

Solution de Fiche des travaux dirigés N°4

Couche limite

Exercice 01 :

1. L'épaisseur de la couche limite au bord à la limite longitudinale de la plaque

Pour calculer l'épaisseur de la couche limite au bord de la plaque, il faut savoir de quel type d'écoulement s'agit-il ? Pour cela, on commence par le calcul du nombre de Reynolds :

$$Re_L = \frac{U_\infty L}{\nu} = \frac{3 * 2.5}{10^{-5}} = 7.5 * 10^5$$

Donc la couche limite au bord de la plaque est turbulente. L'épaisseur de la couche limite est :

$$\frac{\delta}{x} \approx \frac{0.38}{Re_x^{1/5}} \Leftrightarrow \delta = \frac{0.38 * x}{Re_x^{1/5}}$$

Au bord de la plaque, $x=L$, il vient donc :

$$\delta = \frac{0.38 * L}{Re_L^{1/5}} = \frac{0.38 * 2.5}{(7.5 * 10^5)^{1/5}} = 0.06215 \text{ m}$$

2. La contrainte de cisaillement au milieu de la plaque plane

$$x = \frac{L}{2} \quad (\text{milieu de la plaque})$$

Le nombre de Reynolds est :

$$Re_{\frac{L}{2}} = \frac{U_\infty \frac{L}{2}}{\nu} = \frac{3 * \frac{2.5}{2}}{10^{-5}} = 3.75 * 10^5$$

À ($x = L/2$) le nombre de Reynolds ($Re_{\frac{L}{2}} < 5 * 10^5$), la couche limite est laminaire, la contrainte de cisaillement est donnée par la relation suivante :

$$\tau_w = \frac{0.33 \rho U^2}{\sqrt{Re_x}} = \frac{0.33 * 850 * 3^2}{(3.75 * 10^5)^{1/2}} = 4.122 \frac{N}{m^2}$$

3. La force de traînée résultante sur les deux faces de la plaque plane

$$F_D = \frac{1}{2} \rho S U_\infty^2 C_D$$

À : $x = L$ sur toute la plaque, la couche limite est turbulente.

$$C_D = \frac{0.072}{Re_L^{1/5}} = \frac{0.072}{(7.5 * 10^5)^{1/5}} = 0.00481$$

$$S = b * L = 1.25 * 2.5 = 3.125 \text{ m}^2$$

$$F_D = \frac{1}{2} * 850 * 3.125 * 3^2 * 0.00481$$

$$F_D = 57.494 \text{ N}$$

La force résultante sur les deux faces de la plaque plane est

$$F_{D(\text{Résult})} = 2F_D = 114.988 \text{ N}$$

Exercice 02 :

1. le point où l'écoulement à l'intérieur de la couche limite passe de l'état laminaire à l'état turbulent :

$$\frac{Re_x}{Re_L} = \frac{x_c}{L} \Leftrightarrow x_c = \frac{Re_x}{Re_L} L = \frac{5 * 10^5}{2.74 * 10^6} * 3$$

$$x_c = 0.55 \text{ m}$$

$$Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu} \Leftrightarrow U_\infty = \frac{\nu Re}{x} = \frac{1.32 * 10^{-6} * 5 * 10^5}{0.55}$$

$$U_\infty = 1.2 \text{ m/s}$$

2. L'épaisseur de la couche limite en ce point :

Puisque $Re_x = 5 * 10^5$, la couche limite à ($x_c = 0.55 \text{ m}$) est laminaire.

$$\delta_c = \frac{5.2 * x}{Re_x^{1/2}} = \frac{5.2 * 0.55}{(5 * 10^5)^{1/2}} = 0.00405 \text{ m}$$

3. La résistance due au frottement s'exerçant sur la plaque

- La résistance laminaire, de A à B, sur un coté, est :

$$F_{D1(\text{résist})} = \frac{1}{2} \rho S U_\infty^2 C_D = \frac{1}{2} \rho S U_\infty^2 \frac{1.328}{Re_x^{1/2}}$$

$$F_{D1(\text{résist})} = \frac{1}{2} * 1000 * (1.2 * 0.55) * 1.2^2 * \frac{1.328}{(5 * 10^5)^{1/2}}$$

$$F_{D1(\text{résist})} = 0.892 \text{ N}$$

- La résistance turbulente fictive, de A à B :

$$F_{D2(\text{résist})} = \frac{1}{2} \rho S U_\infty^2 C_D = \frac{1}{2} \rho S U_\infty^2 \frac{0.072}{Re_x^{1/5}}$$

$$F_{D2(\text{résist})} = \frac{1}{2} * 1000 * (1.2 * 0.55) * 1.2^2 * \frac{0.072}{(5 * 10^5)^{1/5}}$$

$$F_{D2(\text{résist})} = 2.48 \text{ N}$$

- La résistance turbulente fictive, de A à C :

$$F_{D3(\text{résist})} = \frac{1}{2} \rho S U_{\infty}^2 C_D = \frac{1}{2} \rho S U_{\infty}^2 \frac{0.072}{Re_L^{1/5}}$$
$$F_{D3(\text{résist})} = \frac{1}{2} * 1000 * (1.2 * 3) * 1.2^2 * \frac{0.072}{(2.74 * 10^6)^{1/5}}$$
$$F_{D3(\text{résist})} = 9.89 \text{ N}$$