

IV.1 Introduction

Les performances électriques d'une ligne de transport d'énergie sont déterminées par le courant de charge et le facteur de puissance. Le terme performance signifie : le calcul de la tension de source, le courant de source, le facteur de puissance coté source, les pertes puissance en ligne, le rendement de transport, la régulation de la tension du réseau et les limites d'écoulement de puissance durant un état stable et les conditions de transport.

IV.2 Classification des lignes électriques de transport

La prédominance d'un paramètre d'une ligne de transport électrique est gouvernée par sa longueur et la configuration des conducteurs (nombre de conducteurs et de phases). En fonction de la longueur de la ligne, la classification de ces lignes dans la majorité des pays du monde est la suivante :

- **Ligne courte** : longueur inférieure à quatre-vingt kilomètres ($l < 80$ km) ;
- **Ligne moyenne** : longueur supérieur ou égale à quatre-vingt kilomètres et inférieur à deux cent quarante kilomètres ($80 \leq l < 240$ km) ;
- **Ligne longue** : longueur supérieur ou égale à deux cent quarante ($l \geq 240$ km).

Pour les lignes courtes, la capacité est négligée en aérien mais pour les câbles dont la distance entre conducteur est réduite, son effet doit être pris en considération. Pour les lignes moyennes, l'effet de capacité ne peut être négligé, et cette capacité peut être concentrée en un point ou plusieurs points de la ligne. Pour les lignes longues tous les paramètres doivent être pris en considération.

IV.3 Lignes courtes

IV.3.1 Ligne courte monophasée

Dans ce type de lignes électriques de transport, la capacitance et la conductance de la ligne sont négligées. L'alimentation monophasée de la ligne courte en longueur fonctionne relativement à de basses tensions. Une ligne monophasée contient deux conducteurs de résistance R_1 et d'inductance L_1 chacun. L'inductance L_1 est en effet équivalente à une réactance inductive $X_1 = 2\pi f L_1$ dont f est la fréquence de fonctionnement du réseau électrique. Ce type de réseau est schématisé conformément à la figure 4.1.

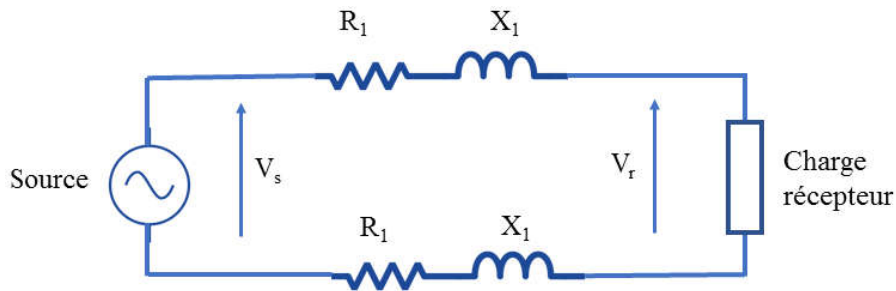


Figure 4.1 : Schéma électrique de base d'une ligne courte monophasée.

Pour des raisons de simplification de l'étude, la résistance et réactance des deux conducteurs sont considérées à être concentrées dans un seul conducteur. Le deuxième conducteur de retour sera dépourvu de ces paramètres (R et X). Le schéma électrique de la figure 5.1 deviendra :

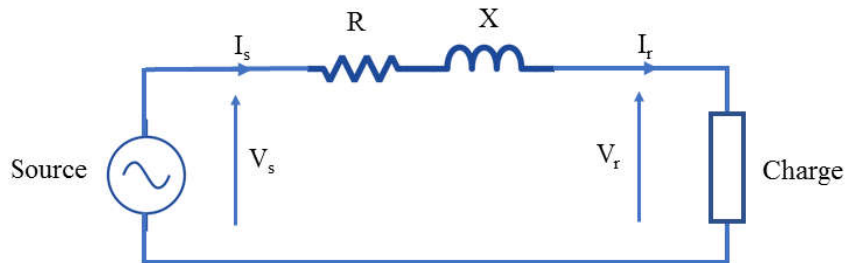


Figure 4.2 : Modèle du circuit équivalent d'une ligne courte.

Dans ce dernier schéma, on a :

La résistance de la ligne devient $R = 2R_1 \Omega$ et sa réactance inductive devient : $X = 2X_1 \Omega$

V_r : En volts, la tension au point de connexion du récepteur (la charge),

V_s : En volts, la tension au point de connexion de la source,

I_r : En ampères, le courant au point de connexion du récepteur,

I_s : En ampères, le courant au point de connexion de la source,

$\cos \varphi_r$: Le facteur de puissance de la charge,

$\cos \varphi_s$: Le facteur de puissance au point de connexion de la source,

L'impédance totale de la ligne est : $Z = R + jX \Omega$.

Puisque, par hypothèse d'étude, la capacitance C et la susceptance G sont négligées en ligne courte on a : $I_s = I_r = I$ (4.1)

IV.3.2 Diagramme des phaseurs pour une ligne courte monophasée

Soit V_r , qui doit être maintenu constant par exigence du client et les normes en vigueur, pris comme phaseur référence de longueur $OA = V_r$ comme mentionné en figure 4.3.a. trois cas possibles pour la réalisation du diagramme de phaseurs sont à considérer à savoir :

Cas01 : I en retard à V_r :

$OA = V_r$ et $OB = I$ est le phaseur courant de charge qui est supposé en retard par rapport au phaseur V_r .

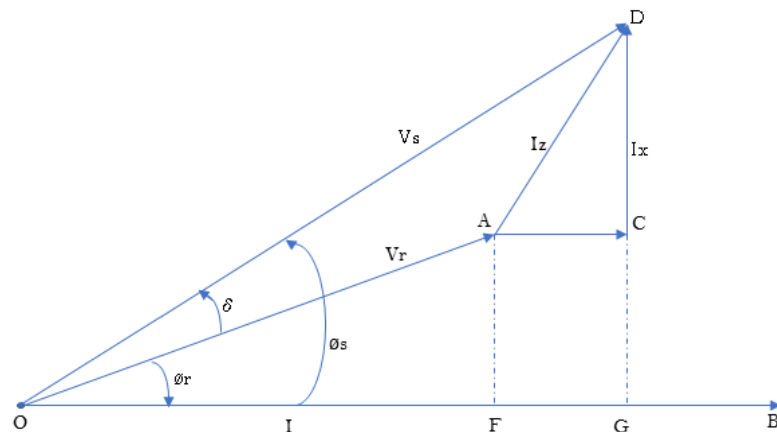


Figure 4.3.a : Diagramme des phaseurs d'une ligne courte (I en retard par rapport au phaseur V_r , facteur de puissance arrière).

Cas02 : le phaseur courant de charge I en phase avec le phaseur tension de charge V_r . Dans ce cas on aura $\varphi_r = 0$ et le facteur de puissance coté récepteur est unitaire ($\cos \varphi_r = 1$). Ce cas de figure est indiqué en figure 4.3.b.

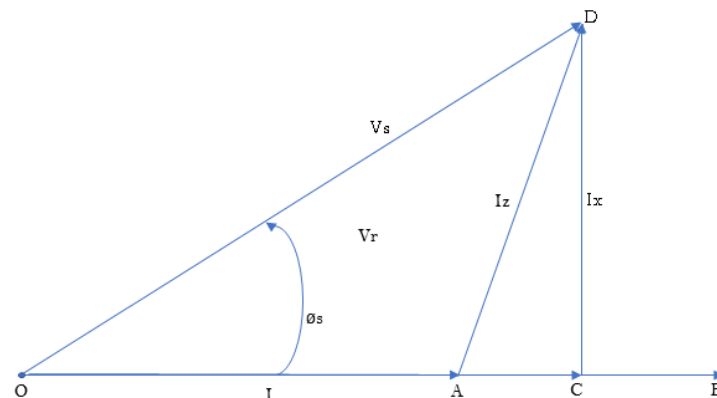


Figure 4.3.b : Diagramme des phaseurs d'une ligne courte (facteur de puissance unitaire $\cos \varphi_r = 1$).

Cas03 : le phaseur courant du récepteur I en avance de phase par rapport à la tension au niveau du récepteur V_r (un facteur de puissance en avance).

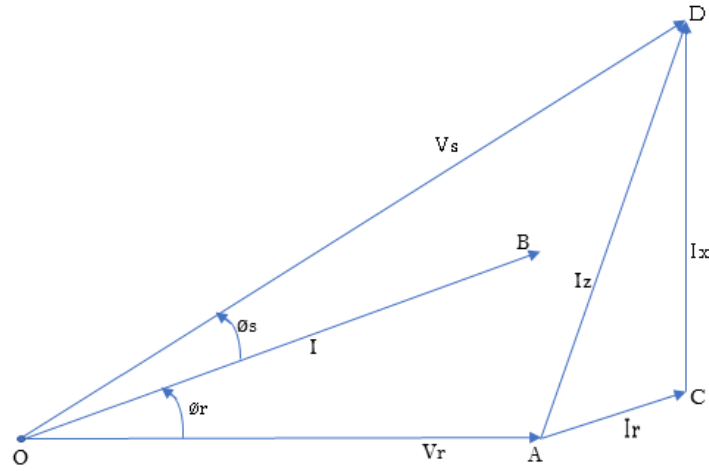


Figure 4.3.c : Diagramme des phaseurs d'une ligne courte avec facteur de puissance en avance ($\cos \varphi_r < 1$).

Un contrôle permanent de la tension de source V_s peut maintenir la tension V_r au niveau de la charge à une valeur constante par une compensation de la chute de tension dans l'impédance de la ligne.

On applique l'étude à titre d'exemple sur le cas 01 dont le réseau présente un facteur de puissance de la charge en arrière, soient :

$\cos \varphi_s$: Le facteur de puissance de la charge mesurée au niveau de la source. De la figure 4.3.a et du triangle **OGD** on a :

$$OD^2 = OG^2 + GD^2 = (OF + FG)^2 + (GC + CD)^2$$

$$V_s^2 = (V_r \cos \varphi_r + I.R)^2 + (V_r \sin \varphi_r + I.X)^2 \quad (4.2)$$

D'où :

$$V_s = [(V_r \cos \varphi_r + I.R)^2 + (V_r \sin \varphi_r + I.X)^2]^{1/2} \quad (4.3)$$

$$\cos \varphi_s = \frac{OG}{OD} = \frac{OF+FG}{OD} = \frac{V_r \cos \varphi_r + I.R}{V_s}, \quad (4.4)$$

En notation complexe on aura :

Si V_r est le phaseur de référence : $V_r = V_r \arg(0^\circ) = V_r + j0$

Pour un retard de phase le phaseur courant est : $I = I \arg(-\varphi_r) = I \cos \varphi_r - jI \sin \varphi_r$

Pour des phaseurs courant I et tension V_r en phase, on a : $I = I \arg(0^\circ) = I + j0$

L'impédance de ligne est $Z = R + jX$,

La tension de source : $V_s = V_r + ZI$,

Pour I en retard par rapport à V_r on a :

$$V_s = V_r + ZI = (V_r + j0) + (R + jX)(I \cos \varphi_r - jI \sin \varphi_r) \quad (4.5)$$

$$V_s = (V_r + IR \cos \varphi_r + IX \sin \varphi_r) + j(IX \cos \varphi_r - IR \sin \varphi_r)$$

La simplification de l'équation (4.5) nous mène à

$$V_s = [(V_r + IR \cos \varphi_r + IX \sin \varphi_r)^2 + (IX \cos \varphi_r - IR \sin \varphi_r)^2]^{1/2} \quad (4.6)$$

L'angle de charge est ainsi déterminé par :

$$\tan \delta = \frac{IX \cos \varphi_r - IR \sin \varphi_r}{V_r + IR \cos \varphi_r + IX \sin \varphi_r} \quad (4.7)$$

IV.3.3 Ligne courte triphasée de transport électrique

Un circuit triphasé équilibré peut être considéré constitué de trois circuits monophasés séparés. Les calculs pour un circuit triphasé sont similaires à ceux expliqués en monophasé à la différence de la notion par phase est à adopter.

Pour un circuit triphasé électriquement équilibré, on a :

- Toutes les tensions données sont ligne à ligne (tension composée : tension phase à phase),
- Tous les courants sont des courants de ligne (courant de phase),
- La puissance active P est égale à la puissance active des trois phases,
- La puissance réactive Q est égale à la puissance réactive des trois phases.

Donc, pour les calculs dans une ligne triphasée :

- Puissance active par phase est égale à un tiers de puissance active totale ($P_{phase} = 1/3 \cdot P_{totale}$),
- Puissance réactive par phase est égale à un tiers de puissance réactive totale ($Q_{phase} = 1/3 \cdot Q_{totale}$).

Pour une connexion en étoile, la tension de phase est égale à :

$$V_{phase} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot V_{ligne}$$

On adopte le modèle par phase d'une ligne triphasée courte le même que celui illustré en figure 4.2. Les diagrammes des phaseurs en fig.4.3 restent valables.

IV.3.4 Ligne de transport et notion de représentation en quadripôle

En électrotechnique, chaque circuit électrique monophasé peut être représenté par la notion de quadripôles. Tout le circuit électrique sera remplacé par une boîte noire comme illustré en figure 4.4, dont il faut déterminer mathématiquement les constantes ABCD qui relient le vecteur d'entrée avec ceux de la sortie.

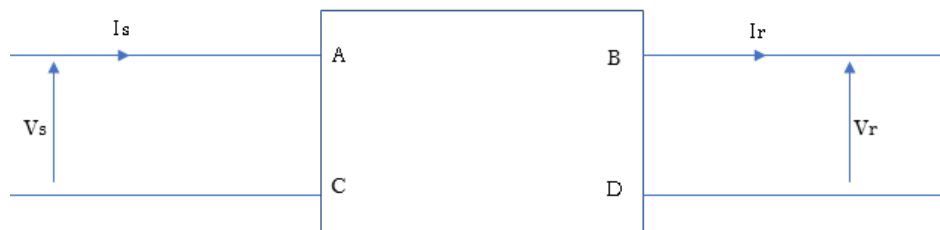


Figure 4.4 : une ligne électrique représentée en quadripôles.

De la figure 4.4 associée à la théorie des quadripôles, Les équations générales sont :

$$V_s = AV_r + BI_r \quad (4.8)$$

$$I_s = CV_r + DI_r \quad (4.9)$$

Les constantes **ABCD** dépendent des paramètres électriques de la ligne et sont généralement des complexes. L'arrangement des (4.8) et (4.9) sous forme matricielle donne lieu à :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

La validité des équations (4.10) est basée en fait sur la possibilité de représentation la ligne de transport par un réseau linéaire, passif et bilatéral, ce qui impose (voir chapitre suivant):

$$AD - BC = 1 \quad (4.11)$$

IV.3.5 Les constantes ABCD d'une ligne courte

Du modèle de la ligne courte, figure 4.2, on a :

$$\begin{cases} V_s = V_r + ZI_r \\ I_s = I_r \end{cases} \quad (4.12)$$

Par comparaison de l'équation (4.10) avec l'équation (4.12) on tire les valeurs ci-après des constantes ABCD de la ligne considérée.

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = Z \\ C = 0 \\ D = 1 \end{cases} \quad (4.13)$$

Une ligne courte vérifie le critère du réseau passif, linéaire et bilatéral, soit : $AD - BC = 1$.

IV.3.5 Régulation de la tension d'une ligne

La régulation de la tension d'une ligne est définie par le changement de tension au niveau du récepteur quand l'entité de la charge à un facteur de puissance donnée est enlevée. La tension au niveau de la source est gardée constante. Donc c'est une fraction ou pourcentage de la tension de récepteur à charge totale. Par définition, cette régulation vaut :

$$\text{Per-unit regulation en tension} = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} \quad (4.14)$$

Ou exprimée en pourcentage par :

$$\text{régulation en tension en \%} = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} \cdot 100 \quad (4.15)$$

Avec :

$|V_{rnl}|$ = L'Amplitude de la tension du récepteur sans charge (*No Load*),

$|V_{rfl}|$ = L'Amplitude de la tension du récepteur avec charge entière (*full Load*).

La tension de source est obligatoirement à garder constante, ce qui nous mène à écrire :

$$V_s = AV_r + BI_r,$$

Quand la charge est enlevée : $I_r = 0, V_r = V_{r0}$,

D'où, à charge déconnectée on aura :

$$V_s = AV_{r0} \text{ ce qui donne lieu à } V_{r0} = \frac{V_s}{A},$$

V_{r0} : Tension du récepteur à charge enlevée (ligne à vide).

Donc la régulation de la tension de ligne est :

$$\text{Per - unit regulation en tension} = \frac{|V_s| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} \text{ en pu} \quad (4.16)$$

IV.3.6 Régulation de la tension des lignes courtes

Pour les lignes courtes, quand la charge est enlevée, la tension au niveau du récepteur est égale la tension au niveau de la source. Ceci nous permettra d'avoir :

- En charge ($I = I_r$): $|V_{rfl}| = |V_r|$,
- Sans charge ($I = I_r = 0$): $|V_{rnl}| = |V_s|$,

Donc, pour les lignes courtes :

$$\text{Per - unit regulation en tension} = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} = \frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} \text{ en pu} \quad (4.17)$$

La régulation dépend aussi du facteur de puissance de la charge.

En se reposant sur le diagramme des phaseurs, pour un facteur de charge en retard de phase, la tension au niveau de la source est supérieure à celle au niveau du récepteur. En cas d'avance de phase, la tension au niveau récepteur peut être supérieur la tension source. Ici la régulation devient négative.

IV.3.7 Rendement d'une ligne ou rendement de transport

Le rendement d'une ligne de transport η_T est définit par :

$$\eta_T = \frac{\text{Puissance de sortie}}{\text{Puissance d'entrée}} = \frac{\text{Puissance délivrée au niveau du récepteur}}{\text{Puissance délivrée au récepteur} + \text{Pertes}} \text{ [pu]} \quad (4.18)$$

IV.4 Lignes moyennes « Medium Line »

IV.4.1 Introduction

On a déjà annoncé que la capacitance d'une ligne moyenne est significative. Elle peut être concentrée en un point en répartie en plusieurs points de long de la ligne. Un nombre de modèles de localisation de la capacitance est utilisé par le calcul des performances de la ligne. Dans la littérature, les deux Les modèles suivants ont été adoptés et utilisés :

- Le modèle en T-Norme ;
- Et le modèle en π -Norme.

Il est à noter que ces deux modèles T-Norme et π -Norme ne sont pas des représentations équivalentes mais se sont plutôt des représentations différentes pour la même ligne moyenne.

IV.4.2 Le modèle T-Norme de lignes moyennes

La capacité C est concentrée au point milieu de la ligne, dont l'impédance série Z de la ligne est scindée en deux parts égales ($\frac{Z}{2} = \frac{R}{2} + j\frac{X}{2}$). Le modèle T-Norme reflète la représentation physique, selon la figure 6.1, du modèle électrique de la ligne par la lettre T comme suit :

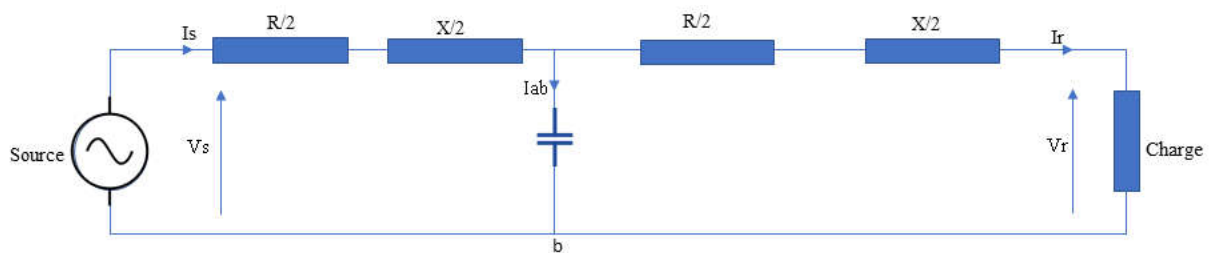


Figure 4.5 : le modèle en T-Norme d'une ligne moyenne (Nominal T model).

Dans ce modèle on a :

- Impédance série de la ligne : $Z = R + jX$,
- Admittance Shunt de la ligne : $Y = j\omega C$.

En se basant sur l'hypothèse que la tension de charge V_r et le courant de charge I_r sont connus, la tension de source V_s et le courant de source I_s peuvent être obtenus par les lois des mailles des nœuds. Conformément au modèle électrique de la figure 4.5 On a :

La tension de la branche ab vaut :

$$V_{ab} = V_r + \frac{Z}{2} I_r ,$$

La courant dans la capacité vaut :

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = Y \cdot V_{ab} ,$$

Dans le nœud « a » on aura :

$$I_s = I_r + I_{ab} = I_r + Y \cdot V_{ab} = I_r + Y(V_r + \frac{Z}{2} I_r)$$

D'où le courant de source vaut :

$$I_s = YV_r + (1 + \frac{ZY}{2})I_r$$

D'autre part la tension de source dans la maille à gauche de la branche « ab » vaut :

$$V_s = V_{ab} + \frac{Z}{2} I_s = (V_r + \frac{Z}{2} I_r) + \frac{Z}{2} [YV_r + (1 + \frac{ZY}{2})I_r] \quad (4.19)$$

D'où, après un arrangement, l'expression de la tension de source V_s en fonction de V_r et I_r est :

$$V_s = (1 + \frac{ZY}{2})V_r + Z(1 + \frac{ZY}{4})I_r$$

Les équations de V_s et I_s sous formes matricielle sont :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z(1 + \frac{ZY}{4}) \\ Y & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

D'où, par comparaison, les constantes **ABCD** du modèle Nominal T-circuit de la ligne moyenne sont :

$$\begin{cases} A = 1 + \frac{ZY}{2} \text{ sans unité} \\ B = Z \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \text{ en } \Omega \\ C = Y \text{ en Siemens} \\ D = 1 + \frac{ZY}{2} \text{ sans unité} \end{cases}$$

IV.4.3 Diagramme des phaseurs du modèle en T-Norme d'une ligne moyenne

Considérons le cas d'un facteur de puissance de la charge ($\cos \varphi_r$) arrière :

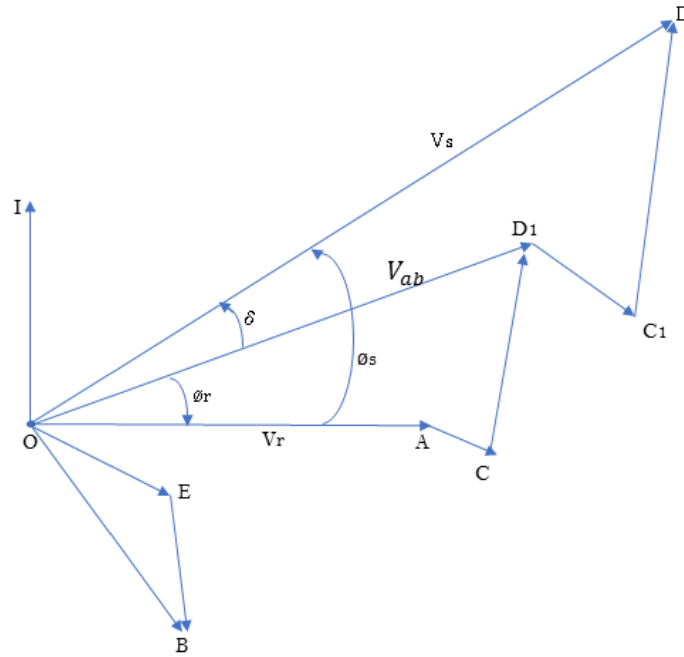


Figure 4.6 : diagramme de phaseurs d'une ligne moyenne T-Norme avec un $\cos \varphi_r$ arrière.

Tel que dessiné en figure 4.6 et conformément à l'équation (4.19) donnant le phaseur V_s : , le diagramme des phaseurs est constitué des vecteurs suivants :

- $OA = V_r$: tension de charge (récepteur) au neutre pris comme phaseur de référence.
- $OB = I_r$: courant de charge en retard par rapport à V_r par l'angle φ_r (PF= $\cos \varphi_r$ arrière),
- $AC = I_r \frac{R}{2}$: chute de tension résistive dans la demi-ligne de droite parallèle I_r ;
- $CD1 = I_r \frac{X}{2}$: chute de tension inductive dans la réactance de demi-ligne de droite perpendiculaire à OB,
- $OD1 = V_{ab}$: tension du point milieu de la ligne, à travers la capacitance C.
- $BE = I_{ab}$: courant circulant dans la capacité qui est en avance de 90° par rapport à V_{ab} ,
- $OE = I_s$: courant de source qui est égale à la somme $(I_r + I_{ab})$,
- $D1C1 = I_s \frac{R}{2}$: chute de tension résistive dans la résistance dans le côté gauche de la ligne. Ici on le vecteur D1C1 est en parallèle au vecteur I_s ,
- $C1D = I_s \frac{X}{2}$: chute de tension inductive dans la réactance côté source. Le vecteur C1D est perpendiculaire au vecteur I_s ,

- $OD=V_s$: tension de source côté source qui est égale à la somme vectorielle de $(V_{ab} + \frac{Z}{2}I_s)$,
- φ_s : angle de phase du vecteur tension de source côté source (phase entre le courant I_s et la tension V_s).
- $\cos \varphi_s$: le facteur de puissance côté source.

IV.4.4 Le modèle π -Norme de lignes moyennes

Le modèle π -norme stipule que la capacitance de la ligne est scindée en deux parts égales à $C/2$ chacune qui sont connectées aux deux extrémités de la ligne tandis que la résistance et la réactance inductive (impédance série de la ligne) de la ligne sont totalement concentrées au centre de la ligne comme l'indique le schéma électrique ci-après en figure 4.7.

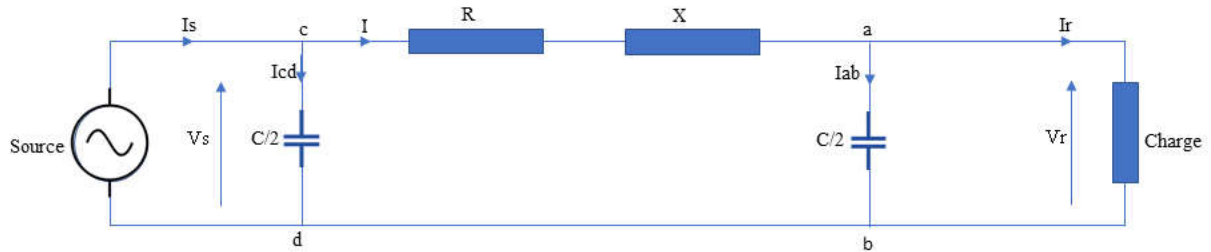


Figure 4.7 : diagramme de phaseurs d'une ligne moyenne π -Norme avec un $\cos \varphi_r$ arrière.

Dans le circuit de la figure 4.7, on a :

La tension à travers la branche ab est :

$$V_{ab} = V_r$$

$$\text{Avec : } Y_{ab} = \frac{1}{Z_{ab}} = \frac{Y}{2}, \quad Z = R + jX, \quad Y_{cd} = \frac{1}{Z_{cd}} = \frac{Y}{2} \text{ et } Y = j \cdot C\omega.$$

Par la loi d'Ohm on peut aisément obtenir le courant dans la branche « ab »:

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = Y_{ab} * V_{ab} = \frac{Y}{2} V_r$$

Par application de la loi des nœuds en nœud de courant « a », le courant I traversant la branche « ca » est :

$$I = I_r + I_{ab} = I_r + \frac{Y}{2} V_r$$

La tension de source :

$$V_s = V_{cd} = V_{ab} + Z * I = V_r + Z(I_r + \frac{Y}{2} V_r)$$

Après un arrangement on aura :

$$V_s = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r + Z \cdot I_r$$

Reste à déterminer l'équation du courant de source I_s par la loi d'ohm appliquée à la maille situé à gauche de la branche « cd » comme suit :

En premier lieu on doit déterminer le courant I_{cd} traversant la branche « cd » :

$$I_{cd} = \frac{V_{cd}}{Z_{cd}} = \frac{Y}{2} V_s = \frac{Y}{2} \left[\left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r + Z \cdot I_r \right] ,$$

L'application de la loi des nœuds au nœud électrique « c » on aura :

$$I_s = I + I_{cd} = \left(I_r + \frac{Y}{2} V_r\right) + \left[\frac{Y}{2} \left(\left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r + Z \cdot I_r\right)\right]$$

D'où :

$$I_s = Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \cdot V_r + \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \cdot I_r$$

Sous notation matricielle on aura :

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y(1 + \frac{ZY}{4}) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

Aussi, les constantes **ABCD** du réseau d'une ligne moyenne en modèle π -Norme est :

$$\begin{cases} A = D = 1 + \frac{ZY}{2} \\ B = Z, \\ C = Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \end{cases}$$

IV.4.5 Diagramme des phaseurs du modèle en π -Norme d'une ligne moyenne

Pour un facteur de puissance coté charge en arrière, ce diagramme de phaseurs est :

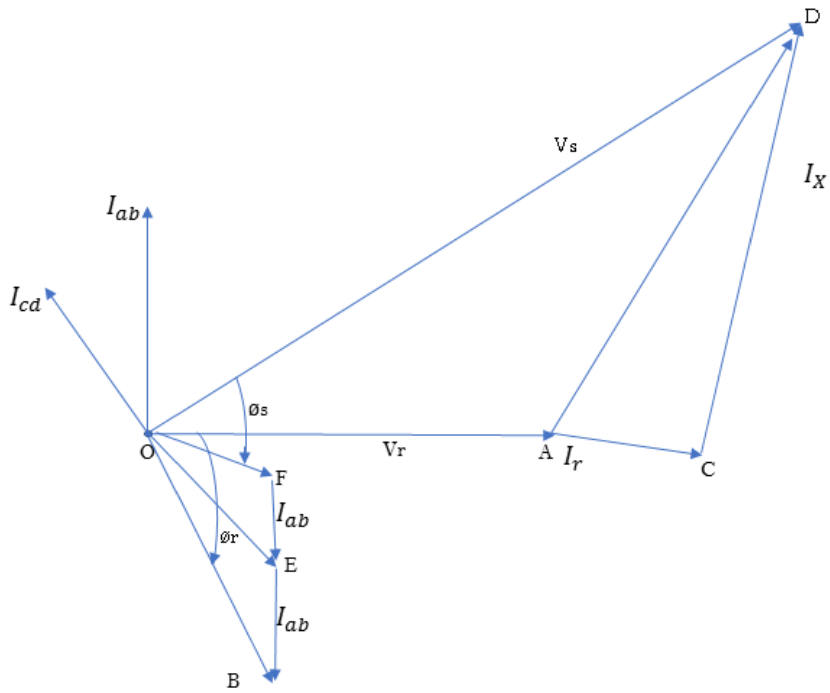


Figure 4.8 : Diagramme des phaseurs du modèle en π -Norme d'une ligne moyenne.

Dans ce diagramme de phaseurs, les phaseurs sont les suivants :

- $OA=V_r$ la tension de charge,
- $OB=I_r$, courant de charge en arrière à V_r par l'angle φ_r ,
- $BE=I_{ab}$:courant dans la capacité côté charge. I_{ab} est en avance et perpendiculaire à V_r ,
- OE : courant dans l'impédance série qui est égal à $I = I_r + I_{ab} = OB + BE$,
- $AC = I.R$: est la chute de tension résistive de la ligne ; AC est en parallèle au vecteur OE ,
- $CD = I.X$: La chute de tension réactive (inductive) de la ligne ; ce vecteur CD est perpendiculaire au vecteur AC .
- $AD = I.Z$: la chute de tension dans l'impédance série de la ligne ;
- $OD=V_s = (V_r + IZ)$: la tension source au neutre.
- $EF=I_{cd}$:courant pris par la capacitance côté source qui est en avance de phase de $+90^\circ$ par rapport à la tension de source V_s ;
- $OF=I_s = (I + I_{cd}) = ((I_r + I_{ab}) + I_{cd})$: phaseur courant de source,
- φ_s : angle de phase entre V_s et I_s côté source. Le facteur de puissance, $(\cos\varphi_s)$, coté source.

IV.4.6 Calcul du rendement énergétique η_T et la régulation de tension de la ligne moyenne

Soient :

- V_r : tension phase neutre au niveau récepteur en Volts,
- S_s : Puissance apparente de la source en VA ;
- I_s^* : Conjugué complexe du courant de source I_s .

La puissance apparente coté source est : $S_s = 3 V_s \cdot I_s^* = P_s + jQ_s$,

Le rendement énergétique de transport est donc : $\eta_T = \frac{P_r}{P_s}$,

Avec : P_r est la puissance active du récepteur (charge) et P_s est la puissance active de la source qui alimente l'entrée de la ligne.

Pour calculer la régulation en tension, nous serons obligés de calculer la tension du récepteur avec charge totale connectée V_{rnl} ,

pour le model T-norme on aura : $V_{rnl} = V_{ab} = \frac{|V_s| \cdot (\frac{-j}{cw})}{\frac{R}{2} + j\frac{X}{2} - j\frac{1}{cw}}$.

Pour un circuit Π -normes, la tension à vide coté récepteur est de : $V_{rnl} = \frac{|V_s| \cdot (\frac{-j}{cw})}{R + jX - j\frac{1}{\omega \cdot (\frac{C}{2})}}$.

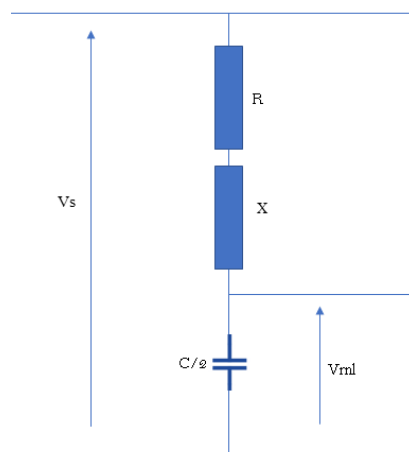


Figure 4.9 : un circuit Π -normes.

Comme méthode alternative pour le calcul de la régulation de tension On a : $V_s = AV_r + BI_r$,

Pour une charge déconnectée on aura : $I_r = 0$, $V_r = V_{r0} = V_{rnl}$

Ce qui donne une tension de source égale à : $V_s = A \cdot V_{rnl}$,

D'où en module : $|V_{rnl}| = \left| \frac{V_s}{A} \right|$,

Donc la régulation en per-unit, cette régulation est évaluée à :

$$pu - régulation = \frac{|V_{rnl}| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|} = \frac{\left| \frac{V_s}{A} \right| - |V_{rfl}|}{|V_{rfl}|}$$

Avec la constante A vaut $A = 1 + \frac{ZY}{2}$ et pour le modèle en T-norme et pour celui en Π -normes.

IV.5 Lignes longues

IV.5.1 Introduction

Comme ce sont des lignes de transport d'énergie au-delà de 240 km, les paramètres R , C , L et G sont uniformément distribués sur toute la longueur de la ligne. On suppose que la ligne est constituée d'un large nombre de sections courtes connectées entre elles comme l'indique la figure 4.9.

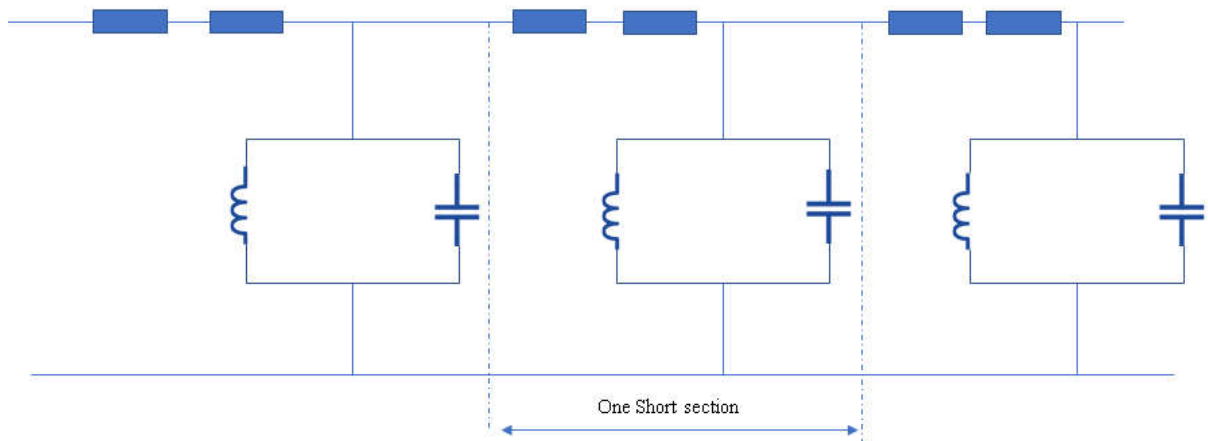


Figure 4.9 : Représentation d'une ligne longue de transport avec une distribution naturelle de ses paramètres.

De par leurs longueurs, ces sections sont infiniment petites et par conséquent la ligne soit composée d'un nombre infini de ces sections élémentaires. En outre, comme supposition supplémentaire, les éléments séries R et L de la ligne sont évalués en un conducteur.

IV.5.2 Solution exacte du modèle de la ligne longue de transport

Pour une longueur élémentaire de longueur ds de la ligne, soit la notation suivante :

- r : résistance par unité de longueur par phase ;
- l : Inductance par unité de longueur par phase ;
- c : Capacitance par unité de longueur par phase ;
- x : Réactance inductive par unité de longueur par phase ;
- z : Impédance série par unité de longueur par phase ;
- g : conductance shunt de liaison par phase au neutre par unité de longueur ;
- b : susceptance shunt de liaison par phase au neutre par unité de longueur ;

- y : admittance shunt par unité de longueur par phase au neutre.

L'impédance série et l'admittance shunt sont données par : $\begin{cases} z = r + jx \\ y = g + jb \end{cases}$

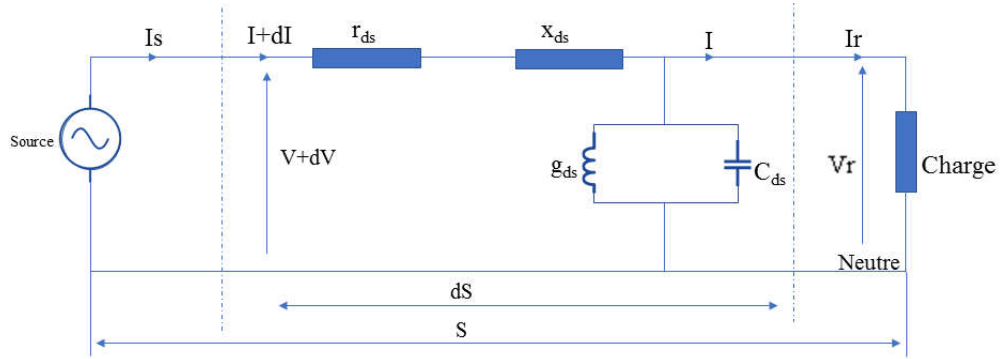


Figure 4.10 : Longueur élémentaire d'une ligne de transport.

La figure 4.10 représente une section de longueur élémentaire ds qui est distance de s mètre du récepteur. La longueur totale de la ligne est S . cette section a pour paramètres :

- Impédance série de cette section = Zds .
- Admittance shunt de cette section = yds .

Le courant n'est pas uniforme de long de la ligne, ceci est dû qu'une part de ce courant fuit comme courant de charge capacitif et pertes de courant par effet couronne via b et g respectivement. La tension est aussi différente à plusieurs points à cause de la chute de tension dans la réactance de la ligne.

Pour un système d'alimentation sinusoïdale, soit :

- V : tension à une distance s du récepteur,
- $V + dV$: tension à une distance $(s+ds)$ du récepteur,
- I : Courant à la distance S du récepteur,
- $I + dI$: courant à la distance $(s+ds)$ du récepteur,

$$\begin{cases} dv = IZds \\ dI = Vyds \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv}{ds} = IZ, \\ \frac{dI}{ds} = yV \end{cases} \quad (4.20)$$

L'équation (4.20) sera résolue pour trouver V et I . Une différenciation par rapport à la variable longueur s de la première équation de la formule (4.20) donne :

$$\frac{d^2v}{ds^2} = Z \frac{dI}{ds} = zyV \quad \text{car } \frac{dI}{ds} = yV \quad (4.21)$$

Idem pour la deuxième équation de la formule (4.20), une différenciation par rapport à, la variable longueur s donne lieu à : $\frac{d^2I}{ds^2} = y \frac{dv}{ds} = zyI$ (7.4) (4.22)

Les résolutions des équations différentielles (4.21) et (4.22) sont similaires. Prenant l'équation (4.21) et posant : $zy = \gamma^2$ on aura :

$$\frac{d^2v}{ds^2} = \gamma^2 V \quad (7.4.1) \quad (4.23)$$

C'est une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants. La solution générale de cette équation a la forme suivante :

$$V = C_1 e^{\gamma s} + C_2 e^{-\gamma s} \quad (4.24)$$

Avec C_1 et C_2 sont des constantes arbitraires dont leurs valeurs dépendent des conditions initiales.

D'où C_1 et C_2 seront trouvés à partir des valeurs connues de V et I en quelques points de la ligne.

Pour trouver la valeur de I ou dérive l'équation (4.24) par rapport à s soit :

$$\frac{dv}{ds} = \gamma C_1 e^{\gamma s} - \gamma C_2 e^{-\gamma s} ,$$

$$\text{Or } \frac{dv}{ds} = IZ \text{ Donc : } IZ = \gamma C_1 e^{\gamma s} - \gamma C_2 e^{-\gamma s}$$

D'où, le courant est :

$$I = \frac{\gamma}{Z} (C_1 e^{\gamma s} - C_2 e^{-\gamma s}) ,$$

$$I = \frac{\sqrt{Zy}}{Z} (C_1 e^{\gamma s} - C_2 e^{-\gamma s}) = \sqrt{\frac{y}{Z}} (C_1 e^{\gamma s} - C_2 e^{-\gamma s}), \quad (4.25)$$

Pour déterminer les valeurs des constantes C_1 et C_2 , on utilise les valeurs de la tension V et du courant I au niveau du récepteur. Donc quand $S=0$ ces valeurs sont V_r et I_r respectivement. Dans les équations (4.24) et (4.25) pour $S=0$ on aura :

$$V_r = C_1 + C_2, \quad I_r = \sqrt{\frac{y}{Z}} (C_1 - C_2)$$

D'où les valeurs de constantes C_1 et C_2 sont :

$$C_1 = \frac{1}{2} \left[V_r + \sqrt{\frac{Z}{y}} * I_r \right] = \frac{1}{2} (V_r + Z_0 \cdot I_r) ,$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \left[V_r + \sqrt{\frac{Z}{y}} * I_r \right] = \frac{1}{2} (V_r - Z_0 \cdot I_r) ,$$

$$\text{Avec : } Z_0 = \sqrt{\frac{y}{Z}} .$$

D'où les équations de la tension V et du courant I en tout point intermédiaire dans le réseau et distant de s du Récepteur :

$$V = \frac{1}{2} (V_r + Z_0 * I_r) e^{\gamma s} + \frac{1}{2} (V_r - Z_0 * I_r) e^{-\gamma s} \quad (4.26)$$

$$I = \frac{1}{2} \left(I_r + \frac{V_r}{Z_0} \right) e^{\gamma s} + \frac{1}{2} \left(I_r - \frac{V_r}{Z_0} \right) e^{-\gamma s} \quad (4.27)$$

IV.5.3 Interprétation physique des équations de la ligne longue

Dans les équations (4.26) et (4.27) les quantités Z et y sont des complexes, $\gamma = \sqrt{Zy}$ est aussi un complexe, d'où on peut écrire :

$\gamma = \alpha + j\beta$ dont α et β sont des nombres réels positifs :

$$e^{\gamma s} = e^{(\alpha + j\beta)s} = e^{\alpha s} * e^{j\beta s} ,$$

Le terme $e^{\alpha s}$ est réel et varie d'une façon exponentielle. Donc pour le deuxième terme ($e^{j\beta s}$), on peut écrire :

$$e^{j\beta s} = \cos \beta_s + j \sin \beta_s = 1 \angle \beta s ,$$

L'opérateur $e^{j\beta s}$ à une amplitude de 1 (unité) pour toute valeur de s mais dispose d'un angle qui croît avec la longueur s . Il est donc clair que pour une distance unitaire le long de la ligne, l'angle du nombre $e^{j\beta s}$ change de β radians.

On observe que le facteur exponentiel $e^{\alpha s}$ pris à part peut changer uniquement l'amplitude d'un taux de e^{α} par unité de longueur de la ligne. Le second facteur exponentiel $e^{j\beta s}$ garde son amplitude constante mais change sa phase de β radians par unité de longueur de la ligne. Donc le facteur $e^{\alpha s}$ peut être considéré comme opérateur d'amplitude et le facteur $e^{j\beta s}$ est l'opérateur rotationnel.

Aussi, si un phaseur fonctionne par le facteur $e^{\gamma s}$ et son amplitude et sa phase changent à cause des explications données pour $e^{\gamma s}$.

Comme on procède des récepteurs à la source pour balayer la longueur de la ligne, direction au s s'accroît (de $s=0$ à $s=S$), l'amplitude de la tension dans l'équation (4.26), la partie $\frac{1}{2}(V_r + Z_0 \cdot I_r)e^{\gamma s}$ croît exponentiellement au rapport e^α par unité de longueur de la ligne. Par contre la phase du phaseur tension avance avec β radians par unité de longueur.

D'autre part, si on parte de la source au récepteur pour le balayage de la longueur totale S qui décroît vers $s=0$, cette composante de la tension, $(\frac{1}{2}(V_r - Z_0 \cdot I_r)e^{\gamma s})$, décroît en amplitude et retarde en phase ce qui implique que c'est la caractéristique d'une onde de propagation qui décroît en amplitude et retarde en phase de long de la direction de propagation. Ce terme, représente une onde de tension générée à la source et qui se propage en direction du récepteur de la ligne. Cette composante de la tension est appelée l'onde de tension incidente. (Idem : $\frac{1}{2}(I_r + \frac{V_r}{Z_0})e^{\gamma s}$ est l'onde de courant incident qui se propage de la source vers le récepteur).

Maintenant : $e^{-\gamma s} = e^{-(\alpha + j\beta)s} = e^{-\alpha s} * e^{-j\beta s}$, quand s augmente (de $s=0$ à $s=S$), le module $e^{-\alpha s}$ décroît. On a aussi $|e^{-j\beta s}| = 1$ mais produit une rotation opposée à $e^{j\beta s}$, il retarde la phase du phaseur par β radians par unité de distance. Donc, quand la valeur $\frac{1}{2}(V_r - Z_0 \cdot I_r)$ est multipliée par $e^{-\alpha s}$ son module décroît, mais quand elle est multipliée par $e^{-j\beta s}$ sa phase se retarde par β radians par unité de longueur de la ligne et ce en se déplaçant du récepteur vers la source. Donc, $\frac{1}{2}(V_r - Z_0 \cdot I_r)e^{-\gamma s}$ représente une onde qui décroît en amplitude exponentiellement avec la distance s et retardée en phase quand elle se propage du récepteur à la source. Cette composante de la tension (idem pour courant : $\frac{1}{2}(I_r - \frac{V_r}{Z_0})e^{-\gamma s}$) est appelée l'onde réfléchie.

En final, la tension V est la superposition de deux ondes : une onde incidente plus onde réfléchie. La valeur instantanée de la tension V ou du courant I en un point de la ligne (onde Incidente + onde réfléchie en ce point) n'est pas une onde qui se propage mais c'est une onde stationnaire.

IV.5.4 Constante de propagation

On a vu que $\gamma = \sqrt{ZY}$ gouverne la propagation des composantes des deux ondes (incidente et réfléchie) dans l'équation de la tension et du courant. Ce coefficient a été nommé la constante de propagation. Il est tout à fait déjà expliqué que la partie réelle de cette constante de propagation, $Re[\gamma] = \alpha$: détermine le changement de l'amplitude (module) par unité de longueur de la ligne, donc α c'est la constante d'**atténuation** qui en *Neper* par unité de longueur de la ligne. Par contre, la partie imaginaire de la constante de propagation, $Im[\gamma] = \beta$: détermine le changement de la phase de l'onde par unité de longueur de la ligne. C'est la constante de **phase** ou constante de longueur d'onde β qui s'exprime en **radians** par unité de longueur de la ligne. La valeur numérique est $\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)}$.

IV.5.5 Longueur d'onde et vitesse de propagation

La valeur particulière de la longueur de la ligne pour laquelle la tension ou la courant aura une phase de 2π radians est appelée la longueur d'onde. Cette valeur est représentée par λ qui est déterminée par : $\beta\lambda = 2\pi$ en radians. Donc par définition, la longueur d'onde vaut :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \text{ en mètres.}$$

La vitesse de propagation est alors donnée par : $V_p = \lambda * \frac{1}{T} = \lambda * f$ (m/s) ce qui donne lieu à :

$$V_p = \frac{2\pi}{\beta} * f = \frac{\omega}{\beta} \text{ (m/s).}$$

Avec $f = 1/T$ est la fréquence de propagation de l'onde.

IV.5.6 L'impédance caractéristique de la ligne longue

Du moment où y et Z sont des complexes, la quantité $Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{y}}$ est un nombre complexe qui a la dimension d'une impédance (analyse directionnelle) :

$$\left[\sqrt{\frac{Z}{y}} \right] = \left[\sqrt{\frac{\text{Ohms/unité_long}}{\text{Siemens/unité_long}}} \right] = \text{ohms}$$

$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{y}} = \sqrt{\frac{Z \cdot S}{y \cdot S}} = \sqrt{\frac{Z}{y}} = \sqrt{\frac{r+j\omega l}{g+j\omega c}}$. Cette quantité dépend clairement des paramètres de la ligne d'où la dénomination impédance caractéristique de la ligne. Elle est indépendante de la longueur de la ligne mais dépendante du rayon et l'inter-distance entre conducteurs (voir chapitre II). On peut d'une façon similaire définir l'admittance caractéristique de la ligne par :

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \sqrt{\frac{y}{Z}} = \sqrt{\frac{yS}{ZS}} = \sqrt{\frac{y}{Z}}.$$

Comme cas spécial très répondu dans les calculs des réseaux électrique, pour une résistance nulle $r = 0$ et conductance nulle $g = 0$ on aura l'impédance naturelle de la ligne :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{l}{c}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

IV.5.7 Forme hyperbolique des équations de la ligne

En math, on a : $\sinh \theta = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2}$, $\cosh \theta = \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2}$. On avait l'équation de la tension de ligne : $V = \frac{1}{2}(V_r + Z_0 \cdot I_r)e^{\gamma s} + \frac{1}{2}(V_r - Z_0 \cdot I_r)e^{-\gamma s}$. En réarrangeons les termes de cette équation on trouve :

$$V = V_r \left(\frac{e^{\gamma s} + e^{-\gamma s}}{2} \right) + Z_0 \cdot I_r \left(\frac{e^{\gamma s} - e^{-\gamma s}}{2} \right),$$

D'où la notation hyperbolique de l'équation de la tension de la ligne :

$$V = V_r \cosh \gamma_s + Z_0 \cdot I_r \sinh \gamma_s, \text{ (Volt)}$$

$$\text{Idem pour le courant : } I = I_r \cosh \gamma_s + \frac{V_r}{Z_0} \sinh \gamma_s, \text{ (Ampère),}$$

Ces équations sont les équations générales de la tension V et du courant I à toutes distance s du récepteur de la ligne, la valeur de V et I au niveau de la source sont pour $s=S$, soit pour $s=S$, la tension $V=V_s$ et le courant $I=I_s$, d'où :

$$\begin{cases} V_s = V_r \cosh \gamma_s + Z_0 \cdot I_r \sinh \gamma_s \\ I_s = I_r \cosh \gamma_s + \frac{V_r}{Z_0} \sinh \gamma_s \end{cases},$$

On définit ainsi les paramètres **ABCD** comme suit :

$$A = \cosh \gamma_s, \quad B = Z_0 \sinh \gamma_s, \quad C = \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma_s, \quad D = \cosh \gamma_s$$

D'où : $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$, ces équations sont utilisées pour évaluer la performance des lignes longues, les constantes **ABCD** sont appelées paramètres de transport ou paramètres de chaîne. Dans les équations ou figurent les constantes **ABCD**, les valeurs de tension sont obligatoirement en Volts et doivent être prise par rapport au neutre (tensions simples).

IV.5.8 Evaluation des paramètres ABCD d'une ligne longue

Du moment où les arguments des formes hyperboliques sont des complexes (γ :complexe), l'évaluation ne se repose pas sur les tables usuelles des fonctions hyperboliques. Les méthodes ci-après sont utilisées pour calculer les fonctions hyperboliques $\cosh \gamma_s$ et $\sinh \gamma_s$ pour déterminer les paramètres **ABCD** de transport de la ligne.

IV.5.8.1 Utilisation des complexes exponentiels

$$\cosh \gamma_s = \cosh(\alpha_s + j\beta_s) = \frac{1}{2} [e^{\alpha_s} * e^{j\beta_s} + e^{-\alpha_s} * e^{-j\beta_s}],$$

$$\cosh \gamma_s = \frac{1}{2} [e^{\alpha_s} \angle \beta_s + e^{-\alpha_s} \angle -\beta_s],$$

$$\text{Et } \sinh \gamma_s = \frac{1}{2} [e^{\alpha_s} \angle \beta_s - e^{-\alpha_s} \angle -\beta_s],$$

$$\text{De } \gamma = \sqrt{ZY} \rightarrow \gamma_s = \sqrt{Z * S * y * S} = \sqrt{ZY},$$

$$\text{Et } Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{y}} = \sqrt{\frac{Z*S}{y*S}} = \sqrt{\frac{Z}{y}},$$

Les constantes **ABCD** sont alors :

$$A = \cosh \gamma_s = \cosh \sqrt{ZY},$$

$$B = Z_0 \sinh \gamma_s = Z_0 \sinh \sqrt{ZY},$$

$$C = \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma_s = \frac{1}{Z_0} \sinh \sqrt{ZY},$$

$$D = \cosh \gamma_s = \cosh \sqrt{ZY},$$

IV.5.8.2 Utilisation des identités

Séparation des réels et des imaginaires comme suit :

$$\cosh \gamma_s = \cosh(\alpha_s + j\beta_s) = \cosh \alpha_s * \cosh \beta_s + j \sinh \alpha_s * \sinh \beta_s ,$$

$$\sinh \gamma_s = \sinh(\alpha_s + j\beta_s) = \sinh \alpha_s \cosh \beta_s + j \cosh \alpha_s * \sinh \beta_s ,$$

Nb : l'unité de β_s est le radian.

IV.5.8.3 Utilisation des séries de puissance

$$\cosh \gamma_s = 1 + \frac{(\gamma_s)^2}{2!} + \frac{(\gamma_s)^4}{4!} + \dots ,$$

$$\sinh \gamma_s = \gamma_s + \frac{(\gamma_s)^3}{3!} + \frac{(\gamma_s)^5}{5!} + \dots ,$$

Ces séries convergent rapidement pour des valeurs de γ_s toujours trouvées des lignes de puissance. Une précision suffisante peut être obtenue par prise uniquement des deux premiers termes comme suit :

$$\cosh \gamma_s = 1 + \frac{(\gamma_s)^2}{2!} = 1 + \frac{ZY}{2}$$

$$\sinh \gamma_s = \gamma_s + \frac{(\gamma_s)^3}{3!} = \sqrt{ZY} + \frac{(\sqrt{ZY})^3}{6} = \sqrt{ZY} \left(\frac{1+ZY}{6} \right)$$

Ces approximations sont satisfaisantes pour des lignes aériennes au-delà de 500 Km.

$$D'où : A = D = 1 + \frac{ZY}{2} , B = Z_0 \sinh \gamma_s = Z \left(\frac{1+ZY}{6} \right) , = \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma_s = Y \left(\frac{1+ZY}{6} \right) ,$$

IV.5.9 Effet FERRANTI :

Une ligne longue de transport a une large capacitance. Si cette ligne est mise à vide (circuit ouvert) ou fortement chargée (impédance infinie ; $I_r \approx 0$), l'amplitude de la tension V_r devient plus importante que V_s : ce phénomène est appelé effet FERRANTI. Cet effet est dû au courant de chargement capacitif de la ligne. Le courant de chargement capacitif est égale au courant I_s lorsque la charge est déconnectée et la ligne est sous tension nominale de la source V_s . Soit le modèle π -norme d'une ligne longue :

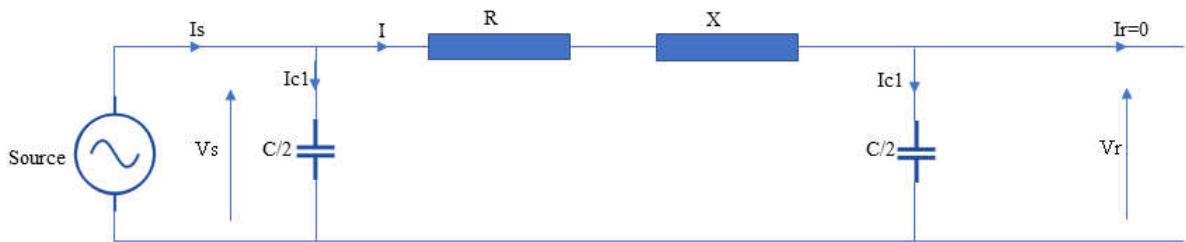


Figure 4.10 : Modèle en π -norme d'une ligne longue.

Le diagramme de phaseurs est :

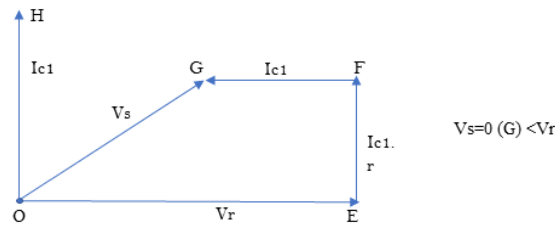


Figure 4.11 : diagramme des phaseurs d'une ligne longue en Modèle en π -norme.

En pratique, la capacitance est uniformément distribuée le long de la ligne. Par ailleurs de la source à la charge, la tension augmente d'un point à un autre point et en final la tension V_r sera assez élevée que V_s . Dans l'étude du modèle π -norme on avait (voir les ligne moyenne):

$$V_s = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r + Z \cdot I_r ,$$

$$\text{Sans charge : } I_r = 0 \rightarrow V_s = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_r ,$$

D'où : $V_s - V_r = \frac{ZY}{2} V_r$, avec $Z = (r + j\omega l) \cdot S$ et $Y = j\omega C$. Si on néglige la résistance r on aura : $Z = j\omega l \cdot S$, d'où : $V_s - V_r = \frac{1}{2} (j\omega l S) (j\omega C S) V_r = -\frac{1}{2} \omega^2 S^2 l C V_r$.

Pour les lignes aériennes $\frac{1}{\sqrt{lc}}$: vitesse de propagation des ondes électromagnétiques est égale à la vitesse de la lumière de $3 \cdot 10^8$ m/s, d'où :

$$V_s - V_r = -\frac{1}{2} (2\pi f)^2 S^2 \frac{1}{3 \cdot 10^8} V_r = -\left(\frac{4\pi}{18} \cdot 10^{-16}\right) \cdot f^2 \cdot S^2 \cdot V_r$$

De cette dernière formule, il est clair que $V_s - V_r < 0$ donc $V_r > V_s$ ce qui explique bien l'effet FERRANTI.