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$: la constante diélectrique relative

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e = 1 + \frac{\frac{n\,\alpha}{\varepsilon_0}}{1 - \frac{n\,\alpha}{3\,\varepsilon_0}} = \frac{1 + \frac{2\,n\,\alpha}{3\,\varepsilon_0}}{1 - \frac{n\,\alpha}{3\,\varepsilon_0}}$$

la relation de Clausius Mossotti: (structure cubique)

$$\boxed{\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{\sum_i N_i \alpha_i}{3\varepsilon_0}}$$