

Université de Relizane
Faculté des Sciences et de la Technologie
Fiche TD 1- Calcul diff -2- master 1 -2021/2022

Exercice 1:

Montrer que $w(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}dx + \frac{y}{x^2 + y^2}dy$ est une forme différentielle exacte sur $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x > 0\}$.

Calculer ses primitives sur U .

Exercice 2: On considère la forme différentielle : $w(x, y) = (x + y)dx + (x - y)dy$

- 1) Est-elle fermée? exacte? Si oui déterminer une primitive.
- 2) Résoudre l'équation différentielle :

$$x + y(x) + (x - y(x))y'(x) = 0$$

Exercice 3: On considère la forme différentielle de degré 1 définie par

$$w = \frac{2x}{y}dx - \frac{x^2}{y^2}dy$$

sur $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y > 0\}$.

- 1) Montrer que w est fermée sur U .
- 2) Montrer de deux façons différentes que w est exacte.

Exercice 4:

1) Calculer $\int_C \frac{2x}{y}dx - \frac{x^2}{y^2}dy$,

où C est une courbe C^1 par morceaux d'origine $A(1, 2)$ et d'extrémité $B(3, 8)$.

2) On considère w la forme différentielle définie sur \mathbb{R}^2 par

$$w = (x^2 + y^2 - 9)dx - 6ydy$$

* Prouver que la forme différentielle n'est pas exacte.

* Soit f une fonction de classe C^1 de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . On pose $\alpha(x; y) = f(x)w(x, y)$. Quelle condition doit vérifier la fonction f pour que la forme différentielle soit exacte.