- Universitaire de Relizane-

Département de mathématiques .... Année Univarsitaire : 2021-2022

Module : : Mesure et Intégration .... 3^{eme} anée L.M.D

TD 01 : Tribu

Exercice 01 :

Soient E et F deux ensembles et $f : \Omega \to E$ une application.
1) Si $\mathcal{E}$ est une tribu de E, on note :

$$\mathcal{T} = f^{-1}(\mathcal{E}) = \left\{ f^{-1}(B); B \in \mathcal{E} \right\}$$

1. Montrer que $\mathcal{T}$ est une tribu sur E
Soient $\Omega = \{-1, 0, 1, 2\}$, $E = \{0, 1, 4\}$, $f : x \to x^2$.
3. Déterminer $f^{-1}(\mathcal{P}(E))$.
Question 2 : Soit $\mathcal{A}$ une σ-algèbre sur X. Posons $f(\mathcal{A}) = (f(\mathcal{A}) : B \in \mathcal{A}\}$. Est ce que $f(\mathcal{A})$ est une σ-algèbre sur Y (Justifier

Exercice 02 :

Soit E un ensemble infini. On définit la famille $\mathcal{D}$ de parties de E par

$$\mathcal{D} = \{A \in \mathcal{P}(X) : A \text{ est au plus dénombrable où } A^c \text{ est au plus dénombrable } \}$$

1. Montrer que $\mathcal{D}$ est une tribu sur E

Exercice 03 :

Soit $(E_2; \mathcal{E}_2)$, un espace mesurable et soit $E_1 \subset E_2$ (on ne suppose pas nécessairement que E_1 appartient à $\mathcal{E}_2$). On introduit la classe d'ensembles suivante.

$$\mathcal{E}_1 = \{B \cap E_1, B \subset \mathcal{E}_2\}$$

a) Montrer que $\mathcal{E}_1$ est une tribu sur E_1. C'est la tribu trace de $\mathcal{E}_2$ sur E_1.
b) Soient $E_1 = \{1, 2\}$ et $E_2 = \{1, 2, 3\}$ Choisir une tribu $\mathcal{E}_2$ sur E_2 telle que sa tribu trace $\mathcal{E}_1$ sur E_1 n'est pas incluse dans $\mathcal{E}_2$.