Cinématique du point Matériel

point Matériel: on considère que le corps matériel dont on veut décrire le mvt se réduit à un point géométrique noté M auquel associé la masse m de ce corps (ainsi que sa charge électrique q) le seul paramètre mécanique conservé est celui de masse qui en fait n'intervient pas en cinématique dans la mesure où la question des causes du mvt ne se pose pas

Référentiel, repère d'espace, repère de temps ou horloge:
le mvt à un caractère relatif avant de pouvoir le décrire il faut donc préciser par rapport à quoi on considère le déplacement du point Matériel càd le référentiel d'étude.

* **Système de référence:** Pour pouvoir décrire le mvt d'un mobile en générale il nous faut un repère càd un système de référence qui comprend un point d'origine, et un système de trois axes gradués formant un trièdre direct (Figure géométrique formée Par trois plan).
Toutes les distances sont calculés dans ce systèmes d'axe par rapport à l'origine.

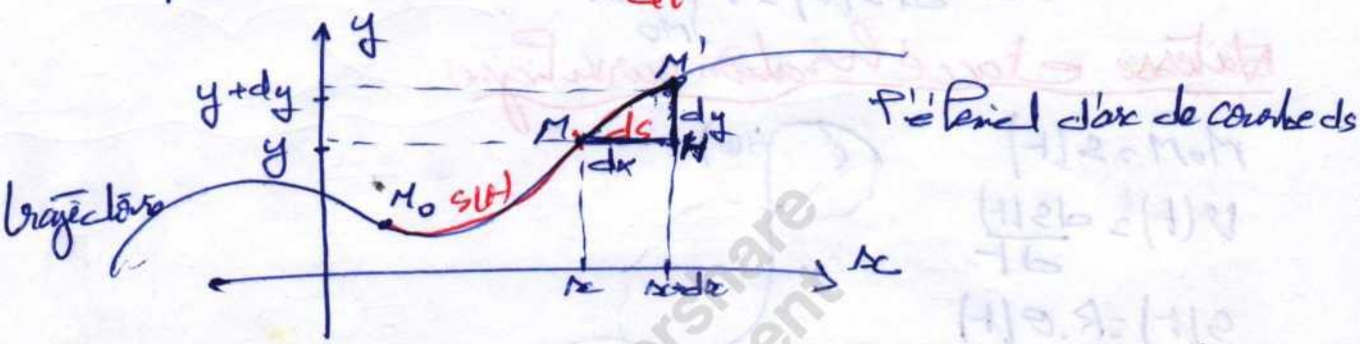
Notion du point Matériel
l'étude du mvt d'un corps solide indéformable peut être décomposés en deux parties:
- le mvt du centre de gravité du corps
- le mvt de rotation du corps autour de ce centre de masse

dans ce chapitre nous nous intéressons uniquement au premier Problème alors nous considérons tout solide indéformable comme étant un point Matériel confondu avec le centre de gravité du corps et ayant la même masse que ce dernier.

4) Mouvements curvilignes

1) élément d'arc de courbe

Considérons une trajectoire spaciale q'q parcourue par un point M pendant une durée infinitésimale dt le point M se déplace le long un petit élément d'arc de courbure de longueur ds de sorte la vitesse du point M s'écrit : $V = \frac{ds}{dt}$



alors le point M se déplace dans un plan et qu'il soit repéré ces coordonnées cartésiennes pendant dt le point M(x,y) aura avancé qu'au point M' où M'(x+dx, y+dy), de sorte que la petite distance parcourue sera : $MM' = \sqrt{dx^2+dy^2}$

cette distance parcourue pendant dt sera bien la distance MM'

où $ds = MM' = \sqrt{dx^2+dy^2}$

on va assimiler l'arc de courbure avec l'hypothèse de triangle MM'H en appliquant le Th de pythagore alors la vitesse du point M est donc :

$$V = \frac{ds}{dt} = \frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{dt} = \sqrt{\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2}} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$$

comme montre le schéma on choisie puis posons à t le PM passe par le point M_0 comme origine, et notant t le PM est en M, alors la distance qui le sépare de M_0 est égale à la longueur de l'arc de courbure $\overset{\frown}{MM_0}$ s'appelle abscisses curviligne $s(t)$

$$\boxed{s(t) = \overset{\frown}{MM_0}} \quad s(t) = \overset{\frown}{M_0M}$$

$$s(t) = \int_{M_0}^{M} ds = \int_{M_0}^{M} V\,dt$$

alors $ds(t) = V\int_{M_0}^{M} dt$

Vitesse et accélération curviligne

$\overset{\frown}{M_0M} = s(t)$

$v(t) = \frac{ds(t)}{dt}$

$s(t) = R.\theta(t)$

s ~~R~~ le rayon

θ : position angulaire

Ex $s(t) = R\,\theta(t)$

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{dR}{dt}\theta(t) + \frac{d\theta(t)}{dt}R$$

$$\boxed{v(t) = R\,\frac{d\theta(t)}{dt}}$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow \frac{d(R\,d\theta(t))}{dt^2} = \frac{dR\,d\theta(t)}{dt^2} + \frac{R\,d^2\theta(t)}{dt^2}$$

$$a(t) = \frac{dR}{dt}.\frac{d\theta(t)}{dt} + R\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

$$\boxed{a(t) = R\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}}$$

trajectoire : c'est la courbe qui décrit le point m mvt. Elle peut être réelle (route, chemin de fer, ...) ou fictive (orbite planétaire ...)

I. Mvt rectiligne :

I.1 trajectoire :

Soit un mobile que nous assimilons à un point matériel animé d'un mvt rectiligne. Donc sa trajectoire est segment de droite, d'où nous n'avons besoin que d'un seul paramètre pour connaître la position càd la distance par rapport à point d'origine (origine des coordonnées). Alors nous étudiant le mvt mobile par rapport à ce point "O" à partir du temps $t_0 = 0s$ considéré comme origine du temps.

trajectoire $\vec{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

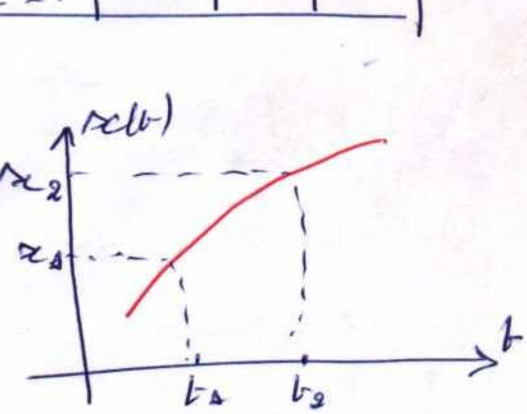
I.2 Position

La position du mobile est définie d'abord en choisissant un sens positif du déplacement sur l'axe contenant la trajectoire, ce choix est arbitraire. Les positions en aval (après) du point d'origine sont notées positivement, les positions en amont (avant) sont notées négativement. Donc nous pourrons commencer le repérage de la position du mobile pour différents temps t, il est représenté dans un tableau

t	t_0	t_1	t_2	...			
$x(t)$	$x(t_0)$	$x(t_1)$	$x(t_2)$	...			

a- Point vue graphique :

c'est la courbe qui nous donne $x(t)$ à chaque instant t, la courbe $x(t)$ en fct de t n'est pas la trajectoire



b- point de vue analytique:

Un point matériel P est en repos dans un repère choisi si ses coordonnées x, y, z sont indépendantes du temps, il est en mvt si ses coordonnées varient en fct du temps, ces coordonnées peuvent être notées par: $x(t), y(t), z(t)$, On appelle ces fcts les éqts horaires du mvt on peut les exprimer sous forme:

$x = f(t)$, $y = g(t)$, $z = h(t)$

exemple: ~~$x(t) = -5t^2+20t$~~ les éqt du mvt d'PM est donnée par

$x(t) = 2t$

$y(t) = 0$

$z(t) = -5t^2+4t$

Remarque: toutes les unités sont dans le système international x et y, z mètre et t en seconde.

1- trouver l'éqt cartésienne de la trajectoire, quelle est sa forme?

2- Ecrire l'expression du vecteur position au temps $t = 2s$.

Solution:

1- on tire t de l'éqt de $x(t)$ et on remplace dans $z(t)$:

$x = 2t \Rightarrow \boxed{t = \frac{x}{2}}$

$\boxed{z = -1{,}25x^2+2x}$ c'est une éqt d'une parabole.

2- Expression du vecteur position:

$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$= (2t)\vec{i} + (-5t^2+4t)\vec{k}$

$\boxed{\vec{OM}(t=2) = 4\vec{i} - 12\vec{k}}$