

Série de TD N°02(électrostatique)

(Champ électrostatique, Flux du champ électrique, Théorème de Gauss)

RÉSUMÉ DU COURS

Champ et potentiel crée par une distribution continue de charges :

a- distribution linéique : $dq = \lambda \cdot dl$ (λ : densité linéique de charge ($C.m^{-1}$))

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda \cdot dl}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda \cdot dl}{r^3} \vec{r}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda}{r} dl$$

Pour une distribution uniforme $\lambda = Q/L = \text{Constante}$

b- distribution surfacique : $dq = \sigma \cdot ds$ (σ : densité surfacique de charge ($C.m^{-2}$))

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma \cdot ds}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma \cdot ds}{r^3} \vec{r}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma}{r} ds$$

Pour une distribution uniforme $\sigma = Q/S = \text{Constante}$

a- distribution volumique : $dq = \rho \cdot d\tau$ (ρ : densité volumique de charge ($C.m^{-3}$))

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho \cdot d\tau}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho \cdot d\tau}{r^3} \vec{r}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho}{r} d\tau$$

Pour une distribution uniforme $\rho = Q/\tau = \text{Constante}$

THÉORÈME DE GAUSS

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_{int}}{\epsilon_0}$$

Comment appliquer le théorème de GAUSS ?

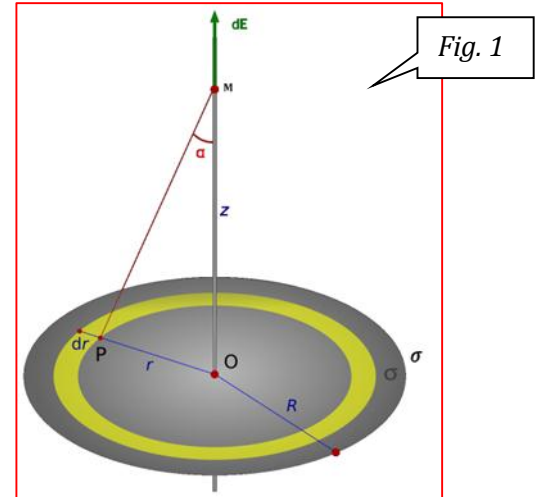
1. Ecrire la relation $\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_{int}}{\epsilon_0}$
2. Choisir la surface de GAUSS qui respecte la symétrie de la distribution
 - Soit $\vec{E}$ est parallèle à la surface ($\vec{E} \perp d\vec{s}$) $\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$
 - Soit $\vec{E}$ est perpendiculaire à la surface ($\vec{E} \parallel d\vec{s}$)

et $E = \text{Cte} \Rightarrow \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot S$

Exercice 1(distribution contenue de la charge)

Un disque plan circulaire de rayon R porte une distribution de la charge superficielle uniforme de densité $\sigma = \frac{dq}{ds}$ ($\sigma > 0$). Un point M situé à une distance z sur l'axe OZ (figure 4).

- Donner l'expression du champ électrique au point M .
- Déduire le champ crée par un plan infini.
- Donner l'expression du potentiel au point M .

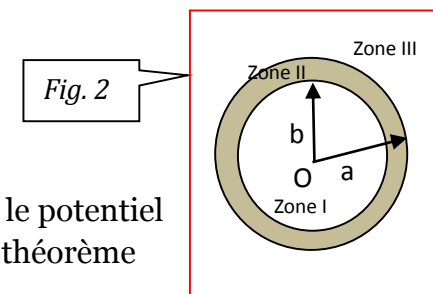


Exercice 2(Théorème de Gauss)

Une distribution volumique comprise entre les sphères (figure.2) de centre O et de rayons (a) et (b) a pour densité volumique (ρ) :

$$\begin{cases} \rho = 0 & \text{si } r < b \\ \rho = \frac{\rho_0 r}{4a} & \text{si } b < r < a \\ \rho = 0 & \text{si } r > a \end{cases}$$

- Calculer la charge électrique dans chaque zone.
- Ecrire la relation du théorème de Gauss.
- Donner l'expression du champ électrostatique et le potentiel électrostatique dans chaque zone en utilisant le théorème du Gauss.



On donne : $S_s = 4\pi r^2$; $V_s = \frac{4}{3}\pi r^3$

**Exercice 3(à domicile)

Soit un cylindre creux infini de rayon externe b et intérieur a . On donne la densité volumique ρ :

$$\begin{cases} \rho = 0 & \text{si } r < a \\ \rho = \frac{\rho_0 r}{3b} & \text{si } a < r < b \\ \rho = 0 & \text{si } r > b \end{cases}$$

Donner l'expression du champ électrostatique et le potentiel électrostatique dans chaque zone.

