
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES

Département de mathématiques
Année universitaire : 2021-2022
Enseignant : Dr. A. ZAGANE



Niveau : 3^{ème} année Licence
Module : Géom Différentielle
Travaux dirigés : 03

Exercice 1.

Montrer que les ensembles suivantes sont des sous-variétés à l'aide d'une immersion et d'une submersion.

$$C^1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 = 1\},$$

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x - y = z\}.$$

Exercice 2.

Montrer que les ensembles suivantes sont des sous-variétés.

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + 4y^2 = 1, x^2 - 4y^2 = z\},$$

$$V = \{(x, x^2 + y^2, y) \in \mathbb{R}^3\},$$

Exercice 3.

Soit $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + y = z\}$ une partie de $\mathbb{R}^3$

- i) Montrer que S est une sous-variété de $\mathbb{R}^3$.
- ii) Déterminer l'espace tangent à S en $(x, y, z) \in S$.

Même questions dans le cas suivant.

$$2) S = f(\mathbb{R}^2) \text{ où } f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \rightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x, y) & \mapsto & (x, y, x^2 + y) \end{array}.$$