

**Université Ahmed Zabana de Relizane**  
**Faculté des Sciences et de la Technologie**  
**Département des Mathématiques et Informatique**

**TD n 01 : Syntaxe et Sémantique**

**Exercice 1.1** Considérez les formules du calcul propositionnel suivantes :

$$\varphi_1 := r \vee (p \neg ((\wedge q) \Rightarrow \neg r));$$

$$\varphi_2 := p \wedge (r \wedge ((\neg q) \Rightarrow \neg p));$$

$$\varphi_3 := ((q \vee \neg p) \Rightarrow (\neg \neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg \neg q \vee \neg p) \Rightarrow (\neg p \vee q)).$$

Pour chaque formule  $\varphi_i \in \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$

1. dessinez son arbre syntaxique ;
2. énumérez ses sous-formules ;
3. énumérez les symboles propositionnels ayant une occurrence dans  $\varphi_i$ .

**Exercice 1.2** 1. Quelles sont les valuations qui donnent même valeur à  $p \wedge q$  et  $p \Rightarrow q$  ?

2. Énumérez les modèles de la formule  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$ .
3. Est ce que cette formule est (in)satisfaisable, valide ?

**Exercice 1.3** On considère les formules  $\varphi = p \wedge (\neg q \Rightarrow (q \Rightarrow p))$  et  $\psi = (p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ .

1. Soit  $v$  une valuation. Déterminer, *si possible*,  $v(\varphi)$  et  $v(\psi)$  dans chacun des quatre cas suivants :
  - (a) on sait que  $v(p) = 0$  et  $v(q) = 1$  ;
  - (b) on sait que  $v(p) = 0$  ;
  - (c) on sait que  $v(q) = 1$  ;
  - (d) on ne sait rien sur  $v(p)$  et  $v(q)$ .
2. Ces deux formules sont-elles satisfaisables ? Des tautologies ?
3. L'ensemble  $\{\varphi, \psi\}$  est-il consistant ? C'est-à-dire, existe t'il une valuation telle que  $v(\varphi) = v(\psi) = 1$  ?

**Exercice 1.4** Une formule  $\varphi$  est dite *contingente* lorsqu'elle est satisfaisable et non une tautologie. Dire si les formules suivantes sont insatisfiables, contingentes, ou encore des tautologies :

1.  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$
2.  $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
3.  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg q)$
4.  $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \wedge (\neg r \vee s)$