université de Relizane
Faculté des Sciences et Technologies
Département de Génie Mécaniques
Relizane le : 26/01/2022

جامعـــة غليـــزان
كليـــة العلـــوم والتكنولوجيـــا
قســم الهنـدســة الميكانيكيـــة

جامعة غليزان
RELIZANE UNIVERSITY

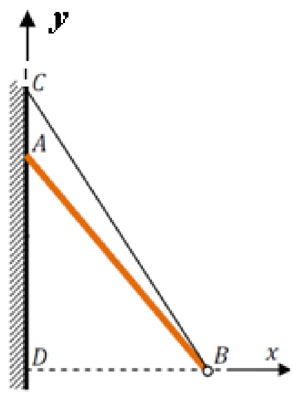
Examen final de Mécanique Rationnelle (L2- S3)
Durée : 1 h 30 min (document non autorisés)

Exercice 1

La ligne d'une force $\vec{R}$ de 500N, passe par les points A (3, 0, 4) et B (0, 3, 4) dans un repère orthonormé. Déterminer les composantes de cette force.

Exercice 2

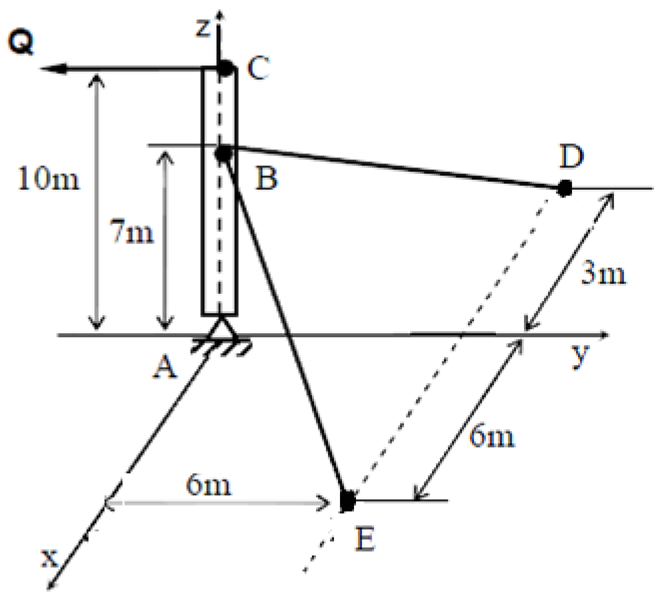
L'extrémité supérieure **A** d'une barre homogène **AB** pesant **50N** de longueur **2m** s'appuie sur un mur vertical lisse. Une corde BC est attachée à son extrémité inferieur B.
Déterminer la tension dans la corde BC ainsi que la grandeur de la réaction en *A* ?
Données : D$(\mathbf{0},\mathbf{0})$, A$(\mathbf{0},\sqrt{\mathbf{2}})$ B$(\sqrt{\mathbf{2}},\mathbf{0})$ C$(\mathbf{0},\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2}})$



<u>Exercice 3</u> (09pts)

Une barre AC de masse négligeable articulé à sa base (articulation sphérique au point A) et maintenu par deux câbles **BD** et **BE**. La barre AC est soumis à une force horizontale **Q = 950N**

1) Isoler la barre et représenter les forces qui s'exercent.
2) Déterminer les points A, B, C, D et E.
3) Exprimer les forces en fonction de i, j, k.
4) Etablir les équations d'équilibre sous forme vectorielle.
5) Déduire les équations d'équilibre projetées.
6) Déterminer la réaction R_A et les tensions T_{BD} et T_{BE}.



ليس الجمال بأثواب تزيننا
إن الجمال جمال العلم والأدب مع الله

Correction :

Exercice 01 : (04pts)

$R = 500\,N$

$A(3,0,4)$; $B(0,3,4)$.

$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} + R_z\vec{k}$?

$\vec{R} = R.\vec{U}_{AB}$ (0,5)

$\vec{U}_{AB} = \dfrac{\vec{AB}}{AB}$ (0,5)

$\vec{AB} = -3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$. (0,5)

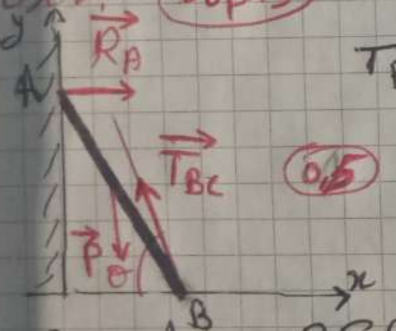
$\|\vec{AB}\| = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$. (0,5)

$\vec{U}_{AB} = \dfrac{-3\vec{i}+3\vec{j}+0\vec{k}}{3\sqrt{2}} \Rightarrow$

$\vec{U}_{AB} = -0{,}707\vec{i} + 0{,}707\vec{j}$. (01)

$\boxed{\vec{R} = 353{,}5\vec{i} + 353{,}5\vec{j}}$ (01)

Ex 2. (06pts)



$T_{BC} = ?$; $R_A = ?$

(0,5)

On applique P.F.S :

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_A + \vec{T}_{BC} = \vec{0}$. (0,5)

Il existe deux méthodes :

(0,5) (0,5)

$\vec{P} = -P\vec{j}$; $\vec{R}_A = R_A\vec{i}$; $\vec{T}_{BC} = ?$

$\vec{T}_{BC} = T_{BC}\vec{U}_{BC}$ tq $\vec{U}_{BC} = \dfrac{\vec{BC}}{BC}$.

$\vec{BC} = -\sqrt{2}\,\vec{i} + 2\sqrt{2}\,\vec{j}$ (0,5)

(0,5)

$BC = 3{,}162$; $\vec{U}_{BC} = -0{,}447\vec{i} + 0{,}894\vec{j}$. (0,5)

$\vec{T}_{BC} = T_{BC}(-0{,}447\vec{i} + 0{,}894\vec{j})$ (0,5)

La projection selon $(Ox; Oy)$:

$x \left\{ R_A - 0{,}447\,T_{BC} = 0 \right.$ --- ① (0,5)

$y \left\{ -P + 0{,}894\,T_{BC} = 0 \right.$ --- ② (0,5)

∴ ② $\Rightarrow T_{BC} = \dfrac{P}{0{,}894} \Rightarrow T_{BC} = 55{,}928\,N$ (0,5)

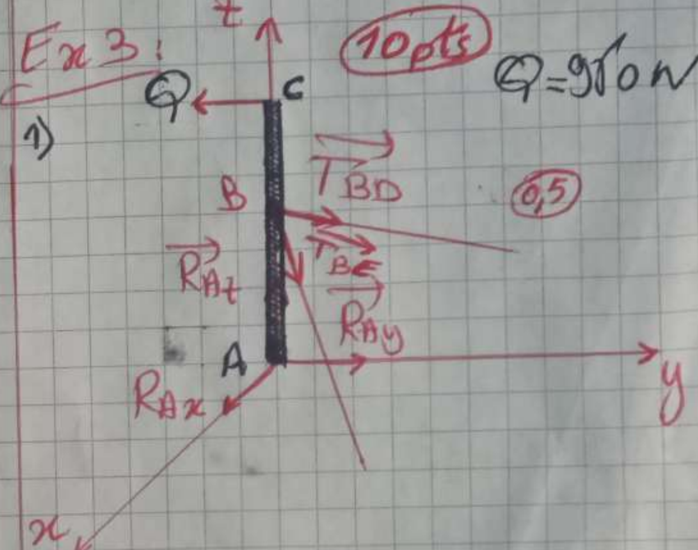
$R_A = 0{,}447.\dfrac{P}{0{,}894} \Rightarrow R_A = \dfrac{P}{2} = 25\,N$. (0,5)

2 méthode : $tg\,\theta = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 \Rightarrow \theta = 63{,}43$

Ex 3 : (10pts)

$Q = 910\,N$

1)



(0,5)

2) $F = f(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Les points A ; B ; C ; D ; E

$A\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix}0\\0\\7\end{pmatrix}$; $C\begin{pmatrix}0\\0\\10\end{pmatrix}$; $D\begin{pmatrix}-3\\6\\0\end{pmatrix}$

$E\begin{pmatrix}6\\6\\0\end{pmatrix}$. (01)

$\vec{Q} = -Q\vec{j}$ (0,5)

$\vec{R}_A = R_{Ax}\vec{i} + R_{Ay}\vec{j} + R_{Az}\vec{k}$ (0,5)

$\vec{T}_{BD} = T_{BD}.\vec{U}_{BD}$.

$\vec{U}_{BD} = \dfrac{\vec{BD}}{BD} = \dfrac{-3\vec{i}+6\vec{j}-7\vec{k}}{\sqrt{94}}$ (0,5)

$\vec{U}_{BD} = -0{,}309\vec{i} + 0{,}619\vec{j} - 0{,}722\vec{k}$

$\vec{T}_{BD} = T_{BD}(-0{,}309\vec{i} + 0{,}619\vec{j} - 0{,}722\vec{k})$.

(0,5)

$T_{BE} = T_{BE} \cdot \vec{U}_{BE}$

$$\vec{U}_{BE} = \frac{\vec{BE}}{BE} = \frac{6\vec{i}+6\vec{j}-7\vec{k}}{\sqrt{121}} = 0{,}545\,\vec{i} + 0{,}545\,\vec{j} - 0{,}636\,\vec{k} \quad 0{,}5$$

$$\vec{T}_{BE} = T_{BE}(0{,}545\,\vec{i} + 0{,}545\,\vec{j} - 0{,}636\,\vec{k}). \quad 0{,}5$$

. les Eqts d'équilibre:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_A + \vec{Q} + \vec{T}_{BE} + \vec{T}_{BD} = \vec{0} \text{ ——— } (I) \quad 0{,}5$$

$$\sum \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{Q}) + \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{T}_{BE}) + \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{T}_{BD}) = \vec{0} \text{ —— } (II) \quad 0{,}5$$

. En deduire:

$$(I) \Rightarrow \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \begin{cases} R_{Ax} - 0{,}309\,T_{BD} + 0{,}545\,T_{BE} = 0 \text{ —— } (1) \quad 0{,}5 \\ R_{Ay} - Q + 0{,}619\,T_{BD} + 0{,}545\,T_{BE} = 0 \text{ —— } (2) \quad 0{,}5 \\ R_{Az} - 0{,}722\,T_{BD} - 0{,}636\,T_{BE} = 0 \text{ —— } (3) \quad 0{,}5 \end{cases}$$

$$(II) \Rightarrow \vec{AB} \wedge \vec{T}_{BD} + \vec{AB} \wedge \vec{T}_{BE} + \vec{AC} \wedge \vec{Q} = \vec{0} \quad 0{,}5$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -0{,}309\,T_{BD} \\ 0{,}619\,T_{BD} \\ -0{,}722\,T_{BD} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0{,}545\,T_{BE} \\ 0{,}545\,T_{BE} \\ -0{,}636\,T_{BE} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -Q \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} -4{,}333\,T_{BD} - 3{,}815\,T_{BE} + 10\,Q = 0 \text{ —— } (4) \quad 0{,}5 \\ 2{,}163\,T_{BD} - 3{,}815\,T_{BE} = 0 \text{ —— } (5) \quad 0{,}5 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Donc, on Trouve:

$T_{BD} = 1462{,}438\ N$; $T_{BE} = 829{,}162\ N$
0,25 0,25

$R_{Ax} = 0$; $R_{Ay} = -407{,}142\ N$; $R_{Az} = 1583{,}227\ N$; $R_A = 1634{,}739\ N$
0,25 0,25 0,25 0,25