Université de RELIZANE
Faculté des Sciences et Technologie
Département de physique

جامعة غليزان
RELIZANE UNIVERSITY

1ᵉʳ année Sciences de la matière
Module : Math I
Année Universitaire : 2021-2022

Série de TD N°1

Exercice n°1 :

Soient $A =]-\infty; 3]$, $B =]-2; 7[$ et $C =]-5; +\infty[$ trois parties de R.

- *Déterminer $A \cap B$, $A \cup B$, $B \cap C$, $B \cup C$, A^c, A/B, $A^c \cap B^c$, $(A \cup B)^c$, $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ et $A \cap (B \cup C)$.*

Exercice n°2 :

Vrai ou faux ? Pour tout sous-ensemble A;B et C de E on a :

i) $[(A \cap B) \cup C] \cap B = B \cap (A \cup C)$,

ii) $C \cap [(A \cap B \cap C^c) \cup (A^c \cap B)] = A^c \cap B \cap C$,

iii) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$.

2) Si $A \cap B = A \cup B$ que peut-on dire des ensembles A et B ?

Exercice n°3 :

Déterminer le complémentaire dans $\mathbb{R}$ des parties suivantes :

$A_1 =]-\infty, 0]$; $A_2 =]-\infty, 0[$; $A_3 =]0, +\infty[$; $A_4 = [0, +\infty[$; $A_5 =]1, 2[$; $A_6 = [1, 2[$.

2. Soient $A =]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$, $B =]-\infty, 1[$ et $C = [2, +\infty[$. Comparer les ensembles suivants :

$$C_{\mathbb{R}}A \text{ et } C_{\mathbb{R}}B \cap C_{\mathbb{R}}C$$

Exercice n°4 :

Soient $f : R \to R$ et $g : R \to R$ telles que $f(x) = 3x+1$ et $g(x) = x^2-1$. A-t-on $f \circ g = g \circ f$?

Exercice n°5 :

Soit $f : [0;1] \to [0;1]$ telle que :

$$F(x) = \begin{cases} x & si\ x \in [0,1] \cap \mathbb{Q} \\ 1-x & sinon \end{cases}$$

Démontrer que : $f \circ f = id$.

Exercice n°6 :

Soit $f : [1;+\infty[\to [0;+\infty[$ telle que $f(x) = x^2-1$. f est-elle bijective ?

Exercice n°7 :

Les applications suivantes sont-elles injectives, surjectives, bijectives ?

1. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$; $\quad n \mapsto n+1$
2. $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$; $\quad n \mapsto n+1$
3. $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$; $\quad (x,y) \mapsto (x+y, x-y)$
4. $k : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$; $\quad x \mapsto \frac{x+1}{x-1}$

Exercice n°8 :

On considère l'application f de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ définie par :

$f(x,y) = (x-4y, 2x+3y)$

- *Montrer que f est bijective.*

Exercice n°9 :

Dire si les relations suivantes sont réflexives, symétriques, antisymétriques, transitives :

1. $E = \mathbb{Z}$ et $x\Re y \Leftrightarrow x = -y$
2. $E = \mathbb{R}$ et $x\Re y \Leftrightarrow \cos^2 x + \sin^2 y = 1$

Quelles sont parmi les exemples précédents les relations d'ordre et les relations d'équivalence ?

Exercice n°10 :

trouvez le domaine de définition pour les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

1. $(2x-3)(5-7x) < 0$
2. $(8x-2)^2 > 9x^2$
3. $\sqrt{5-7x}$
4. $9x^2 - 6x > -1$
5. $\dfrac{9}{4(x-1)(x+2)} \geq -1$
6. $\dfrac{5x^2 - x + 2}{\sqrt{-2x^2+5x-3}}$