

Corrigé de l'examen : Probabilités et Statistiques

Partie A (10 points) :

1) Tableau statistique

1pt	Nombre de pièces (x_i)	$x_1 = 30$	$x_2 = 38$	$x_3 = 42$	$x_4 = 50$	$x_5 = 52$	$x_6 = 60$	$x_7 = 64$	$x_8 = 70$	$x_9 = 74$	Total
1pt	n_i	04	02	05	08	01	06	14	04	06	N=50
1pt	f_i	0,08	0,04	0,10	0,16	0,02	0,12	0,28	0,08	0,12	1
1pt	$F_i \uparrow$	0,08	0,12	0,22	0,38	0,40	0,52	0,80	0,88	1	/
	$N_i \uparrow$	04	06	11	19	20	26	40	44	50	

2) Représentation graphique.

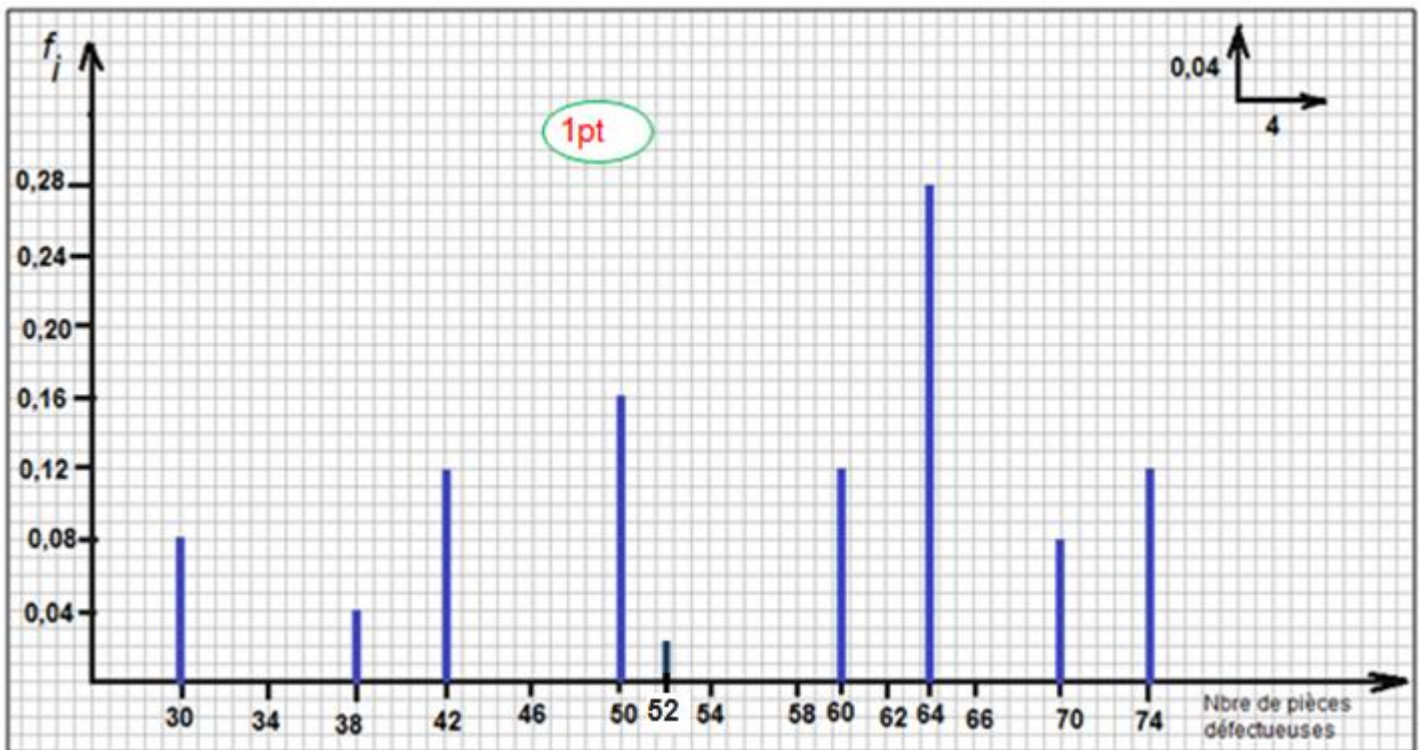
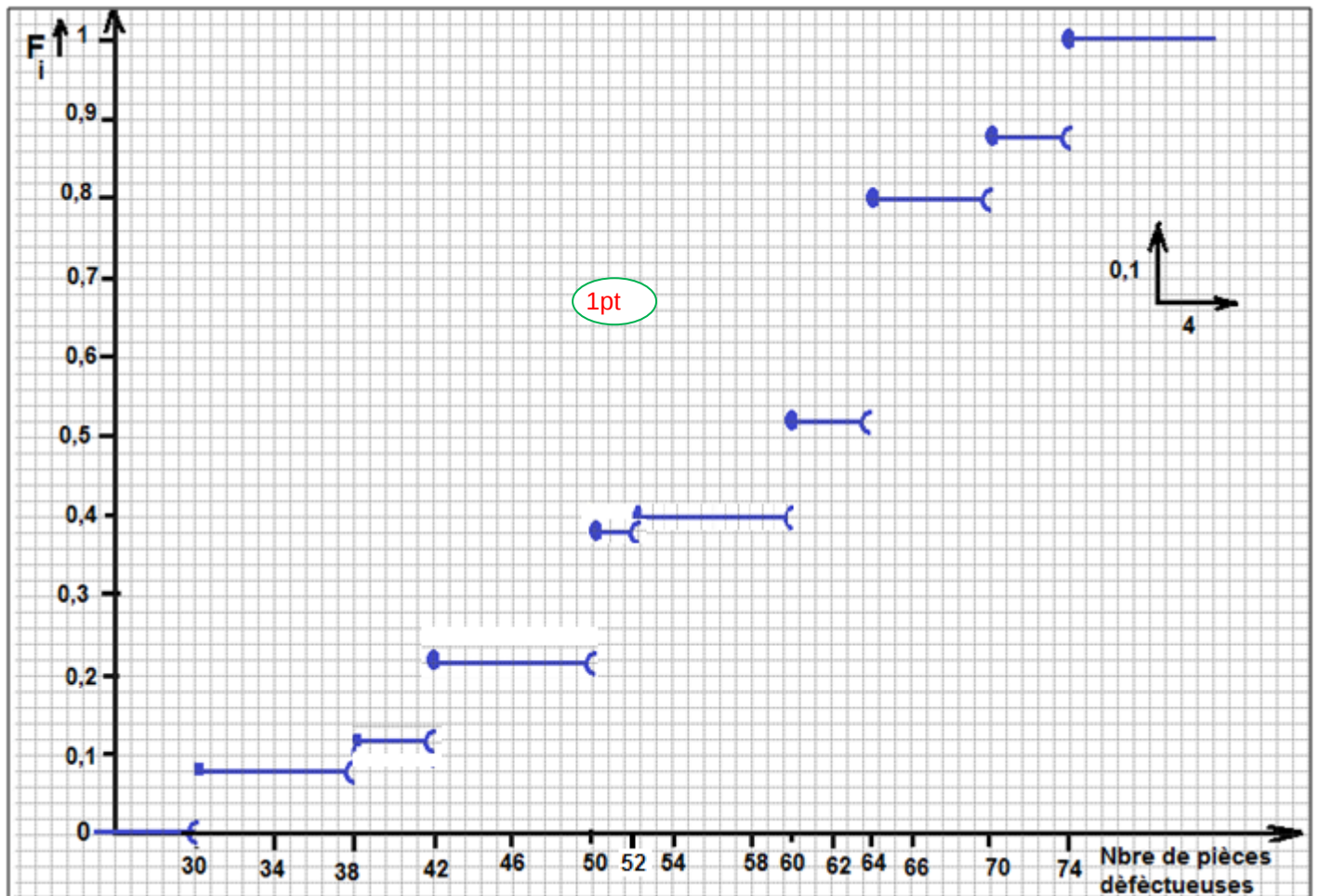


Diagramme en bâtons des fréquences



Courbe des fréquences cumulées

3)

Le mode : Mo=64 pièces

0.25 pt

La Médiane

0.50pt

$$N = 50 = 2 \times p = 2 \times 25 \text{ (} N \text{ est pair)} \Rightarrow M_e = \frac{x_{(\frac{N}{2})} + x_{(\frac{N}{2}+1)}}{2} = \frac{x_{(25)} + x_{(26)}}{2} = \frac{60 + 60}{2} = 60 \text{ pièces}$$

Le quartile Q_1 :

$$\frac{N}{4} = \frac{50}{4} = 12,5 \text{ (On prend la valeur entière supérieure directe)} \Rightarrow Q_1 = x_{(N \uparrow = 13)} = 42 \text{ pièces}$$

0.25pt

Le quartile Q_2 : $Q_2 = M_e = 60 \text{ pièces}$

0.25pt

Le quartile Q_3 :

$$\frac{3 \times N}{4} = \frac{150}{4} = 37,5 \text{ (On prend la valeur entière supérieure directe)} \Rightarrow Q_3 = x_{(N \uparrow = 38)} = 64 \text{ pièces}$$

0.25pt

La moyenne $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^8 f_i \cdot x_i = f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + f_3 \cdot x_3 + f_4 \cdot x_4 + f_5 \cdot x_5 + f_6 \cdot x_6 + f_7 \cdot x_7 + f_8 \cdot x_8$$

$$= 0,08 \times 30 + 0,04 \times 38 + 0,10 \times 42 + 0,16 \times 50 + 0,02 \times 52 + 0,12 \times 60 + 0,28 \times 64 + 0,08 \times 70 + 0,12 \times 74$$

$$= 56,76 \approx 56 \text{ pièces} \quad (1 \text{ pt})$$

La variance $V(x)$

$$V(x) = \sum_{i=1}^8 f_i \cdot x_i^2 - \bar{x}^2$$

$$= (f_1 \cdot x_1^2 + f_2 \cdot x_2^2 + f_3 \cdot x_3^2 + f_4 \cdot x_4^2 + f_5 \cdot x_5^2 + f_6 \cdot x_6^2 + f_7 \cdot x_7^2 + f_8 \cdot x_8^2) - (\bar{x}^2)$$

$$= 0,08 \times 30^2 + 0,04 \times 38^2 + 0,10 \times 42^2 + 0,16 \times 50^2 + 0,02 \times 52^2 + 0,12 \times 60^2 + 0,28 \times 64^2 + 0,08 \times 70^2 + 0,12 \times 74^2 - 56,76^2$$

$$= 3382,24 - 3221,69 = 160,55$$

(1 pt)

L'écart type $\sigma(x)$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{160,55} = 12,67 \approx 13 \text{ pièces}$$

(0,5 pt)

Partie B :

1) Tableau statistique :

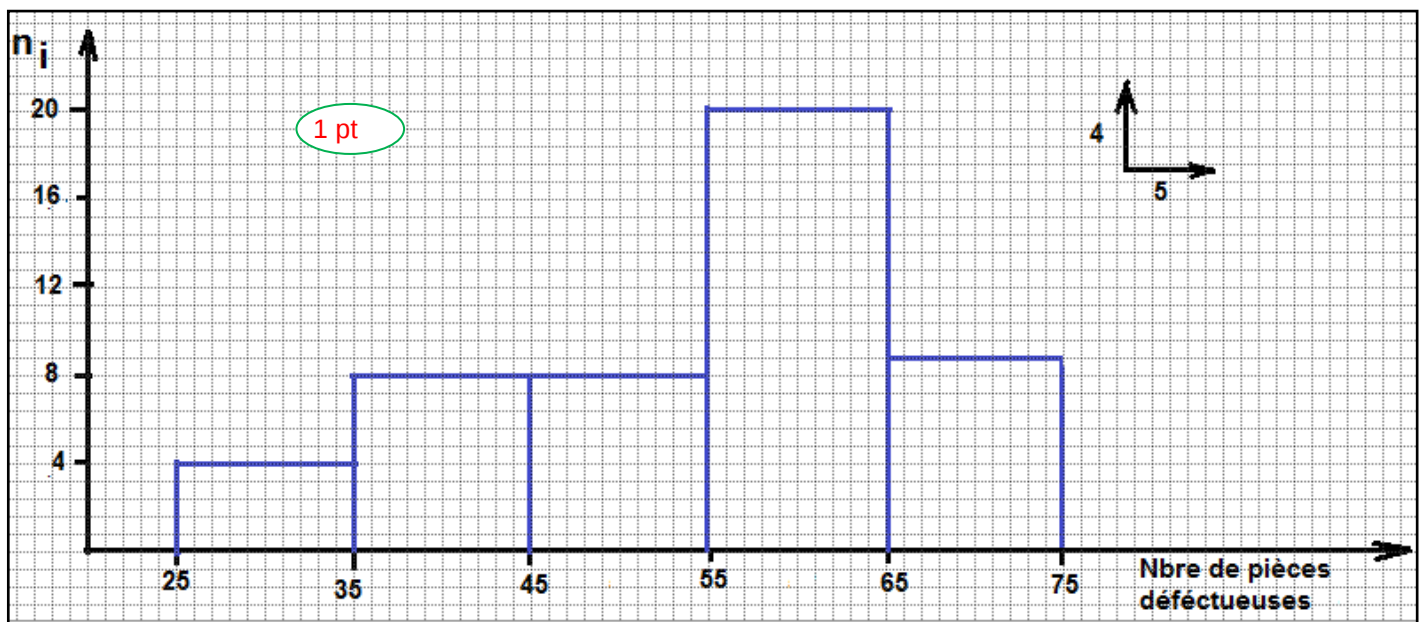
Classes (x_i)	[25 , 35[	[35 , 45[	[45 , 55[	[55 , 65[	[65 , 75[	total
Candidats (n_i)	04	8	8	20	10	50
f_i	0,08	0,16	0,16	0,40	0,20	1
$F_{cum} \uparrow$	0,08	0,24	0,40	0,80	1	/
(y_i)	30	40	50	60	70	/

(1 pt)

(1 pt)

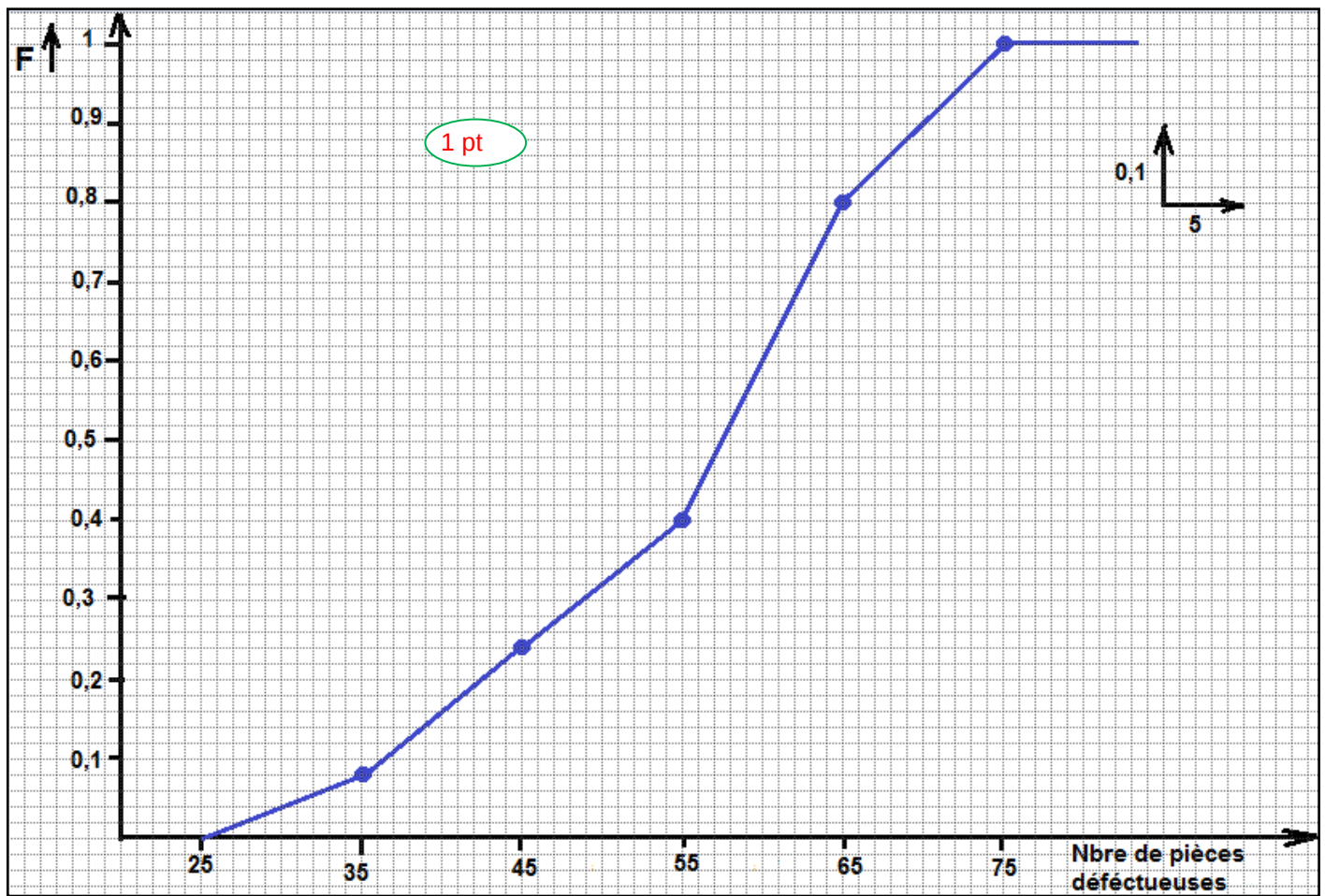
(0,25)

2) Représentation graphique



(1 pt)

Histogramme des fréquences



Courbe cumulative

Le mode M_o

$$M_o \in [55, 65[\Rightarrow M_o = a_i + (a_{i+1} - a_i) \left[\frac{(n_i - n_{i-1})}{(n_i - n_{i-1}) + (n_i - n_{i+1})} \right]$$

$$M_o = 55 + (10) \left[\frac{(20-8)}{(20-8)+(20-10)} \right] = 60,45 \approx 60 \text{ pièces}$$

1 pt

La médiane M_e

$$M_e \in [55, 65[\Rightarrow M_e = a_i + (a_{i+1} - a_i) \left[\frac{0,5 - F(a_i)}{F(a_{i+1}) - F(a_i)} \right]$$

$$M_e = 55 + (10) \left[\frac{0,5-0,40}{0,80-0,40} \right] = 57,5 \approx 57 \text{ pièces}$$

1 pt

Le quartile Q_1

$$Q_1 \in [45, 55[\Rightarrow Q_1 = a_i + (a_{i+1} - a_i) \left[\frac{0,25 - F(a_i)}{F(a_{i+1}) - F(a_i)} \right]$$

$$Q_1 = 45 + (10) \left[\frac{0,25 - 0,24}{0,40 - 0,24} \right] = 45,62 \approx 45 \text{ pièces}$$

0.5pt

Le quartile Q_2 $Q_2 = M_e = 57,5 \approx 57$ pièces

0.25

Le quartile Q_3

$$Q_3 \in [55, 65[\Rightarrow Q_1 = a_i + (a_{i+1} - a_i) \left[\frac{0,75 - F(a_i)}{F(a_{i+1}) - F(a_i)} \right]$$

$$Q_1 = 55 + (10) \left[\frac{0,75 - 0,40}{0,80 - 0,40} \right] = 63,75 \approx 64 \text{ pièces}$$

0.5 pt

Moyenne arithmétique :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \sum_{i=1}^5 f_i \cdot y_i = f_1 \cdot y_1 + f_2 \cdot y_2 + f_3 \cdot y_3 + f_4 \cdot y_4 + f_5 \cdot y_5 \\ &= 0,08 \times 30 + 0,16 \times 40 + 0,16 \times 50 + 0,40 \times 60 + 0,20 \times 70 \\ &= 2,4 + 6,4 + 8 + 24 + 14 \\ &= 54,8 \approx 55 \text{ pièces} \end{aligned}$$

1 pt

La variance $V(x)$

$$\begin{aligned} V(x) &= \sum_{i=1}^5 f_i \cdot y_i^2 - \bar{x}^2 = (f_1 \cdot y_1^2 + f_2 \cdot y_2^2 + f_3 \cdot y_3^2 + f_4 \cdot y_4^2 + f_5 \cdot y_5^2) - (\bar{x}^2) \\ &= 0,08 \times 30^2 + 0,16 \times 40^2 + 0,16 \times 50^2 + 0,40 \times 60^2 + 0,20 \times 70^2 - (54,8)^2 \\ &= 72 + 256 + 400 + 1440 + 980 - (54,8)^2 \\ &= 3148 - (54,8)^2 \\ &= 144,96 \end{aligned}$$

1 pt

Ecart -type

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{144,96} = 12,04 \approx 12 \text{ pièces}$$

0.5 pt