

Série 7 : Ondes progressives

Exercice 7.1. Une onde transversale se déplaçant le long d'une corde est décrite par la fonction $y = 15 \cos(0.25x + 75t)$, où x et y sont en millimètres et t est en secondes.

Trouver l'amplitude, longueur d'onde, la fréquence et la vitesse de l'onde. Dans quelle direction est la propagation d'onde ?

Exercice 7.2. Vérifier que les fonctions suivantes :

- (i) $y(x, t) = A \sin[2\pi\nu(t - x/v)]$
- (ii) $y(x, t) = A \sin[2\pi/\lambda(x + vt)]$
- (iii) $y(x, t) = A \exp[i(\omega t + kx)]$
- (iv) $y(x, t) = A \cos(\omega_1 t - k_1 x) + B \cos(\omega_2 t - k_2 t)$, où $\omega_1/k_1 = \omega_2/k_2 = v$
- (v) $y(x, t) = \alpha(x + vt)^2$

sont solutions de l'équation :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Déterminer les dimensions des constantes $A, \omega, k, \nu, \lambda$ et α .

Exercice 7.3. Démontrer que $\psi(\mathbf{r}, t) = A \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$ est une solution d'équation d'onde en trois dimensions,

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

où $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ est le Laplacien, $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ et $\mathbf{r} = (x, y, z)$.

Remarque :

on peut écrire l'équation d'onde en 3D, ci-dessus, dans la forme compacte :

$$\square \psi = 0, \quad \square = \nabla^2 - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

Exercice 7.4. (a) Calculer les fréquences de :

- (i) une onde radio de longueur d'onde 1500 m.
- (ii) un photon visible de longueur d'onde 500 nm.
- (iii) un rayon-X de longueur d'onde 0.1 nm.
- (iv) une onde électromagnétique de nombre d'onde 2.1 m^{-1} .
- (v) une onde ultrason qui a une longueur d'onde 5.0 mm.

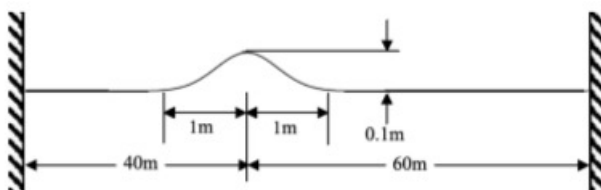
- (b) Calculer les longueurs d'onde des ondes sonores de fréquences 20 Hz et 15 kHz qui sont des limites typiques de l'audition d'une personne.
(la vitesse sonore dans l'air est 340 m/s).

Exercice 7.5. (a) Un fil horizontal qui est de 25 m de long et a une masse de 100 g est maintenue sous une tension de 10 N. Une onde sinusoïdale de fréquence de 25 Hz et d'amplitude de 15 mm se propage le long du fil.

Calculer (i) la vitesse de l'onde le long du fil et (ii) la vitesse transversale maximale d'une particule quelconque du fil.

- (b) Un carré de feuille élastique de dimensions 0.75 m par 0.75 m a une masse de 125 g. Une force de 2.5 N est appliquée à chacun des quatre bords. Quelle est la vitesse des ondes sur la feuille ?

Exercice 7.6. La figure montre une impulsion sur une corde de longueur 100 m avec extrémités fixes. L'impulsion se déplace vers la droite sans aucun changement de forme, à une vitesse de 40 m/sec.



- (a) Faites un schéma clair montrant comment le vitesse transversale de la corde varie avec la distance le long de la corde à l'instant où l'impulsion est dans la position représentée dans la figure.
- (b) Quelle est la vitesse transversale maximale de la corde (approx.) ?
- (c) Si la masse totale de la corde est de 2 kg, ce qu'est la tension T en elle ?
- (d) Ecris une équation pour $y(x, t)$ qui décrit numériquement des ondes sinusoïdales d'amplitude 0.2 m et longueur d'onde 5 m déplaçant dans la direction x -négative sur une très longue corde faite du même matériel et sous la même tension que ci-dessus.

Exercice 7.7. Une impulsion propageant le long d'une corde tendue est décrit par :

$$y(x, t) = \frac{b^3}{b^2 + (2x - ut)^2}$$

- (a) Trace le graphe de y vs x pour $t = 0$.
- (b) Quels sont la vitesse de l'impulsion et la direction de sa propagation ?
- (c) La vitesse transversale d'un point de la corde donnée est définie par $v_y = \partial y / \partial t$. Calculer v_y en fonction de x pour l'instant $t = 0$, et montrer à l'aide d'une schéma ce que cela nous dit à propos de la mouvement de l'impulsion pendant un court temps Δt .

Exercice 7.8. Une longue corde est reliée à un oscillateur motrice électriquement de sorte qu'une onde sinusoïdale transversale se propage le long de la corde. La corde a une masse par unité de longueur de 30 g/m et est maintenue sous une tension de 12 N.

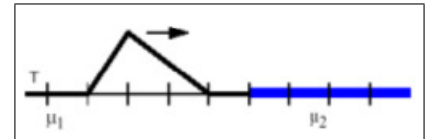
- Calculer la puissance qui doit être fourni à l'oscillateur pour soutenir la propagation de l'onde si elle a une fréquence de 150 Hz et une amplitude de 1.5 cm.
- Quelle sera la puissance nécessaire (i) si la fréquence est doublée et (ii) si l'amplitude est réduite de moitié?

Exercice 7.9. (a) Une source émettant des ondes isotrope. Si l'intensité de l'onde est de I_1 à une distance radiale r_1 de la source, ce sera l'intensité I_2 à une distance r_2 ?

- L'intensité des ondes sonores à partir d'une sirène est de 25 W/m² à distance de 1.0 m à partir de la sirène. En supposant que les ondes sonores sont émises de manière isotrope, à quelle distance sera l'intensité sonore égale à 1.0 W/m² qui est proche de la "seuil de douleur"?

Exercice 7.10.

Deux cordes avec une masse par unité de longueur $\mu_1 = 0.1$ kg/m et $\mu_2 = 0.3$ kg/m, respectivement, sont joints de manière transparente [smoothly]. Ils sont sous tension $T = 20$ N.

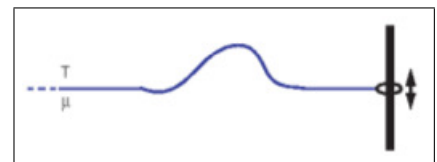


Une onde progressive d'une forme triangulaire illustré dans la figure se déplace vers la droite le long de la corde légère. Les graduations définis l'échelle de la largeur d'impulsion.

- Trouvez les coefficients de réflexion et transmission à l'interface (y compris les signes).
- Faire un schéma de la déformation totale de la corde lorsque l'impulsion incidente a sa maximum exactement à l'interface. Indiquez comment vous êtes arrivé à votre réponse sur ton schéma.
- Faire un schéma de la déformation totale de la corde lorsque les deux impulsions réfléchis et transmisé sont éloignés de l'interface.
- Quelle est non-physique sur la forme de cette impulsion? (Soyez quantitative)

Exercice 7.11.

Une très longue corde de masse densité μ et tension T est attachée dans un petite boucle avec masse négligeable. La boucle glisse sur une tige verticale et subit une force verticale $F_y = -b\partial y/\partial t$ quand il se déplace.



- Appliquer la loi de Newton à la boucle pour trouver la condition à la limite à la fin de la corde. Exprimez votre résultat en termes de dérivées partielles de $y(x, t)$ à la position de la tige.
- Montrer que la condition à la limite est satisfaite par une impulsion incidente $f(x - vt)$ et une impulsion réfléchié $g(x + vt)$. Trouver g en termes de f .
- Montrer que votre résultat a le comportement correct dans les limites $b \rightarrow 0$ (la corde est libre de glisser) et $b \rightarrow \infty$ (la corde est serrée fermement).