



Test N°1

Exercice n°1 :

Soient $A =]-\infty; 10]$, $B =] - 40; 40[$ et $C =] -20; + \infty [$ trois parties de \mathbb{R} .

- Déterminer $A \cap B$, $A \cup B$, $B \cap C$, $B \cup C$, A^c , A/B , $A^c \cap B^c$, C^c

Exercice n°2 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : $5chx - 3shx = 4$

Exercice n°3 :

On munit \mathbb{R} de la loi de composition interne $*$ définie par :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, x * y = \frac{x + y}{1 + xy}$$

- Montrer que $*$ est commutative, associative et l'élément neutre

Exercice n° 12 (2pts)

• $A \cap B =]-40, 10]$. 0,25

• $A \cup B =]-\infty, 40[$. 0,2

• $B \cap C =]-20, 40[$. 0,2

• $B \cup C =]-40, +\infty[$. 0,2

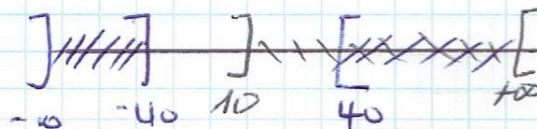
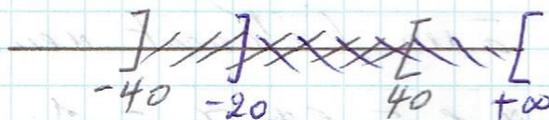
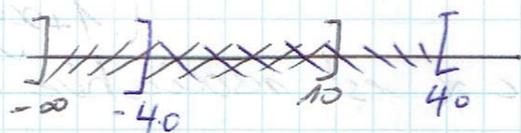
• $A^c =]10, +\infty[$. 0,25

• $A|B =]-\infty, -40]$. 0,2

• $A^c \cap B^c = [40, +\infty[$. 0,25

• $B^c =]-\infty, -40] \cup [40, +\infty[$. 0,25

• $C^c =]-\infty, -20]$. 0,2



Exercice n° 23 (1pt)

$5 \operatorname{ch} x - 3 \operatorname{sh} x = 4 \Rightarrow 5 \frac{e^x + e^{-x}}{2} - 3 \frac{e^x - e^{-x}}{2} = e^x + 4e^{-x}$ (0,25)

Par conséquent, x est solutionssi :

$e^x + \frac{4}{e^x} = 4 \Rightarrow \frac{e^{2x} - 4e^x + 4}{e^x} = 0$. (0,25)

Ce qui s'écrit aussi $\Rightarrow (e^x - 2)^2 = 0$ (0,25)

$\Rightarrow \begin{cases} e^x = 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = \ln 2}$ 0,25

Exercice n° 33 (2pts)

• * Commutative: $x * y = y * x$.

$x * y = \frac{x + y}{1 + xy}$, $y * x = \frac{y + x}{1 + yx}$) 0,5

* est Commutative.

• * associative: $x * (y * z) = (x * y) * z$

$y * z = \frac{y + z}{1 + yz}$

$x * (y * z) = \frac{x + \left(\frac{y+z}{1+yz}\right)}{1 + x \left(\frac{y+z}{1+yz}\right)} = \frac{x + \frac{y+z}{1+yz}}{1 + \frac{xy+xz}{1+yz}} = \frac{x + y + z + xyz}{1 + yz + xy + xz}$) 0,25

$$(x * y) * z = \frac{\frac{x+y}{1+xy} + z}{1 + \left(\frac{x+y}{1+xy}\right)z} = \frac{x+y+z+xyz}{1+xy+xz+yz} \quad (0,5)$$

Donc $*$ est associative.

• $*$ a un l'élément neutre :

$$x * e = e * x = x \Rightarrow \boxed{e=1} \quad (0,25)$$