CH1

Polygonation

Cheminement polygonal

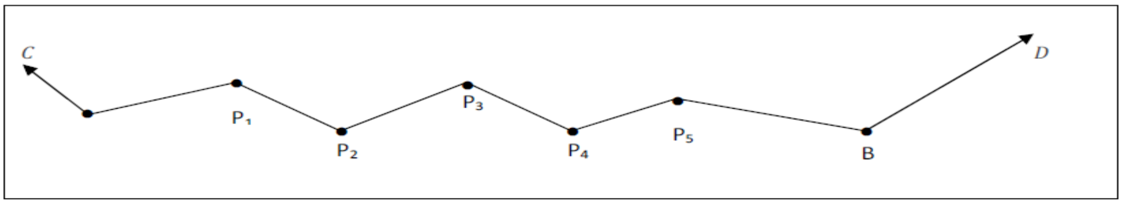
1.1. Définition

Une ligne polygonale ou polygonation est un ensemble de sommets formant une ligne brisée dont on a pris soin de mesurer les angles ainsi que la longueur des côtés pour ainsi déterminer les coordonnées de chacun de ses sommets.

Ce cheminement est dit encadré lorsque les coordonnées de point de départ et d'arrivée sont connues, il est dit en antenne lorsque seule les coordonnées du point de départ sont connues, et fermé lorsque les points de départ et d'arrivée sont confondus.

a. Cheminement

Principe



Le cheminement est constitué par une succession de ligne droite joignant les sommets à lever, on mesure les longueurs de ces lignes et on observe les angles qu'elles forment entres elles à chaque sommet.

L'objectif de ces mesures de cheminement (polygonation) est la détermination des coordonnées et des altitudes des différents points de la polygonale P1, P2, P3, P4 et P5 Dans la pratique le levé par cheminement est le plus utilisé.

Les différents types de cheminement

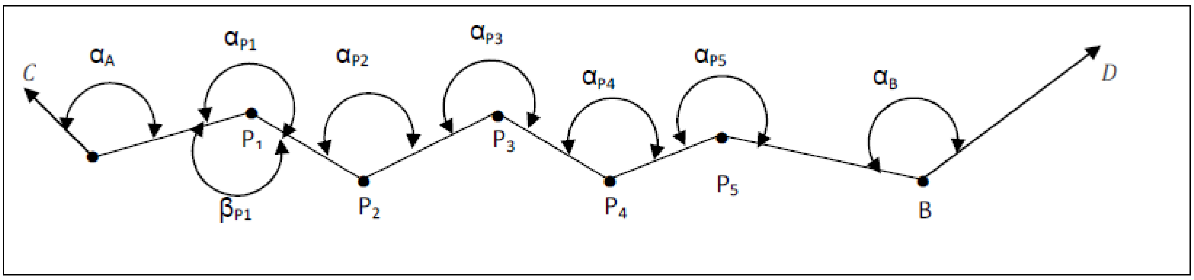
*__Cheminement ouvert__ : Lorsque le sommet A est différent du sommet B

***Cheminement tendu** : Lorsque les côtés de la polygonale sont sensiblement alignée et les angles entre ces derniers s'approchent de 200grade

***Cheminement fermé :** Lorsque le cheminement revient à son point de départ, c'est à dire A et B sont confondue.

b. Calcul de la polygonale

Principe



Avant de commencer le calcul, nous rappelons que les données de départ sont les coordonnées des points A,B,C et D et les altitudes des points A et B

b-Caractéristiques de la polygonale :

Point origine de la polygonale : point A

Point extrémité de la polygonale : point B

Points de la polygonale P1,P2, P3, P4 et P5

Côtés de la polygonale :AP1, P1P2, P2P3, P3P4 ,P4 P5 et P5 B

Visée d'orientation de la polygonale : Visée AC, d'orientement θ_{AC}

Visée de fermeture de la polygonale : Visée BD, d'orientement θ_{BD}

Angles intérieurs de la polygonale : αi

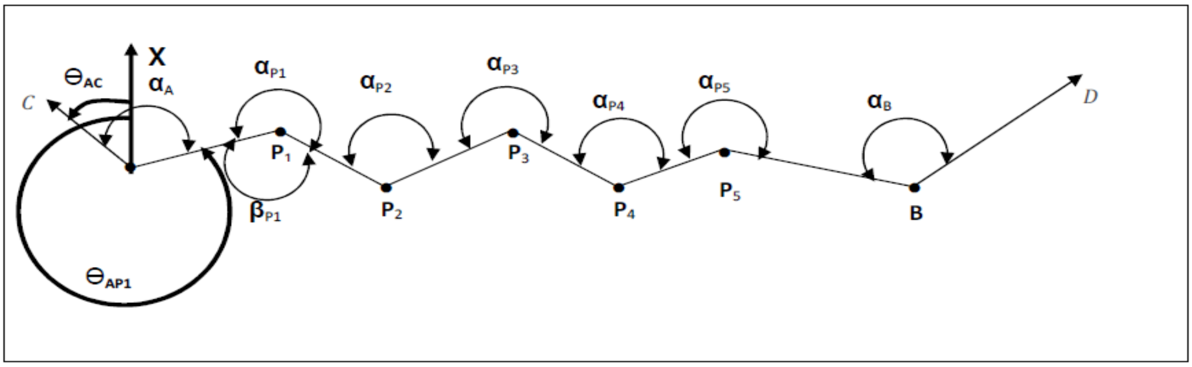
Angles extérieurs de la polygonale : $\beta i = 400 - \alpha i$

Angles extérieurs de la polygonale : i =400- i

Le calcul de polygonation sera établi en deux parties

- **Calcul planimétrique (x ,y)**

a. **Orientements compensés des côtés de la polygonale** :



Soient α_{pi} les angles horizontaux intérieurs du cheminement :

$\alpha_A = L_{P1} - L_C$ $\qquad$ $\alpha_{P1} = L_{P2} - L_A$ $\qquad$ $\alpha_{P2} = L_{P3} - L_{P1}$

On peut alors écrire que pour un sommet Pi du cheminement : $\alpha_{PI} = L_{P(i+1)} - Lp_{(i-1)}$

Soient βi les angles extérieurs du cheminement $\qquad$ $\beta_{Pi} = 400 - \alpha_{Pi} = 400 - (L_{P(i+1)} - Lp_{(i-1)})$

- Transmission des orientements :

$\Theta_{AP1}^{mes} = \Theta_{AC}+\beta_A$ (coté N° 1)

$\Theta_{P1P2}^{mes} = \Theta_{P1A}^{mes}+Bp_1 = \Theta_{AP1}^{mes} +\beta_{P1} - 200 = \Theta_{AC}+\beta_A + \beta_{P1} - 200$ (côté N°2)

$\Theta_{P2P3}^{mes} = \Theta_{AC}+\beta_A + \beta_{P1} + \beta_{P2} - (3-1) x 200$ (côté N°3)

$\Theta_K^{mes} = \Theta_{AC}+ \sum_{i=1}^{k} \beta_i - (K-1) x 200$ (avec k : N°du côté)

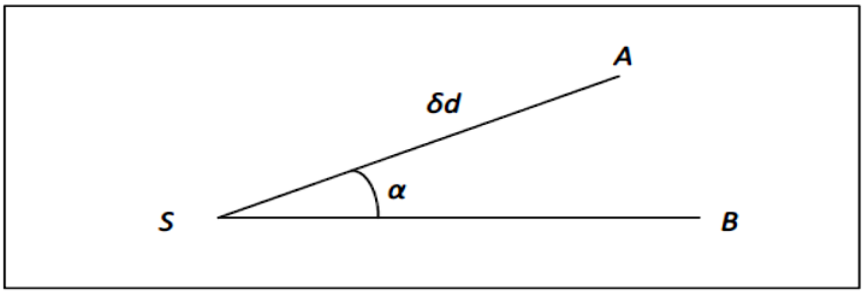
Dans le cas de notre cheminement on a : $\Theta_{BD}^{mes} = \Theta_{AC}+ \sum_{i=1}^{7} \beta_i - (7-1) x 200$

- Calcul de l'écart de fermeture angulaire (fa) :

C'est la différence entre l'orientement observé ou mesuré et l'orientement calculé à l'arrivée $fa = \Theta_{BD}^{mes} - \Theta_{BD}^{calculé}$ $fa=(\Theta_{AC}+ \sum_{i=1}^{k} \beta_i - (K-1) x 200) - \Theta_{BD}^{calculé}$

- Tolérance sur l'écart de fermeture angulaire Tfa :

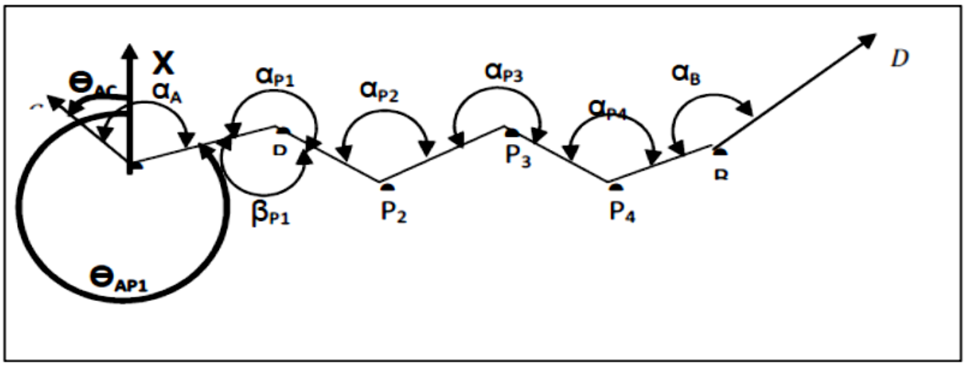
$Tfa = 2.7 \sqrt{n} \; x \; \delta\alpha$ *(avec n : nombre d'angle)*



$\overline{T} = 2.7 \times \overline{\delta\alpha}$ $T = 2.7.\sqrt{n} .\sqrt{2} .\delta d$ $\alpha = (\sum \alpha i) / i$ $Vi = \alpha i - \alpha$

$\delta = \pm \sqrt{(\sum Vi^2 / n-1)}$ $T = 2.7.\sqrt{n} .\sqrt{2} .\delta d$

- Exemple : Soit le cheminement suivant :



Calculer Tfa si $\delta\alpha$ =0.002 gr Θ_{BD}^{mes} = 255.366gr $\Theta_{BD}^{calculé}$ = 255.360 gr

fa = $\Theta_{BD}^{mes} - \Theta_{BD}^{calculé}$ fa = 255.366 – 255.360 = 0.006 gr

Tfa = 2.7 $\sqrt{6}$. δα *Tfa = 2.7 x $\sqrt{6}$ x 0.002* *Tfa = 0.013gr*

f-Compensation de l'écart de fermeture (fa) :

***Si fa ≥ T rejet des observations et reprise des mesures angulaires**

***Si fa ≤ T : fa est réparti également sur tous les angles mesurés**

**pour un cheminement de N côtés chaque angle est corrigé de la quantité* $ca = -\frac{fa}{n+1}$

$\beta_i^{comp} = \beta_i^{mes} + ca$

**Calcul des orientements compensés des différents côtés de la polygonale*

$\Theta_{AP1}^{comp} = \Theta_{AC} + \beta_A^{comp}$ (coté N° 1)

$\Theta_{P1P2}^{comp} = \Theta_{P1A}^{comp} + Bp_1^{comp} = \Theta_{AP1}^{comp} + \beta_{P1}^{comp} - 200 = \Theta_{AC} + \beta_A^{comp} + \beta_{P1}^{comp} - 200$ (côté N°2)

$\Theta_{P2P3}^{comp} = \Theta_{AC} + \beta_A^{comp} + \beta_{P1}^{comp} + \beta_{P2}^{comp} - (3-1) \times 200$ (côté N°3)

$$\Theta_K^{comp} = \Theta_{AC} + \sum_{i=1}^{k} \beta_i^{comp} - (K-1) \times 200$$ (avec k : N°du côté)

Dans le cas de notre cheminement on a : $$\Theta_{BD}^{comp} = \Theta_{AC} + \sum_{i=1}^{7} \beta_i^{comp} - (7-1) \times 200$$

b-Calcul des distances réduites à la projection (Dr) des différents côtés de la polygonale :

La longueur des différents côtés du cheminement peut être mesurée par un procédé quelconque : Chaînage, mesure stadimétrique ou au distance mètre .
De même il est nécessaire de faire les trois réduction suivantes :
-Réduction à l'horizon : Dh =Dp sin z
-Réduction au niveau zéro de la mer : Do = (R Dh) / (R +H)
-Réduction à la projection (sur plan) :Dr = Do (1+ε)

c-Calcul de Δx^{mes} et Δy^{mes} pour chaque côté de la polygonale :

$\Delta x_1^{mes} = D_r^1 \cos \Theta_1^{comp}$ $\Delta y_1^{mes} = D_r^1 \sin \Theta_1^{comp}$
d'où alors on aura pour tout côté i : $\Delta x_i^{mes} = D_r^i \cos \Theta_i^{comp}$ $\Delta y_i^{mes} = D_r^i \sin \Theta_i^{comp}$

c- Calcul de l'écart planimétrique (fs) :

- Ecart planimétrique en x (fx):

$fx = [\Delta x^{mes}]^A_B - [\Delta x^{calculé}]^A_B$ $\qquad fx = x'_B - x_B = x_A + \sum_{i=1}^{k} \Delta xi - x_B$

Avec k est le nombre des côtés du cheminement

- Ecart planimétrique en y (fy):

$fy = [\Delta y^{mes}]^A_B - [\Delta y^{calculé}]^A_B$ $\qquad fy = y'_B - y_B = y_A + \sum_{i=1}^{k} \Delta yi - y_B$

Avec k est le nombre des côtés du cheminement

- Ecart planimétrique (fs) : $\quad fs = \sqrt{(fx^2 + fy^2)}$

- Tolérance sur l'écart planimétrique :

**Dans les zones de compagnes :* $\quad T_C = \pm \sum Di / 1000 + 0.10$ m

**Dans les zones urbaines :* $\quad T_u = \pm \sum Di / 2000 + 0.10$ m

Remarque :
Si fs $\leq$ T on fait la compensation
Si fs $\geq$ T rejet des observations et pas de compensation

d- Ellipse de tolérance :

Pour un cheminement tendu de n cotés de longueur L

•**la tolérance longitudinale TL** : somme géométrique des erreurs maximums dues aux mesures des distances $\quad TL = 2.7 . \delta\alpha . \sqrt{n}$

Avec $\delta\alpha$ est l'erreur moyenne quadratique de mesure d'angle $\qquad$ n : nombre de sommets

•**la tolérance transversale Tt** : somme géométrique des erreurs maximums dues aux mesures des angles $\quad Tt = 2.7\ L\ \delta\alpha . \sqrt{n/3}$

Ecart de tolérance : $\quad \mathbf{T = \sqrt{(T_L^2 + Tt^2)}}$

Remarque :la TL et la Tt dépendent de la précision de l'instrument utilisé et des caractéristiques géométriques du cheminement (nombre d'angles mesurés et longueur totale du cheminement).

Compensation planimétrique : corrections Cx et Cy :

•Compensation parallèle simple :(selon le nombre de coté)

On répartit également les composantes fx et fy sur les coordonnées partielles de tous

les côtés $Cx = -\frac{fx}{n}$ $Cy = -\frac{fy}{n}$ avec n est le nombre de côté de la polygonale

•Compensation parallèle proportionnelle

La répartition est faite proportionnellement à la longueur de chaque côté.

$$C_x = -f_x \frac{li}{\sum li} \qquad C_y = -f_y \frac{li}{\sum li}$$

e-Calcul des Δx^{comp} et Δy^{comp} pour chaque côté de la polygonale :

Dans les deux cas on calcule les quantités de la manière suivante :

$$\Delta x_i^{comp} = \Delta x_i^{mes} + C_x^{\,i} \qquad \Delta yi^{comp} = \Delta yi^{mes} + C_y^{\,i}$$

f-Calcul des coordonnées des différents points de la polygonale :

On calcule à partir des coordonnées de l'origine de la polygonale et des Δx^{comp} et Δy^{comp} déjà déterminés les coordonnées des différents points de la polygonale.

Point p_1 $\begin{cases} xp_1 = x_A + \Delta x_1^{comp} \\ yp_1 = y_A + \Delta y_1^{comp} \end{cases}$ **Point p_2** $\begin{cases} xp_2 = x_{p1} + \Delta x_2^{comp} \\ yp_2 = y_{p1} + \Delta y_2^{comp} \end{cases}$

Point p_3 $\begin{cases} xp_3 = x_{P2} + \Delta x_3^{comp} \\ yp_3 = y_{P2} + \Delta y_3^{comp} \end{cases}$ **Point B** $\begin{cases} x_B = x_{P5} + \Delta x_6^{comp} \\ y_B = y_{P5} + \Delta y_6^{comp} \end{cases}$

- Calcul altimétrique (H) :

1. Principe de calcul :

*Calcul des dénivelées par nivellement géodésique :

-calcul des $\Delta H\ i+1^{mes}$

•visée directe $\Delta H\ i^{mes} = Dp\ i \cos zi + ha - hr$

•visée inverse $\Delta H\ i^{mes} = -(Dp\ i \cos zi + ha - hr)$

•ΔHi^{mes} =la moyenne des résultats des deux visées

* Calcul de fermeture : $f = \Delta H_{AB}^{mes} - \Delta H_{AB}^{calculé}$ Ou $\Delta H_{AB}^{mes} = \Sigma \Delta Hi^{mes}$

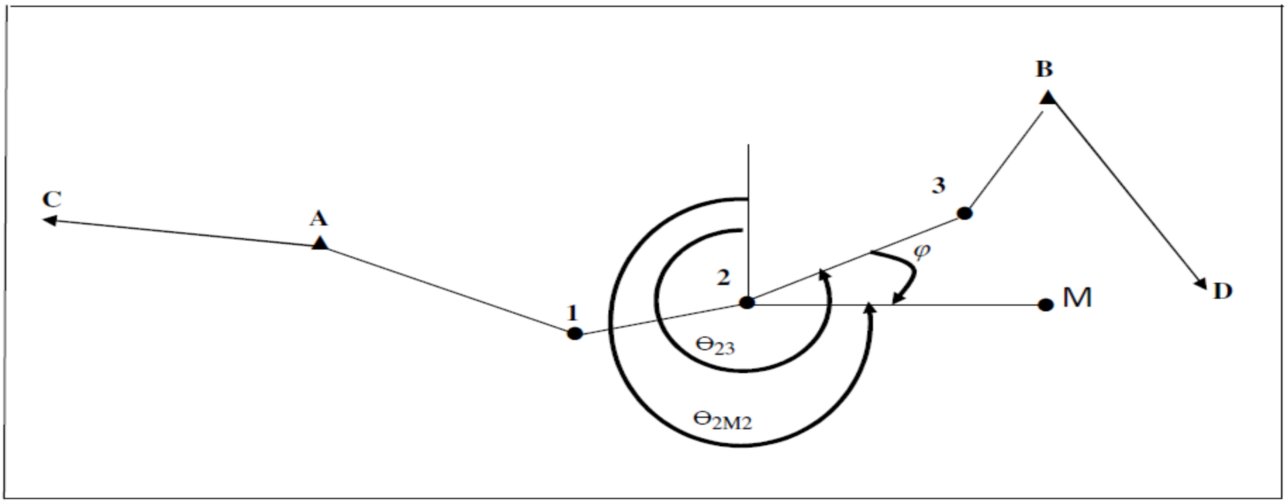
*Calcul des compensations Ci des dénivelées : $Ci = -f * |\Delta Hi\ mes| / \Sigma |\Delta Hi\ mes|$

* Calcul des dénivelées compensées :$\Delta Hi^{comp} = \Delta Hi^{mes} + Ci$

*Calcul des altitudes Hi: $Hi+1 = Hi + \Delta Hi+1^{comp}$

2. Détermination des coordonnées et de l'altitude d'un point M de détail :

Pour déterminer les coordonnés et l'altitude d'un point M n'appartenant pas au polygonal (point de détail) il faut se referez a un point existant sur la polygonal qui est déjà déterminer au paravent dans le calcul polygonal.
Pour atteindre l'objectif on suit les taches suivantes en commençant par la détermination de la distance selon la pente et l'angle φ existant entre la direction du point M et la coté du polygonal contenant le point de référence.



$X_{M2} = X_2 + Dr \cos \Theta_{2M}$

Figure 15-V

$Y_{M2} = Y_2 + Dr \sin \Theta_{2M}$

Avec : $\Theta_{2M} = \Theta_{23} - \varphi$

Ainsi on peut déterminer de cette façon les coordonnées et l'altitude des différents points de détail dans n'importe quelle position du canevas

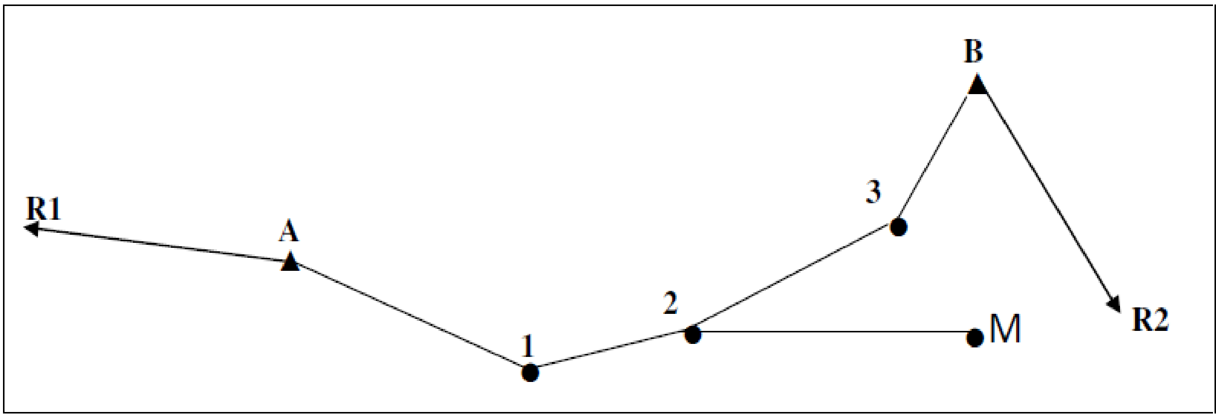
$H_M = H_2 + Dp \cos z + ha - hr$

-EXERCICE D' APPLICATIONS :

1. Application N° 1-V :

On a réalisé les mesures suivantes avec une station totale dont le cercle horizontal est gradué dans le sens des aiguilles d'une montre :

Station	Points visés	Lectures horizontales en (Gr)	Lectures verticales en (Gr)	Distances selon la pente (m)	Hauteur du réflecteur (m)
A	R1	0.000	*	*	*
ha=1.365	1	202.770	98.524	196.714	1.450
1	A	0.000	*	*	*
ha=1.575	2	155.585	101.568	106.995	1.565
2	1	0.000	*	*	*
ha=1.630	3	1.99.605	100.847	177.544	1.615
	M	256.214	99.075	80.310	1.630
3	2	0.000	*	*	*
ha=1.535	B	166.165	101.025	101.857	1.540
B	3	0.000	*	*	*
ha=1.580	R2	282.670	*	*	*



1-Calculer les coordonnées(X,Y) des points 1,2 et 3, en faisant la compensation planimétrique selon les longueurs tout en sachant que :

-Dh =Do -L'altération linéaire ε=35Cm/Km

-La tolérance de fermeture angulaire Tfa = 2.7 σα $\sqrt{n+1}$ Avec n : le nombre de cotés de la polygonale σα = 3mgr (l'écart type sur chaque angle αi mesuré

-La tolérance sur le module de la fermeture planimétrique est e 50 mm

-Les points R1,A,B et R2 ont pour coordonnées dans le système STT :

Points	A	B	R1	R2
X	3257.67	3480.52	3495.40	2924.86
Y	4244.31	3765.69	7234.88	817.60

2-Calculer les altitudes des points 1, 2 et 3 , en faisant la compensation altimétrique selon la valeur des dénivelées tout en sachant que :

-La tolérance de fermeture altimétrique est de 30 mm

-Les points A et B ont pour altitudes $H_A = 5.156$ m et $H_B = 2.996$ m

4. Calculer les coordonnées (X ,Y) et l'altitude du point M

Solution :

1- Détermination des coordonnées des points 1,2 et 3

N° points	βi^{mes}	β_i^{comp}	Θ^{comp}	Dr (m)	ΔX^{mes}	ΔY^{mes}	CX - (mm)	Cy - (mm)	ΔX^{comp}	ΔY^{comp}	X	Y
R1												
			94.950									
A	197.23	197.227									3257.67	4244.31
			292.177	196.730	- 24.114	-195.247	6	5	-24.120	-195.252		
1	244.415	244.412									3233.55	4049.058
			336.589	107.00	58.167	-89.809	3	3	58.164	-89.812		
2	200.395	200.392									3291.714	3959.246
			336.981	177.59	97.457	-148.460	6	4	97.451	-148.464		
3	233.835	233.832									3389.165	3810.782
			370.813	101.879	91.358	-45.089	3	3	91.355	-45.092		
B	117.33	117.327									3480.52	3765.69
			288.140									
R2												
Contrôle	993.205			583.199	222.868	-478.605	18	15				

2-Détermination des altitudes des points 1,2 et 3

N°cotés	LV	Dp	Dn	ha	hr	ΔH^{mes}	Ci (m)	ΔH^{comp}	Hi (m)
A									**5.156**
A-**1**	98.524	196.714	4.560	1.365	1.450	4.475	7	4.468	9.624
1-**2**	101.568	106.995	-2.635	1.575	1.565	-2.625	4	-2.629	6.995
2-**3**	100.847	177.544	-2.362	1.63	1.615	-2.347	4	-2.351	4.644
3-**B**	101.025	101.857	-1.640	1.535	1.540	-1.645	3	-1.648	
B									**2.996**
Contrôle						**-2.142**			

Dh = Dp sinZ   Dn = Dp cos z $\mathbf{\Delta H_{ij}^{mes} = Dn + ha - hr}$ $f = (\Delta_H^{mes} - \Delta_H^{donnée})$

Avec : $\Delta_H^{mes} = \sum \Delta H_i^{mes}$ et $\Delta_H^{donnée} = H_B - H_A$ (A : origine et B : extrémité)

f= -2.142 –(2.996-5.156) = 0.018 = 18 mm < Tf = 30 mm vérifier

Calcul de la compensation Selon la valeur de dénivelées :

$$C_i = - f \;\; |\Delta Himes| \; / \; \sum |\Delta Himes| \qquad C_i = - 0.018 \;\; |\Delta Himes| \; / \;\; 11.092$$

3-

$X_M = X_2 + Dr \cos \Theta_{2M}$ $Y_M = Y_2 + Dr \sin \Theta_{2M}$ Avec : $\Theta_{2M} = \Theta_{23} - \varphi$

$X_M = 3291.714 + 80.330 \cos (336.981-(256.214-199.605))$

$X_M = 3267.338$ m

$Y_M = 3959.246 + 80.33 \sin 280.372$ $Y_M = 3882.70$ m

$H_M = H_2 + Dp \cos z + ha - hr$

$H_M = 6.995 + 80.310 \cos 99.075$ $H_M = 8.162$ m

CH2

Tachéomètre

Le **tachéomètre** est un appareil servant à mesurer les angles horizontaux et verticaux entre deux cibles, ainsi que la distance de ces cibles[1]. Les mesures prises permettent de caractériser un triangle géodésique, et donc soit d'établir une carte ou un plan, soit de vérifier la cohérence entre un plan et la réalité du terrain.

Un théodolite couplé avec un fil stadimétrique est le type le plus simple de tachéomètre (Tachéomètre Moinot). Cependant, tous les tachéomètres ne sont pas forcément des théodolites : les tachéomètres autoréducteurs ne possèdent pas de cercle de mesure des angles verticaux, remplaçant celui-ci par une échelle des pentes (*% de pente*).

Bien que le terme « tachéomètre » apparaisse dès le milieu du XIX^{e} siècle[2], il ne s'agissait alors que d'un théodolite équipé d'un stadimètre. Aujourd'hui, on ne peut réellement parler de « tachéomètre » que si l'appareil est capable de mesurer des distances par lui-même.

La mesure des distances se fait grâce à un télémètre à visée infrarouge ou laser intégré dans le tachéomètre. La mesure se fait à l'aide d'un prisme réflecteur tétraédrique donc catoptrique, placé à la verticale du point que l'on souhaite mesurer à l'aide d'une nivelle sphérique. L'utilisation d'un système laser permet aussi d'effectuer une mesure de distance par télémétrie laser, ce qui permet d'utiliser comme cible des endroits inaccessibles.

Le tachéomètre est maintenant baptisé station totale et permet de stocker dans une carte mémoire les mesures effectuées sur le terrain, pour les transférer et les traiter ensuite par ordinateur (aux formats propriétaire DXF, DWG ou autres), grâce à des programmes de DAO ou des tableurs. Aujourd'hui les appareils les plus perfectionnés intègrent une télécommande à liaison hertzienne permettant de travailler seul ; sont aussi disponibles des stations totales intégrant en plus un système GPS.

Le tachéomètre est un appareil fréquemment utilisé en topographie dans toutes les opérations de lever de terrain (lever topographique), dans divers types de travaux dans les domaines des BTP et de l'industrie (notamment l'aéronautique) ainsi qu'en archéologie (relevé des objets en 3 coordonnées absolues).