**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**Université de Relizane**

**Faculté des Sciences et Technologie**

**Département d’Electrotechnique et d’Automatique**

**Master I, Spécialité Electrotechnique Industrielle**

**(Année 2021\_2022)**

**Cours de Méthodes Numériques Appliquées –Optimisation**

**Lagrangien et Programmation Linéaire**

**par Pr. Mostefa Rahli**

**Méthode du Lagrangien**

Vers les années trente, on a présenté une méthode qu'on a développée et qui est la méthode des coûts incrémentaux égaux. Steinberg et Smith l'ont utilisé pour la première fois pour deux générateurs. Cette méthode a été utilisée pendant plusieurs années. Au cours de ces années, les pertes dans le réseau n'étaient pas considérées. Ce sont Kron, Kirchmayer et Stagg qui ont introduit les pertes incrémentales dépendant linéairement des puissances.

Le développement rapide de la technique du calcul numérique a permis de mettre au point de nouvelles méthodes pour résoudre le problème de la répartition économique des puissances dans un réseau d'énergie. On a commencé à formuler et à résoudre le problème de l'écoulement des puissances et de la tache optimale de répartition des puissances. Parmi les méthodes classiques, on peut citer celles de Gauss, Gauss-Seidel, Ward-Hale, Relaxation et Newton-Raphson.

C'est Carpentier qui a formulé la tâche de répartition optimale des puissances qui comprend les contraintes de type égalité et inégalité. Pour résoudre cette tâche, on devait profiter des conditions de Kuhn et Tucker, car la tâche s'avère être une tâche de programmation non linéaire avec les contraintes de type égalité et inégalité. Au début, cette tâche était difficilement résolvable et on a commencé par simplifier les modèles afin de pouvoir les résoudre plus facilement. Jusqu'à aujourd'hui nous trouvons plusieurs articles qui traitent de ce problème et qui intéressent pratiquement les différentes formes de transformation de la tâche initiale en une autre ( programmation quadratique, programmation linéaire, etc..).

**1. Enoncé général du principe de répartition économique des puissances:**

Nous considérons un réseau de production-transport à (n + 1) noeuds. Nous voulons déterminer les puissances actives produites par les générateurs dans les centrales de production d'énergie de façon à minimiser les frais de production:

F ( P0, P1,........., Pn )

De plus nous voulons connaître les puissances réactives, les phases, les modules des tensions nodales; les demandes de puissance Ci et Di étant connues en tout point. Les variables Pi, Qi, , Ei sont soumises aux conditions suivantes:

**a/ relation d'injection:**

Hi = Ii (  ; E ) - Pi + Ci = 0

Vi = Ki (  ; E ) - Qi + Di = 0

**b/ inégalité exprimant les limitations physiques du problème:**

i = Pi2 + Qi2 ≤ SiM(2) ( variable duale associée m i )

i' = Pim - Pi ≤ 0 ( variable duale associée e i )

i = Pi - PiM ≤ 0 ( variable duale associée e i' )

i = Ei - EiM ≤ 0 ( variable duale associée  i )

i' = Eim - Ei ≤ 0 ( variable duale associée  i' )

i = i -  - Ti ≤ 0 ( variable duale associée t i )

pour tout couple ordonné de points voisins i **.**

SiM étant la puissance apparente maximale du groupe i

Pim étant la puissance active minimale possible du groupe i

PiM étant la puissance active maximale possible du groupe i

Ei étant la tension nodale au noeud i

Eim étant la tension nodale minimale au noeud i

EiM étant la tension nodale maximale au noeud i

La tâche de répartition économique représentée ci-dessus est la tâche de programmation non linéaire sous les contraintes de type égalité et inégalité. Cette tâche peut être résolue de la manière suivante.

Soient les variables duales associées suivantes:

i , i , mi , ei , ei' , i ,  i' , ti , toutes positives ou nulles

et soit le Lagrangien:

L = F + ∑ i Hi + ∑ i Vi + ∑ mi i + ∑ ei i' + ∑ ei' i +

∑ i i + ∑  i' i' + ∑ ti i

soient les conditions d'exclusion suivantes:

mi i = ei i' = ei' i = i i =  i' i' = ti i = 0

si les fonctions mises en jeu présentent la convexité convenable, les conditions nécessaires et suffisantes de l'optimum sont telles que:

dL = 0

nous avons donc:



où





où



De plus:



soit donc:



cette dernière équation s'applique en tout point.



soit donc:



Cette dernière équation s'applique aussi en tout point.

A ces quatre relations, il convient d'ajouter les relations d'injection, les inégalités du modèle, les conditions d'exclusion et les conditions de signe des variables duales:

mi( Pi2 + Qi2 - SiM(2) ) = 0 avec mi ≥ 0 et Pi2 + Qi2 - SiM(2) ≤ 0

ei ( Pim - Pi ) = 0 avec ei ≥ 0 et Pim - Pi ≤ 0

ei'( Pi - PiM ) = 0 avec ei' ≥ 0 et Pi - PiM ≤ 0

i ( Ei - EiM ) = 0 avec i ≥ 0 et Ei - EiM ≤ 0

 i' ( Eim - Ei ) = 0 avec  i' ≥ 0 et Eim - Ei ≤ 0

ti ( i -  - Ti ) = 0 avec ti ≥ 0 et i -  - Ti ≤ 0

Toutes ces relations représentent la formulation du problème d'une manière générale. En pratique, on peut formuler cette tâche en une forme plus simple et parallèlement plus réalisable.

La nouvelle tâche sera donc:

L = F + ∑ i Hi + ∑ i Vi

pour obtenir l'optimum, nous devons avoir :

dL = 0

c'est à dire:











même représentée sous la forme ci-dessus, la tâche de répartition économique s'avère difficile à résoudre car c'est une tâche de programmation non linéaire à plusieurs variables. Il s'agira de trouver une ou plusieurs méthodes moins difficiles pour le calcul et ainsi pouvoir l'utiliser au niveau du dispatching.

**Optimisation par la programmation linéaire**

**1 Introduction:**

Nous allons considérer des méthodes d'approximation de la tâche de programmation non linéaire par la tâche de programmation linéaire. Parmi les méthodes qui seront présentées, on trouvera une méthode originale qui n'est pas connue dans la littérature mondiale du point de vue application au réseau d'énergie électrique et qui concernera la commande optimale de la répartition d'énergie électrique.

**2 Approximation de la fonction coût par une fonction linéaire autour d'un point choisi : Méthode de Newton ( méthode Nº 1):**

Dans la littérature, il existe beaucoup d'articles qui profitent de la linéarisation de la fonction coût autour d'un point choisi qui est la méthode de Newton. En principe, cette méthode consiste en la répartition de la fonction de coût en une série de Taylor et ensuite à négliger les termes de degré plus élevé qu'un ( premier degré ).

Soit le coût total donné sous la forme de la fonction suivante:

F(P) = ∑ Fi ( Pi )

et choisissons le point autour duquel nous faisons l'approximation:

Cette méthode consiste à linéariser une partie de la fonction non linéaire autour d'un point choisi appelé point de travail comme le montre la figure suivante.



La tâche à résoudre qui est la suivante:

minimiser Fi(Pi) = ai+ bi\* Pi+ ci\* Pi2

sous les contraintes:

Pimin ≤ Pi ≤ Pimax

∑Pi - ∑Cj - PL = 0

est transformée sous la tâche équivalente suivante:

minimiser Fi = ki \* ΔPi = ki\* xi

avec ki = ∂Fi(Pi)/ ∂Pi

au point Pi = Pi0

Pio - Pimin ≤ xi ≤ Pimax - Pi0

Pi Puissance générée par le ième générateur

Pimin : Puissance active minimale générée du ième générateur

Pimax : Puissance active maximale générée du ième générateur

Pi= Pi0: Puissance active choisie du ième générateur

∑Cj: Somme des puissances actives de consommation

PL: Pertes totales dans le réseau

Ce point sera Pi0; le coût lui correspondant sera Fi0.

Notons comme suit:

Fi (Pi) = Fi (Pi0) + (∂Fi(Pi) / ∂Pi) ΔPi

(∂Fi(Pi) / ∂Pi) étant calculée au point Pi0

et ΔPi sera la variation de la puissance autour du point Pi0. Pour des raisons pratiques, nous faisons une translation des axes du repère comme le montre la figure suivante.



Nous avons ainsi remplacé la fonction de coût total Fi par .



Il faut noter que:

Fi = Fi0 + .

où:



et la valeur de puissance est égale à:

Pi = Pi0 + ΔPi

**3 Approximation de la fonction de coût en segments avec dérivés Méthode de Dantzing-Wolfe (méthode Nº 2):**

La fonction de coût total étant non linéaire, nous allons la transformer en une suite de segments entre les valeurs extrémales qui représentent les limites maximales et minimales de puissance des groupes de production d'énergie. Cette méthode a été utilisée par V.H. Quintana et R. Lopez en se basant sur le principe de Dantzig-Wolfe.

Appliquons par exemple une suite de trois segments sur la portion de courbe limitée par les valeurs extrémales des puissances actives. Les pentes des fonctions qui représentent les trois segments sont déterminées par les dérivées de la fonction originale aux points choisis.

Cette méthode consiste à remplacer la partie de la courbe, comprise entre les valeurs extrémales, qui est non linéaire par un ensemble de segments dont chaque segment est caractérisé par son équation de forme linéaire:



En profitant de cette figure et de la fonction de coût, nous calculons les dérivées:



aux points suivants: Pim; Pi1; Pi2;...; PiM

Ces dérivées représentent donc les coûts incrémentaux qui sont illustrés par la figure suivante.



Pour faciliter la présentation de l'approximation linéaire du problème, nous faisons la translation des axes du repère selon la figure suivante.



Selon cette figure , nous pouvons écrire la fonction de coût comme suit:











Maintenant chaque unité de production peut être représenté par autant d'unités qu'il y a de segments avec les caractéristiques linéaires décrites par les relations précédentes. Ces caractéristiques sont représentées par la figure suivante.



où:

Fi,j = ki,j xi,j

Hi,j = Pij - Pij-1

0 ≤ xi,j ≤ Hi,j (5.20)

j = 1; 2;...; si

si étant le nombre de segments

Le coût total peut être décrit comme suit:



La puissance active de l'unité i peut être calculée par la relation suivante:



En résumé la tâche initiale:

minimiser Fi(Pi) = ai + bi\* Pi + ci\* Pi2

sous les contraintes:

Pimin ≤ Pi ≤ Pimax

∑Cj - ∑Pi + PL = 0

va se transformer sous la tâche suivante:

minimiser Fi(xij) = ki1\* xi1 + ki2\* xi2 + ki3\* xi3

avec:

kij= ∂Fi(Pi)/ ∂Pi au point Pi = Pij et j = 0÷2

∑xij ≤ Pimax - Pimin

xij ≤ Pij - Pij-1

∑ xij = ∑Cj - ∑Pi0 + PL

**4 Approximation de la fonction de coût en segments sans dérivées Méthode des poids pondérés (méthode Nº 3):**

**4.1 Introduction:**

Nous allons cette fois-ci décrire une troisième méthode de linéarisation qui est l'approximation par la méthode des coefficients des poids pondérés et que nous allons appliquer pour la première fois à la répartition économique des puissances actives dans un réseau d'énergie.

Cette méthode décrite par Grabowski ressemble un peu à la deuxième mais la différence réside dans le fait que nous n'utilisons pas le calcul des dérivées de la fonction originale aux points choisis mais le calcul direct de la fonction de coût en ces points qu'on multiplie par les poids pondérés.

**4.2 Définition de la méthode:**

La méthode aux coefficients des poids pondérés peut être utilisée pour la détermination des extremums de la fonction f ( x ) telle que :

f ( x ) = ∑ fi ( xi )

où:

xi = [ x1,.........,xi,.......,xn]

on suppose en plus que chacune des fonctions fi ( xi ) est concave dans l'intervalle [ ai ; bi ]. Le problème est donc de trouver les valeurs optimales xiopt pour lesquelles:

∑ fi ( xi )  max

le problème initial est équivalent au suivant:

∑ ∑ fi ( xis ) vis  max

sous les contraintes:

∑ vis = 1

vis ≥ 0

une fois les visopt déterminés, nous aurons:

xiopt = ∑ xis visopt

considérons maintenant le problème d'une manière générale:

max { f ( x ) = ∑ fi ( xi ) }

ximin ≤ xi ≤ ximax

∑ gi ( xi ) ≤ 0

la fonction f ( x ) est toujours concave de même que la contrainte gi ( xi ). On veut aussi que xi ne puisse prendre des valeurs supérieures à ximax et inférieures à ximin. La tâche est équivalente à la tâche suivante:

max { ∑ ∑ fi ( xis ) vis }

sous les contraintes:

ximin ≤ ∑ xis visopt≤ ximax

∑ ∑ gi ( xis ) vis ≤0

∑ vis = 1

vis ≥ 0

pour ces tâches, le théorème suivant est valable:

**Théorème:**

Si xiopt et visopt sont les solutions du problème original et du problème transformé alors xiopt sont les solutions admissibles telles que:

∑ ∑ fi ( xis ) visopt ≤ fi ( xiopt )

Le problème {min ∑ fi ( xi ) } avec:

gi ( xi ) ≤ 0

ximin ≤ xi ≤ ximax

où les fonctions fi ( xi ) et gi ( xi ) sont convexes est équivalent à la tâche suivante:

max { - ∑ fi ( xi ) }

avec:

- gi ( xi ) ≤ 0

ximin ≤ xi ≤ ximax

**4.3 Tâche de programmation linéaire aux coefficients des poids pondérés pour la répartition optimale des puissances actives:**

Le principe ressemble donc à celui de la seconde méthode à la différence près que les dérivées ne sont pas calculées. Le procédé d'approximation de la fonction de coût est le suivant:

Considérons les valeurs extrémales et partageons l'intervalle considéré en trois intervalles comme le montre la figure suivante:



La tâche initiale est de la forme suivante:

minimiser Fi(Pi) = ai + bi\* Pi + ci\* Pi2

sous les contraintes:

Pimin ≤ Pi ≤ Pimax

∑Cj - ∑Pi + PL = 0

est équivalente à la tâche suivante:

min { ∑ ∑ Fi ( Pis ) vis }

∑ ∑ vis Pis = ∑Ci + PL

Pimin ≤ Pis vis ≤ Pimax

∑ vis = 1

vis ≥ 0

Après avoir résolu cette tâche par la méthode du simplexe, on détermine les valeurs optimales selon les formules suivantes:

Piopt = ∑ Pis visopt

F ( P ) = ∑ ∑ Fi ( Pis ) visopt

**5. Expérimentation:**

L'application a été faite comme nous l'avons souligné sur le réseau A.E.P.14 Bus dont le schéma est représenté par la figure suivante.

Les fonctions de coût des deux noeuds de production sont:

F1(PG1) = 100 + 1.5.PG1 + 0.006PG12

F2(PG2) = 130 + 2.1.PG2 + 0.009.PG22

avec les contraintes suivantes:

135 ≤ PG1 ≤ 195 (MW)

70 ≤ PG2 ≤ 145 (MW)

∑Ck = 251.8 (MW)



figure 6.1.

les valeurs de base sont:

Ub = 220 (KV)

Sb = 100 (MVA)

Les caractéristiques du réseau et les valeurs planifiées des puissances sont données par le tableau suivant:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k-m | impédance | admittance shunt | Nº | type de noeud | puis.act. | puis.réact. |
| 1-2 | 0.01938+j0.05917 | j0.0264 | 1 | bilan | 0 | 0 |
| 1-5 | 0.05403+j0.22304 | j0.0246 | 2 | producteur | 0.6825 | 0.2489 |
| 2-3 | 0.04699+j0.19797 | j0.0219 | 3 | consomma | -0.9500 | -0.1079 |
| 2-4 | 0.05811+j0.17632 | j0.0187 | 4 | " | -0.4900 | -0.0370 |
| 2-5 | 0.05695+j0.17388 | j0.0170 | 5 | " | -0.0780 | -0.0200 |
| 3-4 | 0.06701+j0.17103 | j0.0170 | 6 | " | -0.1199 | -0.1535 |
| 4-5 | 0.01335+j0.04211 | j0.0006 | 7 | " | -0.0200 | -0.0100 |
| 4-7 | 0.00000+j0.02091 | j0.0000 | 8 | " | -0.1099 | -0.2162 |
| 4-9 | 0.00000+j0.55618 | j0.0000 | 9 | " | -0.3100 | -0.1800 |
| 5-6 | 0.00000+j0.25202 | j0.0000 | 10 | " | -0.1100 | -0.0700 |
| 6-11 | 0.09498+j0.19890 | j0.0000 | 11 | " | -0.0450 | -0.0200 |
| 6-12 | 0.12291+j0.25581 | j0.0000 | 12 | " | -0.0700 | -0.0180 |
| 6-13 | 0.06615+j0.13027 | j0.0000 | 13 | " | -0.1400 | -0.0600 |
| 7-8 | 0.00000+j0.17615 | j0.0000 | 14 | " | -0.1600 | -0.0600 |
| 7-9 | 0.00000+j0.11001 | j0.0000 |  |  |  |  |
| 9-10 | 0.03181+j0.08450 | j0.0000 |  |  |  |  |
| 9-14 | 0.12711+j0.27038 | j0.0000 |  |  |  |  |
| 10-11 | 0.08205+j0.19207 | j0.0000 |  |  |  |  |
| 12-13 | 0.22092+j0.19988 | j0.0000 |  |  |  |  |
| 13-14 | 0.17093+j0.34802 | j0.0000 |  |  |  |  |

Tableau 6.1

**V.1 Première variante:**

De la même manière que pour la programmation non linéaire, nous allons en premier lieu considérer les pertes totales du réseau comme étant constantes et égales à:

PL= 18.26 (MW)

**V.1.1 Méthode N° 1:**

Nous allons faire varier les points de travail afin de voir l'influence de ces valeurs sur les puissances générées optimales trouvées par le calcul et avons procédé à une dizaine d'essais dont les résultats sont regroupés dans les tableaux suivants:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.36x1+2.865x2}  sous les contraintes:  x1+x2=10.06  x1≤25  x2≤55  **Coût original (**$**/h)** | 170 | 90 | 0 | 10.06 | 170 | 100.06 | 949.12  **958.6** | 0.01 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.28x1+2.95x2}  sous les contraintes:  x1+x2=10.06  x1≤35  x2≤45  **Coût original (**$**/h)** | 160 | 100 | 0 | 10.06 | 160 | 110.06 | 953.30  **923.6** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.2x1+3.035x2}  sous les contraintes:  x1+x2=10.06  x1≤45  x2≤35  **Coût original (**$**/h)** | 150 | 110 | 0 | 10.06 | 150 | 120.06 | 960.43  **971.9** | 0.02 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.12x1+3.12x2}  sous les contraintes:  x1+x2=10.06  x1≤55  x2≤25  **Coût original (**$**/h)** | 140 | 120 | 10.06 | 0 | 150.06 | 120 | 970.59  **971.8** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.12x1+3.205x2}  sous les contraintes:  x1+x2=0.06  x1≤55  x2≤15  **Coût original (**$**/h)** | 140 | 130 | 0.06 | 0 | 140.06 | 130 | 982.89  **982.9** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.12x1+3.29x2}  sous les contraintes:  x1+x2=-9.94  x1≤55  x2≤5  **Coût original (**$**/h)** | 140 | 140 | -9.94 | 0 | 130.06 | 140 | 965.97  **996.9** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.20x1+3.12x2}  sous les contraintes:  x1+x2=0.06  x1≤45  x2≤25  **Coût original (**$**/h)** | 150 | 120 | 0 | 0.06 | 150.06 | 120 | 959.79  **971.8** | 0.01 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.28x1+3.12x2}  sous les contraintes:  x1+x2=-9.94  x1≤35  x2≤25  **Coût original (**$**/h)** | 160 | 120 | 0 | -9.94 | 150.06 | 120 | 974.19  **971.8** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.28x1+3.035x2}  sous les contraintes:  x1+x2=0.06  x1≤35  x2≤35  **Coût original (**$**/h)** | 160 | 110 | 0 | 0.06 | 160 | 110.06 | 963.68  **923.6** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | X1op  (MW) | X2op  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. |
| min{3.28x1+3.205x2}  sous les contraintes:  x1+x2=-19.94  x1≤35  x2≤15  **Coût original (**$**/h)** | 160 | 130 | 0 | -19.94 | 160 | 110.06 | 984.79  **923.6** | 0.05 |

**V.1.2 Méthode N° 2:**

**V.1.2.1 Première sous-variante:**

Nous allons remplacer la fonction de coût par un ensemble de deux segments et en même temps allons faire varier les points de travail pour trois cas différents afin de voir également l'influence de ce type d'approximation sur les valeurs finales trouvées après calcul:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{3.08x1+3.32x2+2.695x3+3.035x4}  sous les contraintes:  x1≤30  x2≤30  x3≤40  x4≤35  x1+x2=60  x3+x4=75  x1+x2+x3+x4=65.06  **Coût original (**$**/h)** | 135.00 | 135.06 | 889.65  **916.81** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{3.08x1+3.2x2+2.695x3+2.95x4}  sous les contraintes:  x1≤15  x2≤45  x3≤30  x4≤45  x1+x2=60  x3+x4=75  x1+x2+x3+x4=65.06  **Coût original (**$**/h)** | 135.00 | 135.06 | 917.23  **916.81** | 0.05 |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{3.08x1+3.4x2+2.695x3+3.12x4}  sous les contraintes:  x1≤40  x2≤20  x3≤50  x4≤25  x1+x2=60  x3+x4=75  x1+x2+x3+x4=65.06  **Coût original (**$**/h)** | 150.06 | 120.00 | 914.08  **971.81** | 0.05 |

**V.1.2.2 Deuxième sous-variante:**

Nous allons remplacer la fonction de coût par un ensemble de trois segments et en même temps allons faire varier les points de travail pour trois cas différents:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{3.08x1+3.24x2+3.4x3+  2.695x4+2.9075x5+3.12x6}  sous les contraintes:  x1≤20  x2≤20  x3≤20  x4≤25  x5≤25  x6≤25  x1+x2+x3=60  x4+x5+x6=75  x1+x2+x3+x4+x5+x6=65.06  **Coût original (**$**/h)** | 150.06 | 120.00 | 919.40  **971.81** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{3.08x1+3.2x2+3.32x3+  2.695x4+2.865x5+3.035x6}  sous les contraintes:  x1≤15  x2≤15  x3≤30  x4≤20  x5≤20  x6≤35  x1+x2+x3=60  x4+x5+x6=75  x1+x2+x3+x4+x5+x6=65.06  **Coût original (**$**/h)** | 135.00 | 135.06 | 920.21  **916.81** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{3.08x1+3.28x2+3.44x3+  2.695x4+2.95x5+3.1625x6}  sous les contraintes:  x1≤25  x2≤20  x3≤15  x4≤30  x5≤25  x6≤20  x1+x2+x3=60  x4+x5+x6=75  x1+x2+x3+x4+x5+x6=65.06  **Coût original (**$**/h)** | 145.06 | 125.00 | 918.53  **976.86** | 0.05 |

**V.1.2.3 Troisième sous-variante:**

Nous allons remplacer la fonction de coût par un ensemble de quatre segments et en même temps allons faire varier les points de travail pour trois cas différents:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{3.08x1+3.2x2+3.32x3+3.44x4+2.695x5+2.865x6+3.035x7+3.205x8}  sous les contraintes:  x1≤15  x2≤15  x3≤15  x4≤15  x5≤20  x6≤20  x7≤20  x8≤15  x1+x2+x3+x4=60  x5+x6+x7+x8=75  x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8=65.06  **Coût original (**$**/h)** | 140.06 | 130 | 920.44  **982.89** | 0.10 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{3.08x1+3.16x2+3.28x3+3.4x4+2.695x5+2.95x6+3.0775x7+3.1625x8}  sous les contraintes:  x1≤10  x2≤15  x3≤15  x4≤20  x5≤30  x6≤15  x7≤10  x8≤20  x1+x2+x3+x4=60  x5+x6+x7+x8=75  x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8=65.06  **Coût original (**$**/h)** | 145.06 | 125 | 919.81  **976.86** | 0.01 |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{3.08x1+3.2x2+3.36x3+3.48x4+2.695x5+2.9075x6+3.035x7+3.1625x8}  sous les contraintes:  x1≤15  x2≤20  x3≤15  x4≤10  x5≤25  x6≤15  x7≤15  x8≤20  x1+x2+x3+x4=60  x5+x6+x7+x8=75  x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8=65.06  **Coût original (**$**/h)** | 145.06 | 125 | 920.45  **976.86** | 0.01 |

**V.1.3 Méthode N° 3:**

**V.1.3.1 Première sous-variante:**

Nous allons remplacer la fonction de coût par un ensemble de deux segments et en même temps allons faire varier les points de travail pour trois cas différents:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{518.8x1+647.8x2+308.65x3+453.85x4}  sous les contraintes:  x1+x2=1  x3+x4=1  135x1+165x2+70x3+110x4=270.06  135x1+165x2≤195  70x3+110x4≤145  **Coût original (**$**/h)** | 160.06 | 110 | 1082.23  **923.60** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{518.8x1+580x2+308.65x3+415x4}  sous les contraintes:  x1+x2=1  x3+x4=1  135x1+150x2+70x3+100x4=270.06  135x1+150x2≤195  70x3+100x4≤145  **Coût original (**$**/h)** | 150.00 | 120.06 | 995  **971.87** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{518.8x1+695x2+308.65x3+494.4x4}  sous les contraintes:  x1+x2=1  x3+x4=1  135x1+175x2+70x3+120x4=270.06  135x1+175x2≤195  70x3+120x4≤145  **Coût original (**$**/h)** | 150.06 | 120.00 | 1077.66  **971.87** | 0.05 |

**V.1.3.2 Deuxième sous-variante:**

Nous allons remplacer la fonction de coût par un ensemble de trois segments et en même temps allons faire varier les points de travail pour trois cas différents:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{515.8x1+602.2x2+695x3+  3.08x4+396.2125x5+494.4x6}  sous les contraintes:  x1+x2+x3=1  x4+x5+x6=1  135x1+155x2+175x3+70x4+95x5+120x6=270.06  135x1+155x2+175x3≤195  70x4+95x5+120x6≤≤145  **Coût original (**$**/h)** | 150.06 | 120.00 | 1077.20  **971.87** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{515.8x1+647.8x2+794.2x3+  377.85x4+453.85x5+603.2125x6}  sous les contraintes:  x1+x2+x3=1  x4+x5+x6=1  150x1+165x2+195x3+90x4+110x5+145x6=270.06  150x1+165x2+195x3≤195  90x4+110x5+145x6≤145  **Coût original (**$**/h)** | 150.00 | 120.06 | 1076.78  **971.87** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{624.8x1+719.2x2+794.2x3+  415x4+515.3125x5+603.2125x6}  sous les contraintes:  x1+x2+x3=1  x4+x5+x6=1  160x1+180x2+195x3+100x4+125x5+145x6=270.06  160x1+180x2+195x3≤195  100x4+125x5+145x6≤145  **Coût original (**$**/h)** | 160.00 | 110.06 | 1080.16  **923.60** | 0.05 |

**V.1.3.3 Troisième sous-variante:**

Nous allons remplacer la fonction de coût par un ensemble de quatre segments et en même temps allons faire varier les points de travail pour trois cas différents:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{580x1+647.8x2+719.2x3+794.2x4+  377.85x5+453.85x6+536.65x7+603.2125x8}  sous les contraintes:  x1+x2+x3+x4=1  x5+x6+x7+x8=1  150x1+165x2+180x3+195x4+  90x5+110x6+130x7+145x8=270.06  150x1+165x2+180x3+195x4≤195  90x5+110x6+130x7+145x8≤145  **Coût original (**$**/h)** | 150 | 120.06 | 1075.50  **971.87** | 0.01 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{558.2x1+624.8x2+695x3+794.2x4+  415x5+473.9125x6+515.3125x7+603.2125x8}  sous les contraintes:  x1+x2+x3+x4=1  x5+x6+x7+x8=1  145x1+160x2+175x3+195x4+  100x5+115x6+125x7+145x8=270.06  145x1+160x2+175x3+195x4≤195  100x5+115x6+125x7+145x8≤145  **Coût original (**$**/h)** | 145 | 125.06 | 1073.77  **976.90** | 0.05 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) |
| min{580x1+671.2x2+743.8001x3+794.2x4+  396.2125x5+453.85x6+515.3125x7+603.2125x8}  sous les contraintes:  x1+x2+x3+x4=1  x5+x6+x7+x8=1  150x1+170x2+185x3+195x4+  95x5+110x6+125x7+145x8=270.06  150x1+170x2+185x3+195x4≤195  95x5+110x6+125x7+145x8≤145  **Coût original (**$**/h)** | 150 | 120.06 | 1075.07  **971.87** | 0.01 |

**V.2.2 Deuxième variante:**

Nous avons supposé les pertes de transport comme étant variables et fonction des puissances générées. Les coefficients de ces variables ont été déterminées par la méthode de Gauss-Seidel d'où:

PL = 0.08996 PG1 + 0.03828 PG2

L'équation de bilan devient alors:

0.91004 PG1 + 0.96172 PG2 = 251.8

Nous allons faire une application uniquement sur un cas par méthode puisque qu'au niveau de la première variante, nous avons montré l'influence des variations des points de travail sur les puissances générées optimales et maintenant nous allons voir l'influence de la variation des pertes sur les puissances générées. Nous retiendrons le cas le plus favorable en temps et précision pour les deux dernières méthodes c'est à dire le cas où la courbe est partagée en trois segments.

**V.2.2.1 Méthode N° 1:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | X10  (MW) | X20  (MW) | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  sec. | PL  (MW) |
| min{3.20x1+3.12x2}  sous les contraintes:  0.91004x1+0.96172x2=-0.1124  x1≤45  x2≤25  **Coût original ($/h)** | 150 | 120 | 150.00 | 119.88 | 970.73 | 0.05 | 18.08 |

**V.2.2.2 Méthode N° 2:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) | PL  (MW) |
| min{3.08x1+3.24x2+3.4x3+  2.695x4+2.9075x5+3.12x6}  sous les contraintes:  x1≤20  x2≤20  x3≤20  x4≤25  x5≤25  x6≤25  x1+x2+x3=60  x4+x5+x6=75  0.91004(x1+x2+x3)+0.96172(x4+x5+x6)=61.62  **Coût original ($/h)** | 135.00 | 134.07 | 915.95 | 0.05 | 17.27 |

**V.2.2.3 Méthode N° 3:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tâche | PG1op  (MW) | PG2op  (MW) | Coût opt  ($/h) | Tps  (sec.) | PL  (MW) |
| min{515.8x1+602.2x2+695x3+  3.08x4+396.2125x5+494.4x6}  sous les contraintes:  x1+x2+x3=1  x4+x5+x6=1  141.06x1+159.26x2+177.46x3+  91.36x4+115.41x5+139.45x6=251.8  135x1+155x2+175x3≤195  70x4+95x5+120x6≤145 | 155.00 | 115.15 | 1077.53 | 0.05 | 18.35 |

**V.2.3 Tableau récapitulatif:**

Nous allons, sous forme de conclusion, essayé de récapituler ces différents résultats dans les tableaux suivants en mettant en évidence les différences maximales au niveau des puissances générées optimales trouvées, du temps moyen de calcul et de la différence maximale au niveau de la fonction de coût total.

**V.3.2 Programmation linéaire:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **méthode N º 1** | **Méthode N º 2** | **méthode N º 3** |
| opt  ΔPG1 (Max)  (MW) | 40 | 25 | 15 |
| opt  ΔPG2 (Max)  (MW) | 40 | 25 | 15 |
| Temps (s) | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| opt  ΔF (Max)  ($/h) | 35 | 31 | 87 |