

Universitaire de Relizane

Département de mathématiques ..... Année Universitaire : 2021-2022

Module : : Équations de la Physique Mathématique ..... 3<sup>eme</sup> année L.M.D

TD 2 : Equations aux dérivées partielles du second ordre

**Exercice 01 :**

Pour l'équation ci-dessous, déterminer le type de l'équation, l'équation caractéristique, les courbes caractéristiques, la forme canonique et ensuite déterminer la solution générale.

$$4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 8 \frac{\partial u}{\partial x} + 4 \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

**Exercice 02 :**

On considère l'équation aux dérivées partielles linéaire du second ordre suivante :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \dots \dots \dots (E).$$

1. Déterminer suivant les valeurs du paramètre  $\alpha$  la nature de  $(E)$ .
2. Supposons a présent que  $|\alpha| < 1$ . Déterminer l'équation obtenue a partir de  $(E)$  en faisant le changement de variable.

$$\xi = \frac{x + y}{\sqrt{1 + \alpha}} \quad \text{et} \quad \eta = \frac{x - y}{\sqrt{1 - \alpha}}$$

**Exercice 03 :**

Pour l'équation ci-dessous, déterminer le type de l'équation, l'équation caractéristique, les courbes caractéristiques, la forme canonique générale.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$