ÉLECTROSTATIQUE

- 1. Introduction
- 2.Propriétés de la charge électrique
- 3. Matériaux conducteurs, matériaux isolants

  3.1. Matériaux isolants (diélectriques)
- 3.2. Matériaux conducteurs
- 3.3. Distributions de charges
- 4 Interactions coulombiennes (électrostatiques)
- 5. Le champ électrique
- 6. Potentiel électrostatique
- 7. Dipôle électrostatique

  7.1. Potentiel et champ crées à grande distance

ELECTROSTATIQUE

1/ Définition :

L’électrostatique est l’étude des phénomènes produits par des charges électriques à l’état de repos.

Ou bien l’étude des interactions électriques des particules chargées immobiles.

2/ Phénomènes d'électrisation

Tous les corps s'électrisent, on dispose de plusieurs moyens pour le faire:

- par frottement; - par contact avec un corps déjà électrisé ;
en reliant le corps à une borne d'un générateur électriques.

Des expériences montrent que l'on peut ranger les corps schématiquement en deux classes:

- ceux pour lesquels l'électrisation reste localisée au point où l‘on apporte (par frottement par exemple) ⇒ isolants ou diélectriques. Exemple: ver re, nylon, matières plastiques.

1- Notion de charge électrique et la matière :

La matière est l'ensemble de particules élémentaires, elle se compose d'atomes et de molécules : un atome est constitué d'un noyau (proton et neutron) autour duquel gravite un nuage forme d'électrons.

Force électrostatique

- Les électrons et les protons portent la même charge électrique en valeur absolue noté $|e|$. Cette charge est appelée charge élémentaire ; c'est la plus petite charge électrique dans la nature $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-12} C$.
- D'après Millican (1907) ; toute charges électriques est une multiple d'une charge élémentaire e :

Q = $\pm$ne Coulomb ; n : est nombre naturel entier.

2/ Loi de Coulomb dans le vide :

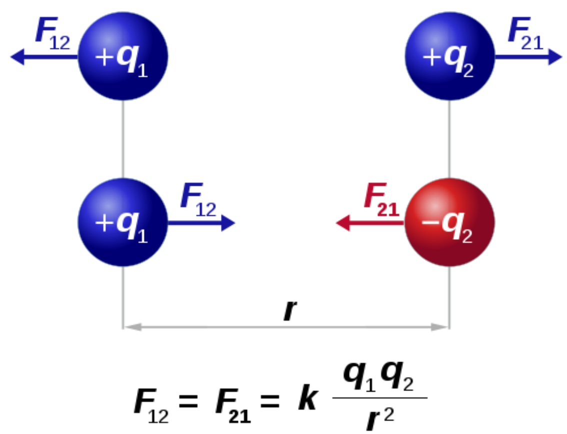
- Soient deux charge ponctuelles q_1 et q_2 de masses m_1 et m_2 séparées par une distance r.
- Les deux charges s'attirent ou se repoussent mutuellement avec une force $\overrightarrow{F_e}$:

$$\overrightarrow{F_e} = \vec{F}_{q_1q_2} = K\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{u}$$

avec : $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ est l constante du coulomb.

Et ε_0 est la permittivité du vide.

- $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ [$C^2\,m^{-2}N^{-}$] et $K = 9 \cdot 10^9$ [$C^{-2}\,m^2N$]
- $\vec{u}$: Vecteur unitaire.
- La loi de coulomb peut s'écrire aussi :
- $\vec{F}_{q_1q_2} = K\dfrac{q_1q_2}{r^2}\dfrac{\vec{r}}{r} = K\,q_1q_2\dfrac{\overrightarrow{r}}{r^3}$



- D’après le principe d’action-réaction, la force qu’exerce q_1 sur q_2 est égale et opposé :

$$\vec{F}_{q_1 q_2} = -\vec{F}_{q_2 q_1}$$

- Cette loi est attractive si les charges sont de signe opposés $(q_1 q_2 < 0)$ et répulsive si les charges de même signe $(q_1 q_2 > 0)$.

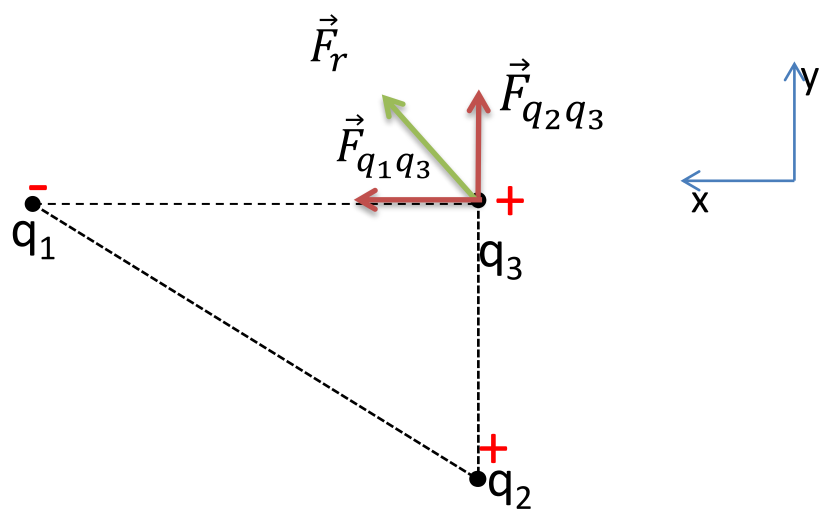
3/ cas d'une distribution discrète (Principe de superposition des forces):

- Dans le cas général, si on a **n** charges électriques dans le vide, le principe de superposition permet de faire la somme vectorielle des forces électrostatique crées par les charges q_i et agissantes sur la charge q_m.

$$\vec{F}_r(m) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{q_i/q_m}$$

Exemple :

- A partir de la figure suivante, calculer l'intensité de la résultante des forces agissante sur la charge q_3.
- Avec : q_1 = -1,5 mC ; q_2 = 0,5 mC ; q_3 = 0,2 mC.



Réponse :

$q_1 q_3 < 0 \rightarrow \vec{F}_{q_1 q_3}$ est une force d'attraction.

$q_2 q_3 > 0 \rightarrow \vec{F}_{q_2 q_3}$ est une force de répulsion.

D'où: $\vec{F}_{q_1 q_3} = K \frac{q_1 q_3}{r_1^2} \vec{u} \rightarrow \left|\vec{F}_{q_1 q_3}\right| = K \frac{|q_1||q_3|}{r_1^2} = 9.10^9$
$\frac{|-1,5.10^{-3}||0,2.10^{-3}|}{1,2^2} = 1,88.\,10^{-3} N$

$$\vec{F}_{q_2 q_3} = K \frac{q_2 q_3}{r_2^2} \vec{u} \rightarrow \left|\vec{F}_{q_2 q_3}\right| = K \frac{|q_2||q_3|}{r_2^2} = 9.10^9$$
$\frac{|0,5.10^{-3}||0,2.10^{-3}|}{0,5^2} = 3,6.\,10^3\ N$

Donc : $\vec{F}_r = \vec{F}_{q_1 q_3} + \vec{F}_{q_2 q_3}$

Ou bien : $\vec{F}_r = \vec{F}_x + \vec{F}_y = -\vec{F}_{q_1 q_3} + \vec{F}_{q_2 q_3}$

$$= -K \frac{|q_1||q_3|}{r_1^2} \vec{\imath} + K \frac{|q_2||q_3|}{r_2^2} \vec{\jmath}$$

$$\rightarrow \left|\vec{F}_r\right| = \sqrt{\left(\vec{F}_x\right)^2 + \left(\vec{F}_y\right)^2}$$

$$= \sqrt{(1{,}88.\,10^{-3})^2 + (3{,}6.\,10^3)^2} = 4{,}06.\,10^3 N$$

L'angle α que forme $\vec{F}_r$ avec l'axe X est : $tan\ \alpha = \frac{|\vec{F}_{q_2 q_3}|}{|\vec{F}_{q_1 q_3}|} = 1{,}92$

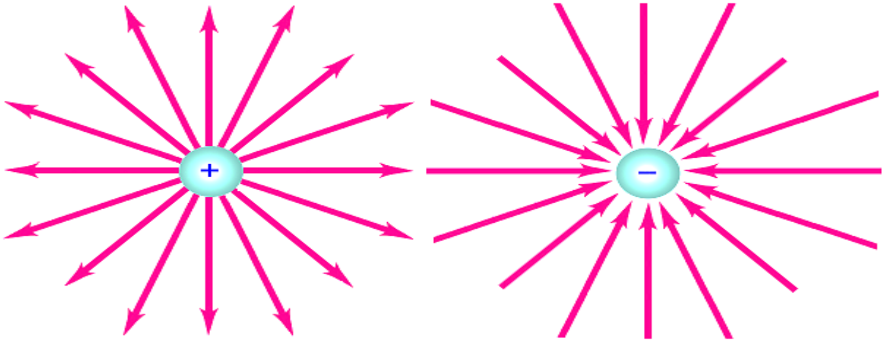
$$\rightarrow \alpha = 62{,}5°$$

II.2/ Champ Electrostatique :

Lorsqu'une charge électrique se trouve au point O, elle crée alors, en tout pont M de l'espace qui l'entoure un champ vectoriel appelé champ électrostatique exprimer par :

$$\vec{E}(\mathrm{M}) = K\frac{q}{r^2}\overrightarrow{u} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\overrightarrow{u}$$

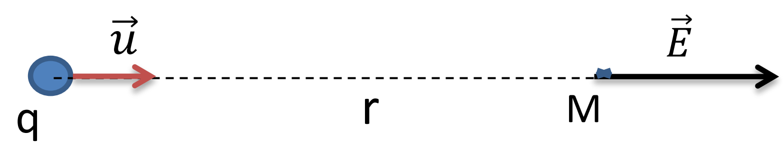
Ce champ est radial - Sa direction passe par la charge - Dirigé vers l'extérieur si q > 0 - Dirigé vers l'intérieur si q < 0 - Son intensité : $\left|\vec{E}(\mathrm{M})\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2}$



- Relation entre champ et force électrostatique :
- La force électrostatique s'exerçant sur une charge cible q placée au point M est :

$$\vec{F} = q.\vec{E} \qquad (N)$$

donc le champ électrostatique $\vec{E}$ est le rapport entre la force électrostatique $\vec{F}$ est la charge q soumise a cette force ;

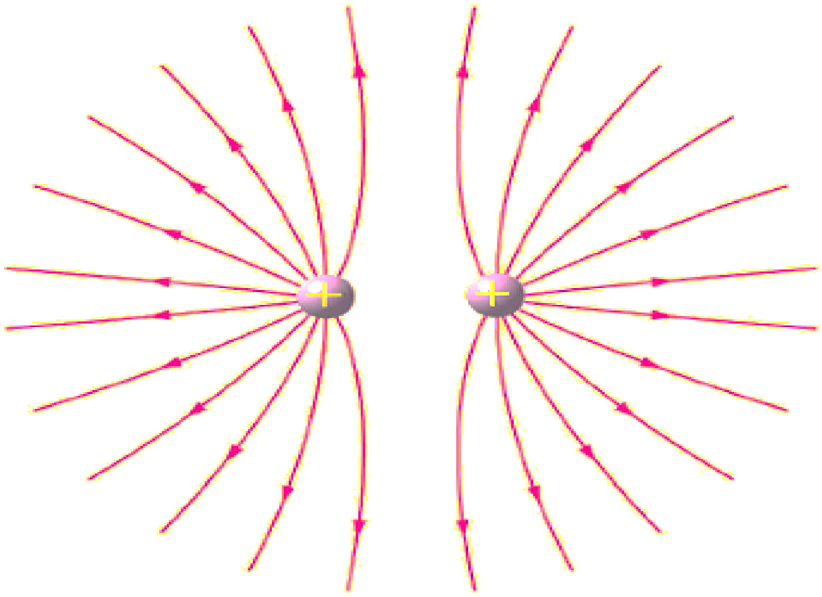


B- Champ électrostatique crée par un ensemble de charge :

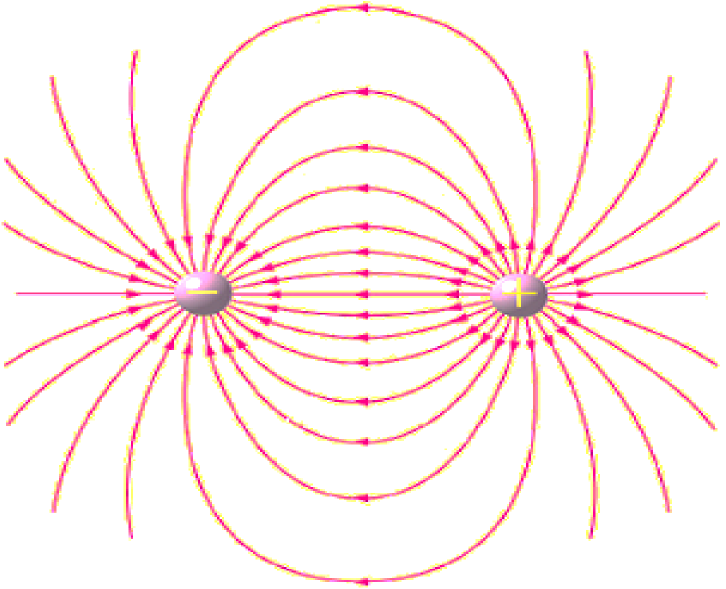
- Cas d'une distribution discrète de charge « principe de superposition » : considérons n charges électriques ponctuelles q_i fixes placées p_i dans le vide. Le champ électrostatique crée par l'ensemble de ces charges en un point M s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i(M)$$

Les lignes du champ :



Les lignes de champ de deux charges
de même signe.



b- Les lignes de champ de deux charges
de signes opposés.

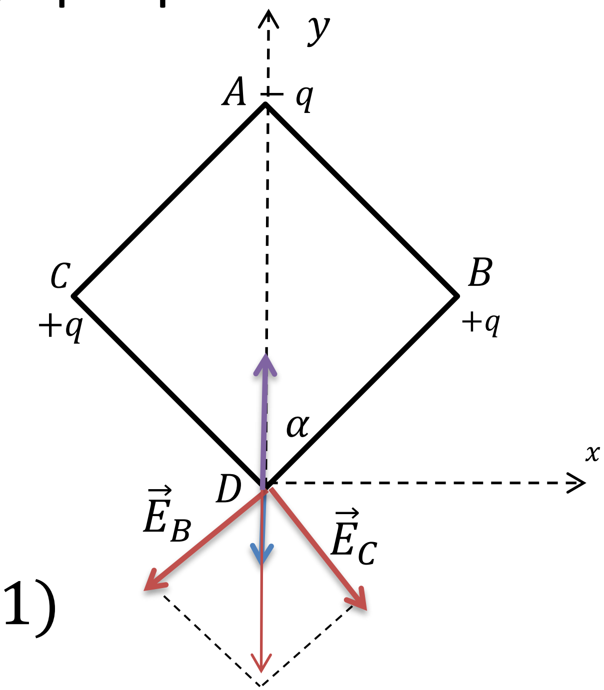
Exemple :

D'après la figure suivante :

Calculer le champ $\vec{E}(M)$? et représenter graphiquement ce champ.

On remplace une charge +2q au point D,

Solution :



$$\vec{E}_T(D) = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$

$$\vec{E}_T(M) = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

$$\begin{cases} E_x = E_C\, sin\alpha - E_B\, sin\alpha & (1) \\ E_y = E_A - E_B\, cos\alpha - E_C\, cos\, \alpha & (2) \end{cases}$$

- $E_C = E_B = \frac{k|+q|}{a^2} = \frac{kq}{a^2}$; $\qquad E_A = \frac{k|-q|}{r^2} = \frac{kq}{2a^2}$

- $\rightarrow \begin{cases} E_x = \left(\frac{kq}{a^2} - \frac{kq}{a^2}\right) sin\alpha = 0 \\ E_y = \frac{kq}{2a^2} - \frac{kq}{a^2} cos\ \alpha \end{cases}$

avec : $cos\ \alpha = 45°$ et $r^2 = 2a^2$

$\rightarrow E_y = \frac{kq}{a^2}(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\vec{E}(D) = \frac{kq}{2a^2}(1 - \sqrt{2})\,\vec{j}}$

La force $\vec{F}(D)$ appliquée a la charge (+2q) au point D :

$$\vec{F}(D) = q\,\vec{E}(D) = +2q\vec{E}(D)$$

- $\vec{F}(D) = 2q\left(\frac{kq}{2a^2}\left(1-\sqrt{2}\right)\right)\vec{j} = \left(\frac{\boldsymbol{kq^2}}{\boldsymbol{a^2}}\left(\boldsymbol{1}-\sqrt{\boldsymbol{2}}\right)\right)\vec{\boldsymbol{j}}$

3. Potentiel électrostatique :
الكمون الكهروستاتيكي

- La différence de potentiel entre deux points A et B

($V_{AB} = (V_A - V_B)$ est le travail nécessaire pour déplacer la charge **q** du point A au point B.

- $W(A \to B) = qV_{AB} = q(V_A - V_B)$

$$= -q(V_B - V_A) = -q\int_A^B dV \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

- Et on a aussi la force $\vec{F} = q\vec{E}$

Et le travail de $\vec{F}$:

$$W_{A\to B}\overrightarrow{(\vec{F})} = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dl} = \int_A^B q\vec{E}.\overrightarrow{dr} = \dots\dots\dots\dots\dots..(2)$$

$$(1) = (2) \to -q\int_A^B dV = \int_A^B q\vec{E}.\overrightarrow{dr}$$

- $\Rightarrow - \int_A^B dV = \int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dr}$
- $\to \boldsymbol{dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dr}}$ et $E = -\frac{dV}{dr}$ puisque $\vec{E}//\overrightarrow{dr}$.
- *V* est une grandeur scalaire, en dit dans ce cas que le champ est dérive du potentiel V.

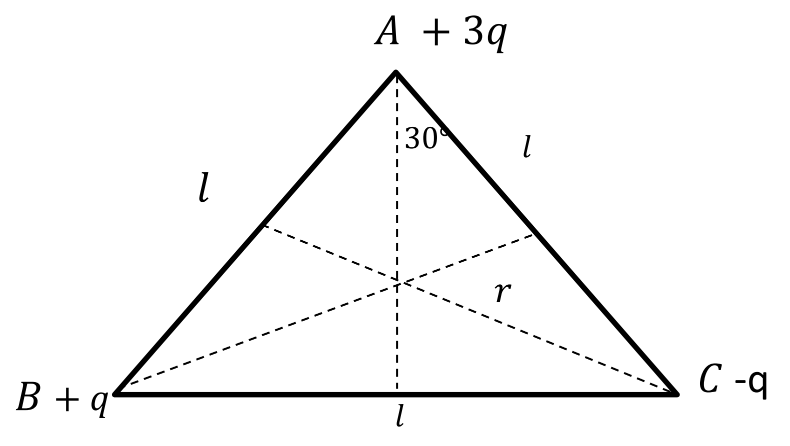
- Dans le cas générale (dans le repère (o ; x ; y; z))
- $$E_x = -\frac{dV}{dx};\ E_y = -\frac{dV}{dy};E_z = -\frac{dV}{dz}$$
- Et le champ total : $\overrightarrow{\boldsymbol{E}} = E_x\ \vec{\imath} + E_y\vec{\jmath} + E_z\vec{k}$
- Donc : $\overrightarrow{\boldsymbol{E}} = -\left(\frac{dV}{dx}\vec{\imath} + \frac{dV}{dy}\vec{\jmath} + \frac{dV}{dz}\vec{k}\right) = -\overrightarrow{\boldsymbol{grad}}\,V$
- $\overrightarrow{\boldsymbol{E}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{grad}}\,V$

a : Potentiel électrique crée par une charge ponctuelle q:

- on a vu que le champ $\vec{E}$ est radial : $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\overrightarrow{u}$
- et pour obtenir le potentiel V : dV= - $\vec{E}.\overrightarrow{dr}$
- et puisque $\vec{E}//\overrightarrow{dr}$; donc : dV= $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\ dr$
- $\Rightarrow V = \int dV = -\int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\ dr = \boldsymbol{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} + C}$
- $\Rightarrow \boldsymbol{V = K\frac{q}{r} + C}$
- En suppose que si r → ∞, le potentiel V= 0 on aura C = 0
- $\Rightarrow \boldsymbol{V = K\frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}} \quad [\boldsymbol{Volt}]$

- Le potentiel s’exprime en volt.
- Le potentiel est constant sur des sphères de rayon r_i ; dont leur centre est la charge q. on dit que ces sphères constituent des surfaces équipotentielles (سطوح تساوي الكمون)
- b- Potentiel électrostatique crée par un ensemble de charges :
- Les potentiels s’ajoutent pour une distribution de charges ponctuelles, on applique alors le theoreme de superposition :
- $V = \sum_{i=1}^{n} V_i$

- Exemple :
- Soit un ensemble de trois charges ponctuelles +3q , +q et –q disposées respectivement aux sommet A, B et C d’un triangle ABC de côté *a* = 0,6 m.
- Calculer le potentiel résultant V au point G centre de gravité du triangle ABC ; q= 3.10^{-7} C.



- Solution :
- On a : $V_G = V_A + V_B + V_C$
- $V_G = \frac{Kq_A}{AG} + \frac{Kq_B}{BG} + \frac{Kq_C}{CG}$ avec AG = BG = CG = r
- et $cos30 = \frac{l/_2}{r} \Rightarrow r = \frac{l/2}{\sqrt{3}/_2} = \frac{l}{\sqrt{3}}$
- $V_G = \frac{K}{r}(q_A + q_B + q_C) = \frac{K}{r}(+3q + q - q)$
- $\Rightarrow V_G = \frac{K}{\frac{l}{\sqrt{3}}}(+3q) = \frac{3\sqrt{3}Kq}{l}$
- AN: $V_G = \frac{3\sqrt{3}.9.10^9.3.10^{-7}}{0,6} = 23,4.10^3\ [V]$

III. Champ et potentiel électrostatiques dans le cas d'une distribution continue de charges :

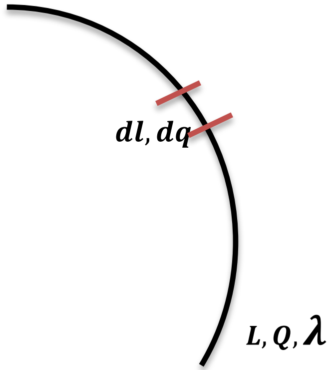
- **III.1. Champ électrostatique crée par une distribution continue :**
- Dans le cas de très grand nombre de charges ; celle-ci peut être reparties uniformément suivant une droite; une surface plane ou dans un volume.
- Et pour calculer le champ en un point M de l'espace, on devise cette répartition en un nombre infini (petits morceaux) contenant chacun une charge élémentaire dq distant de r du point M et la somme de ces champs élémentaires sera remplacer par une intégrale.
- $\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} d\vec{E}_i(M) = \int d\vec{E}(M) = \int \frac{Kdq}{r^2}\vec{u}$

1.1/ On distingue trois types de distribution continue de charges :

- Une distribution linéaire ou linéique de charge
- Une distribution surfacique de charge
- Une distribution volumique de charge

a/ Distribution linéique de charge :

- le champ électrostatique produit par un fil de longueur L portant une charge totale Q uniformément repartie sur sa longueur de densité linéique λ (C/m).



- Soit un élément de longueur $\boldsymbol{dl}$ qui porte une charge élémentaire $\boldsymbol{dq}$. on a : $\lambda = \frac{dq}{dl}$ alors : $\boldsymbol{dq = \lambda \, dl}$.

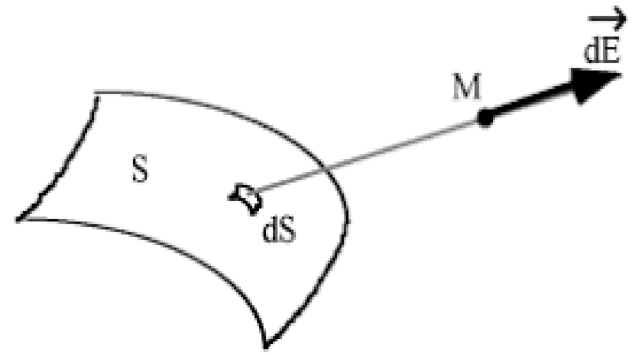
- On peut écrire que la charge totale portée par le fil est :
- $Q = \int dq = \int \lambda.\, dl$
- Et que : $\vec{E}(M) = \int d\vec{E}(M) = \int \frac{Kdq}{r^2}\vec{u}$

  $= \int \frac{K.\lambda.dl}{r^2}\vec{u}$

b/ Distribution surfacique de charge :

- soit une surface S portant une charge Q uniformément repartie sur toute sa surface avec une densité surfacique σ (C/m^2).
- Soit un élément de surface qui porte une charge élémentaire dq ou $dq = \sigma.ds$, c

$Q = \int dq = \iint \sigma.ds$ et $\vec{E}(M) =$



donc :

$$\vec{E}(M) = \int \frac{Kdq}{r^2}\vec{u} = \iint \frac{K.\sigma.ds}{r^2}\vec{u}$$

c/ Distribution volumique de charge :

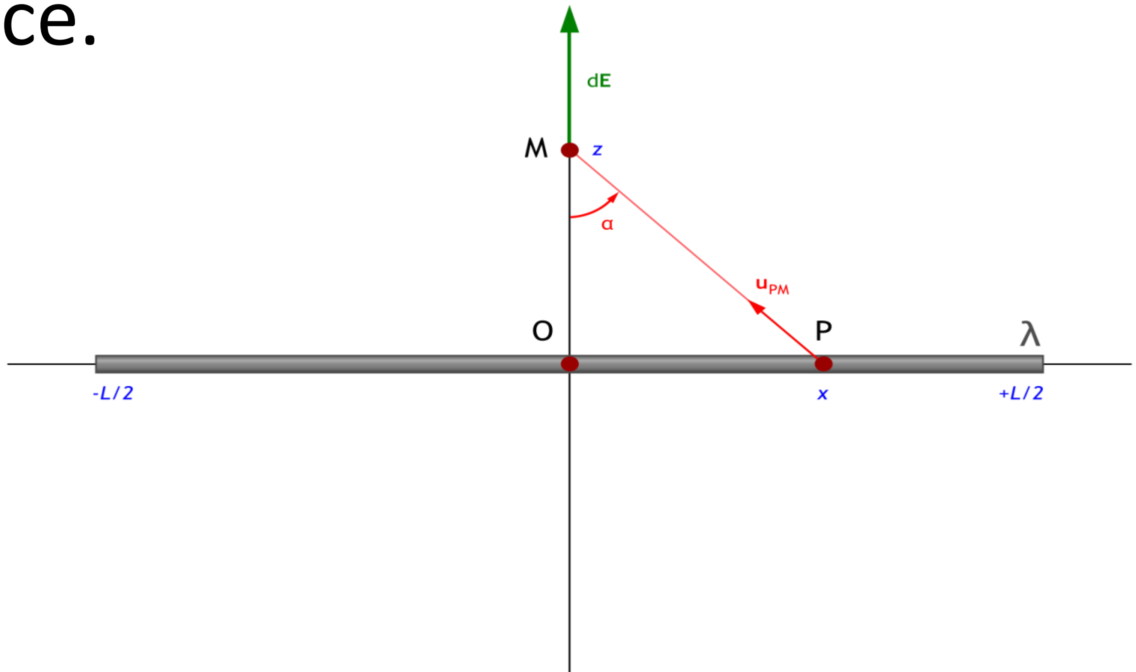
- De la même manière, on peut considérer une distribution volumique de charge.
- Soit un volume V portant une Q uniformément repartie sur tout le volume avec une densité volumique $\rho\ (C/m^3)$. Soit dv un élément de volume qui porte une charge élémentaire dq ou $dq = \rho.dv$, on peut écrire : $Q = \int dq = \iiint \rho.dv$ et $\vec{E}(M) = \int d\vec{E}(M)$,
- donc : $\vec{E}(M) = \int \frac{Kdq}{r^2}\vec{u} = \iiint \frac{K.\rho.dv}{r^2}\vec{u}$

Dans un système d'axes cartésiens (o, x, y, z) ; on a :

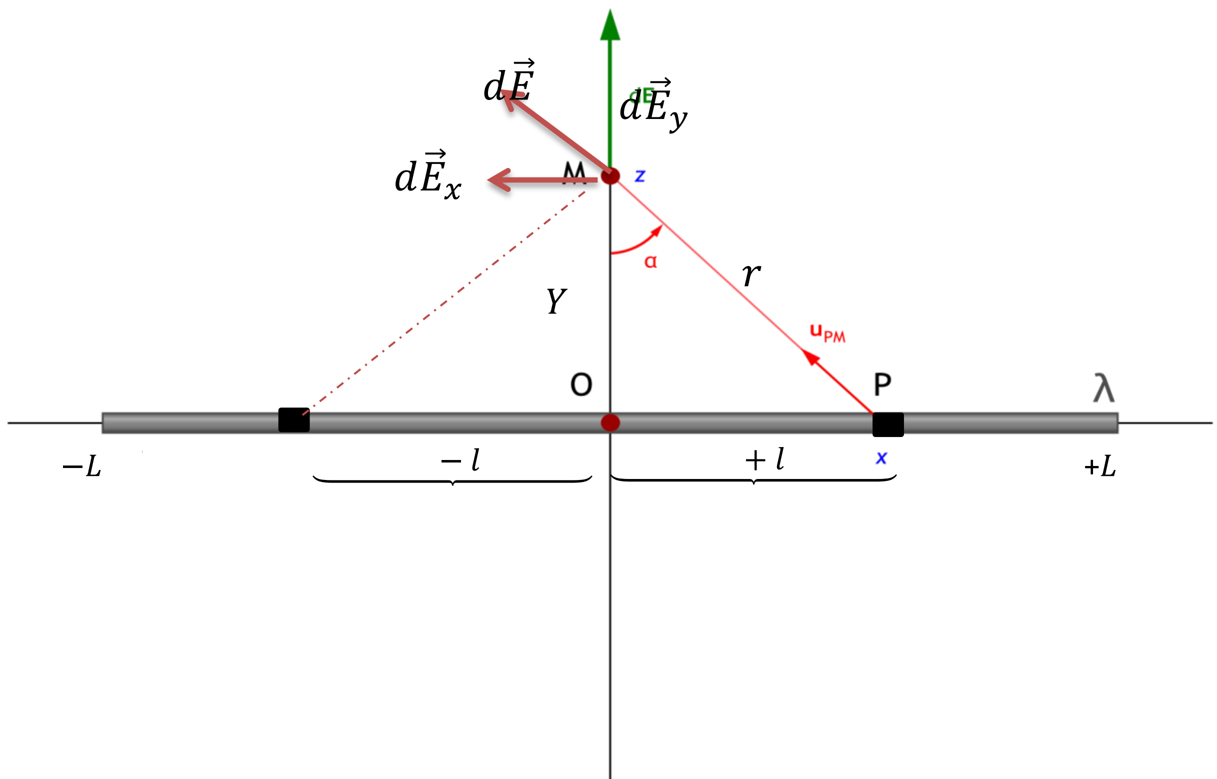
- $d\vec{E} = dE_x\vec{\imath} + dE_y\vec{\jmath} + dE_z\vec{k}$
- $E_x = \int dE_x\,;\; E_y = \int dE_y\,;\; E_z = \int dE_z$
- En tous les cas, la relation qu'il faut retenir est :
- $\vec{E}(M) = \int d\vec{E}(M)$
- Sashant que : $d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}$
- Et $\quad \vec{E}(M) = E_x\vec{\imath} + E_y\vec{\jmath} + E_z\vec{k}$

III.1.2. Applications :

- III.1.2.1/ le champ électrostatique produit par un fil de longueur 2**L** et portant une densité linéique de densité **λ** positive et uniforme.
- Déterminons le champ crée par dette distribution en un point **M** sur une distance y sur sa médiatrice.



- <u>Solution</u>
- Le petit élément que l'on doit prendre en considération est un segment rectiligne de longueur ***dl=dx*** et portant la charge élémentaire ***dq.***
- La distribution est linéaire $\Rightarrow dq = \lambda\, dl \;\Rightarrow$



- Le champ élémentaire $\boldsymbol{d\vec{E}}$ produit par la charge élémentaire **dq** au point situe sur l'axe oy est :
- $d\vec{E}(M) = \frac{Kdq}{r^2} = \frac{K\,\lambda\,dl}{r^2}\vec{u} = \frac{K\,\lambda\,dx}{r^2}\vec{u}$
- *Avec : PM = r et OM = Y= const*
- Sachant que le vecteur $d\vec{E}$ s'écrit dans le plans (o x y) par: $d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y$
- Et : $\begin{cases} E_x = \int dE_x = \int dE\ cos\theta \\ E_y = \int dE_y = \int dE\ sin\theta \end{cases}$
- Par raison de symétrie le champ electrostatique est nul selon **ox** : $\vec{E}_x(M) = \vec{0}$

- Il ne reste que la composante du champ selon **oy :** $\vec{E} \quad (M) = \vec{E}_y$
- $d\vec{E}_y(M) = 2d\vec{E}_y = 2dE\ cos\alpha\ \vec{j}$
- $\vec{E}(M) = 2\int_0^L dE \cos\alpha\ \vec{j}$ et $dE(M) = \frac{K\ \lambda\ dl}{r^2}$
-
- $\vec{E}(M) = 2\int_0^L \frac{K\ \lambda\ dl}{r^2} \cos\alpha\ \vec{j}$
- *On remarque que : l , α et r sont des variables tandis que Y= OM est constant.*

- On en déduit géométriquement que :
- $\cos\alpha = \frac{Y}{r}$; d'où $r = \frac{Y}{cos\alpha} \Rightarrow r^2 = \frac{Y^2}{(cos\alpha)^2}$
- On a aussi : $tan\,\alpha = \frac{l}{Y} \Rightarrow l = Y\ tan\alpha$ et $dl = \frac{Y}{cos^2\alpha}\ d\alpha$

- On obtient finalement :
- $\vec{E}(M) = 2k\lambda \int_0^{\alpha_{max}} \frac{Y}{\frac{Y^2}{(cos\alpha)^2}.cos^2\alpha} \cos\alpha\ d\alpha\ \vec{j}$
- $$\vec{E}(M) = \frac{2k\lambda}{Y}\int_0^{\alpha_{max}} \cos\alpha\ d\alpha\ \vec{j}$$
- $\Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{2k\lambda}{Y}\ sin\alpha_{max}\,\vec{j} = \frac{2k\lambda}{Y}\ sin\alpha_{max}\,\vec{j}$

- Avec : $sin\alpha_{max} = \frac{L}{r} = \frac{L}{\sqrt{L^2+Y^2}}$
- $\Rightarrow \overrightarrow{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{M}) = \frac{\boldsymbol{2k\lambda}}{\boldsymbol{Y}} \frac{\boldsymbol{L}}{\sqrt{\boldsymbol{L^2+Y^2}}} \vec{\boldsymbol{j}}$
- Cas particulier :si le fil est infini : L$\rightarrow \infty$ alors $\alpha_{max} = \frac{\pi}{2}$
- $\Rightarrow \overrightarrow{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{M}) = \frac{\boldsymbol{2k\lambda}}{\boldsymbol{Y}} \vec{\boldsymbol{j}}$

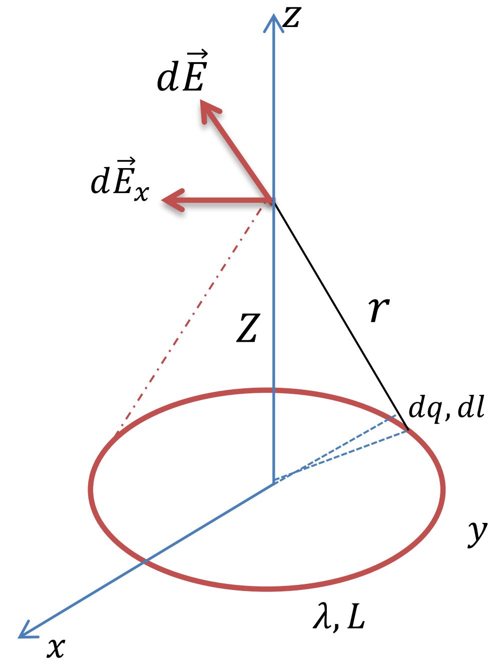
- **III.1.2.2/ le champ électrostatique produit par un fil circulaire de centre O et de rayon R chargé avec une densité linéique de densité λ positive et uniforme.**

- **Déterminons le champ crée par dette distribution en un point M situé sur son axe de révolution z tel que OM = Z.**

- **Solution :**
- Distribution est linéaire; charge elementaire

$dq = \lambda\, dl \Rightarrow\; Q = \int \lambda\, dl = \lambda\, L$ (charge totale).

- Le champ totale crée au point M est :
- $\vec{E}(M) = \int d\vec{E}(M)$



- Le champ élémentaire crée

par la charge élémentaire :

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y + d\vec{E}_z$$

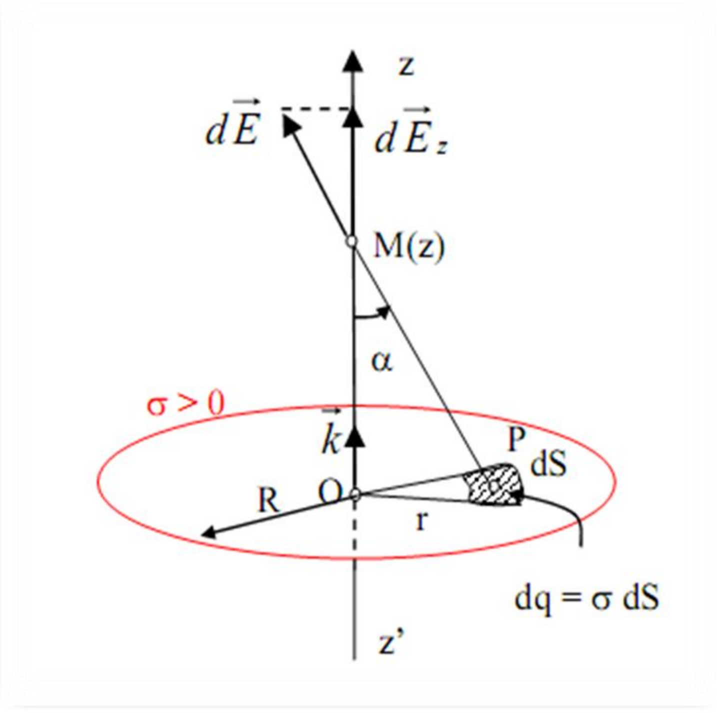
- Pour des raisons de symétrie, le champ $E_x = 0 \,; E_y = 0.$
- Il ne reste que la composante suivant oz : $d\vec{E}(M) = d\vec{E}_z$
- Et $dE_z = dE\ cos\alpha$
- $\Rightarrow\ \vec{E}(M) = \int d\vec{E}(M) = \int dE\ cos\,\alpha\,\vec{k}$ et : $dE = \frac{K\ dq}{r^2}$
- $\Rightarrow\ \vec{E}(M) = \int \frac{K\ dq}{r^2}\ cos\,\alpha\,\vec{k} = \int \frac{K\,\lambda\,dl}{r^2}\ cos\,\alpha\,\vec{k}$
- Avec : $r = \sqrt{Z^2 + R^2};\ cos\alpha = \frac{OM}{r} = \frac{Z}{r} = \frac{Z}{\sqrt{Z^2+R^2}}$

- $\Rightarrow \vec{E}(M) = \int \frac{K\,\lambda\,dl}{Z^2+R^2} \frac{Z}{\sqrt{Z^2+R^2}}\ \vec{k} \qquad ; dl = R\,d\theta$
- $\Rightarrow \vec{E}(M) = \lambda Z K \int_0^{2\pi} \frac{R\,d\theta}{\sqrt[3]{Z^2+R^2}}\ \vec{k}$
- $\Rightarrow$
  $\vec{E}(M) = \frac{\lambda\,Z\,R\,K}{\sqrt[3]{Z^2+R^2}} \int_0^{2\pi} d\theta\ \vec{k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda\,Z\,R}{\sqrt[3]{Z^2+R^2}} \int_0^{2\pi} d\theta\ \vec{k}$
- $\Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda\,Z\,R\,2\pi}{\sqrt[3]{Z^2+R^2}}\ \vec{k}$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\vec{E}(M) = \frac{\lambda\,Z\,R}{2\varepsilon_0 \sqrt[3]{Z^2+R^2}}\ \vec{k}}$$

III.1.2.3/ le champ électrostatique produit par un disque de centre O et de rayon R chargé avec une densité surfacique de densité σ positive et uniforme. Déterminons le champ crée par dette distribution en un point M situé sur son axe de révolution z tel que OM = Z.

- **Solution :**
- Soit M un point de l'axe oz tel que : OM = Z.
- Un élément de surface **ds (**centré en P) porte une charge **dq = $\boldsymbol{\sigma}$ ds** crée en M un champ élémentaire :
- $dE = K\dfrac{dq}{PM^2} = K\dfrac{dq}{b^2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\sigma\, ds}{b^2}$
- Sachant que : $d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y + d\vec{E}_z$



Pour obtenir le champ produit par tout le disque chargé, on intègre de 0 à R.

$$E_z = \int dE_z = \int dE\ cos\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \int dE sin\theta$$

Par raison de symétrie, le champ $\vec{E}(M)$ porte sur l'axe zz'.

$$\vec{E}_x = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}(M) = \vec{E}_z$$

Le champ crée une couronne circulaire élémentaire ds de rayon r d'épaisseur dr et de rayon r :

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_z = \int d\vec{E}_z(M) = \int dE\ cos\ \alpha\ \vec{k}$$

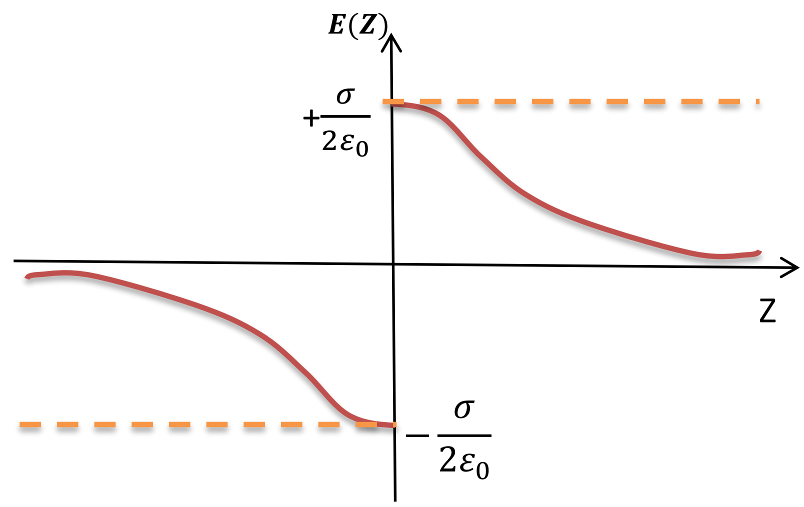
$$= \int K \frac{dq}{b^2}\ cos\ \alpha\ \vec{k} = \int K \frac{\sigma\ ds}{b^2}\ cos\ \alpha\ \vec{k}$$

- A partir de la figure, on a géométriquement :
- $S = \pi r^2 \rightarrow dS = 2\pi\, r\, dr$ Et $\quad b^2 = Z^2 + r^2 \qquad et \qquad cos\alpha = \frac{Z}{b}$
$= \frac{Z}{\sqrt{Z^2+r^2}}$
- Donc :
- $\vec{E}(M) = K\sigma \int_0^R \frac{2\pi\, rdr}{Z^2+r^2} \frac{Z}{\sqrt{Z^2+r^2}} \vec{k} \; = K\sigma\pi Z \int_0^R \frac{2\, rdr}{(Z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \; \vec{k}$
- Sous forme de : $\int u\, .\, u^{-n} = \frac{u^{n+1}}{n+1}$
- $\Rightarrow \vec{E}(Z) = \; K\sigma\pi Z \left[\frac{(Z^2+r^2)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} \right]_0^R \vec{k} = \frac{\sigma\pi Z}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{-2}{\sqrt{Z^2+r^2}} \right]_0^R \vec{k}$
-
- $= \frac{\sigma Z}{2\pi\varepsilon_0} \left[\frac{-1}{\sqrt{Z^2+R^2}} + \frac{1}{|Z|} \right] \vec{k}$

$$\vec{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{Z}) = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{2\pi\varepsilon_0}} \left[\frac{\boldsymbol{Z}}{|\boldsymbol{Z}|} - \frac{\boldsymbol{Z}}{\sqrt{\boldsymbol{Z^2+R^2}}} \right] \vec{\boldsymbol{k}}$$

Graphe de $\overrightarrow{E}(Z)$:

- si Z=0, $E(M) = \pm\dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$
- Z=∞, $E = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\dfrac{Z}{|Z|} - \dfrac{Z}{|Z|\sqrt{1+\frac{R^2}{Z^2}}}\right] = 0$
-
- Si $R \to \infty$, $E(M) = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\dfrac{Z}{|Z|}\right] = \pm\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
- C'est le cas d'un plan infini.



III.1.3/ Potentiel électrostatique crée par une distribution continue de charges :

- Dans ce cas, on doit procéder à une intégration après avoir choisi une charge élémentaire correspondante avec le même procédé que celui du champ électrique.
- $V = \int dV = \int \frac{Kdq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}$
- **Exemple :**
- Un fil circulaire de longueur L, de centre O et de rayon R chargé avec une densité linéique de densité λ positive et uniforme.
- Déterminer le potentiel crée par dette distribution en un point M de l'axe oz et situé à la distance Y de O.
- En déduire le vecteur champ au point M.

- **Réponse :**
- Pour le point donné M, les grandeurs : R, Z et r sont constantes.
- La charge élémentaire $dq = \lambda\, dl$ va cree un potentiel élémentaire au point M :
- $dV = \frac{Kdq}{r}$
- $V = \int dV = \int \frac{Kdq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}$
- On a : $r = \sqrt{R^2 + Z^2} = cste$
- Et la charge totale $Q = \int dq = \int_0^{2\pi R} \lambda\, dl = \lambda\, 2\pi R$
- Donc :
- $V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{\sqrt{R^2+Z^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda\, 2\pi R}{\sqrt{R^2+Z^2}}$
- $\Rightarrow \boldsymbol{V(M) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \frac{\lambda\, R}{\sqrt{R^2+Z^2}}}$

- On déduire le vecteur champ $\vec{E}(M)$:
- On a : $E = -\frac{dV}{dZ} \Rightarrow \boldsymbol{E} = -\frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dZ}}\left(\frac{\boldsymbol{\lambda R}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}} \frac{\boldsymbol{Z}}{(\boldsymbol{R^2+Z^2})^{\frac{1}{2}}}\right)$

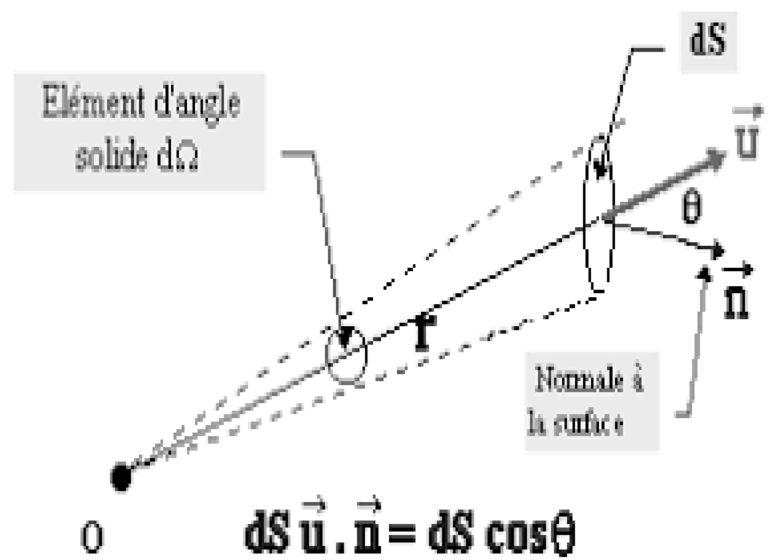
$$\Rightarrow \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{\lambda R}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}} \frac{\boldsymbol{Z}}{(\boldsymbol{R^2+Z^2})^{\frac{3}{2}}}$$

-
- $\vec{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{Z}) = \frac{\boldsymbol{\lambda R}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}} \frac{\boldsymbol{Z}}{(\boldsymbol{R^2+Z^2})^{\frac{3}{2}}} \vec{\boldsymbol{k}}$

IV. Flux électrostatique et théorème de Gauss :

- **IV.1. Le flux du champ électrique :**
  On appelle flux du champ électrostatique à une surface la grandeur :
- $\phi = \oiint \vec{E} \,.\, \overrightarrow{dS}$
- avec : $\overrightarrow{dS} = dS\,\vec{n}$
- $\overrightarrow{dS}$: est un élément de surface.
- $\vec{n}$: vecteur unitaire sortant et
- normal

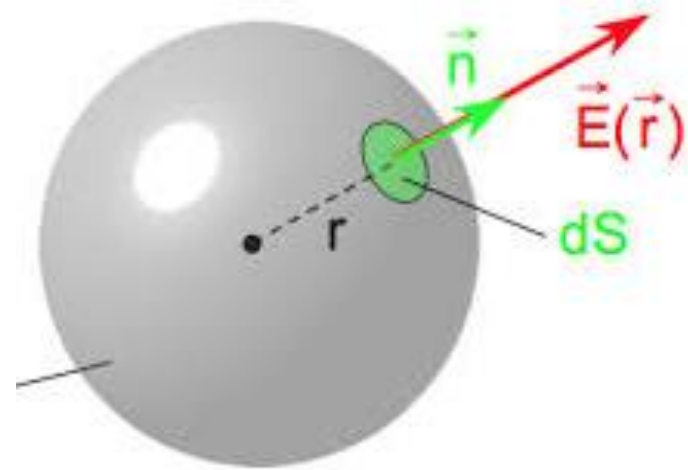
à la surface élémentaire.



- $\phi = \oiint_S \ \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \oiint_S \ E \,.\, dS.\cos\theta$

IV.1. Théorème de Gauss :

- Le théorème de gauss exprime la relation entre le flux électrique à travers une surface fermée et le nombre de charges présentes à l'intérieur du volume entouré par cette surface.
- $\phi = \oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$



- **Enoncé** : le flux d’un champ électrique à travers une surface fermée est égal à la somme algébrique des charges se trouvant à l’intérieur du volume limite par cette surface divisé par la permittivité du vide ε_0.
- Si : $\vec{E} \perp \overrightarrow{dS} \Rightarrow \oiint \vec{E} \, . \overrightarrow{dS} = 0$
- Si : $\vec{E} \parallel \overrightarrow{dS} \Rightarrow \oiint \vec{E} \, . \overrightarrow{dS} = \oiint E \, . dS = E . S$
- *Le théorème de Gauss est particulièrement utile lorsque nous désirons calculer le champ électrique produit par des distributions de charge ayant une certains symétrie géométriques comme : une surface chargée.*

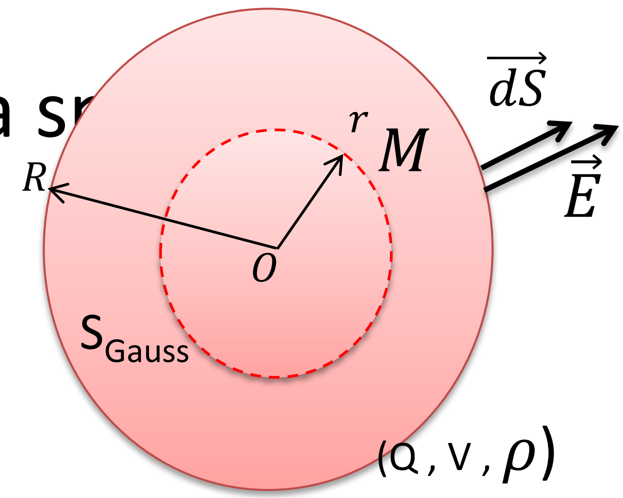
- La méthode est la suivante :
- Définir une surface fermée de Gauss passant par le point M ou l’on désire calculer le champ.
- Appliquer le théorème de Gauss.

3/ Application du théorème de Gauss :

- **3.1. Etudier le champ électrique crée par une sphère pleine chargée uniformément.**
- Considérons une sphère de rayon R et de charge totale Q.
- Les étapes : - dans ce cas nous avons une symétrie sphérique et le champ sortant selon $\overrightarrow{e_r}$ (charge positive) : $\vec{E} = \overrightarrow{e_r}$.
- La surface de Gauss qui qui convient ici (vu la symétrie du problème) est une sphère de rayon r et de centre O.
- En appliquant le théorème de Gauss on écrit :

$$\phi = \oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$$

- **Pour r < R : calcul le champ à intérieur de la sphère**
- $\vec{E} \mathbin{/\!/} \overrightarrow{dS} \Rightarrow \vec{E}.\overrightarrow{dS} = E.dS \Rightarrow \phi = \oiint_S \; E_1.dS = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$
- Seule une partie de la charge porté de la sphère se trouve à l'intérieure de la surface de Gauss S_{Gauss} de rayon **r**.
- Avec : $S_{Gauss} = 4\pi r^2$;
- la distribution de charge dans la sp volumique $\Rightarrow Q = \rho.\mathrm{v}$
- $\mathrm{v} = \frac{4}{3}\pi r^3 \;\Rightarrow\; d\mathrm{v} = 4\pi r^2\, dr$



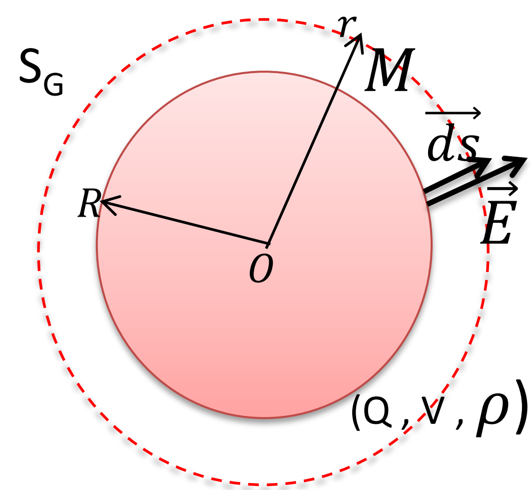
- $\Rightarrow Q = \rho \iiint dv = \rho \int_0^r 4\pi r^2 \, dr = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$
- $\Rightarrow \phi = \oiint_{\boldsymbol{S}} \ E_1 . dS = E_1 . S_G = \frac{\rho \frac{4}{3} \pi r^3}{\varepsilon_0}$
- $\Rightarrow E_1 . 4\pi r^2 = \frac{\rho \frac{4}{3} \pi r^3}{\varepsilon_0}$
- $\Rightarrow \ \boldsymbol{E_1} \ (\boldsymbol{r}) = \frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{3 \ \varepsilon_0}} \boldsymbol{r} \Rightarrow \boldsymbol{E_1}(\boldsymbol{r}) est \ proportionnel$ à $\boldsymbol{r}$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{E_1}}(\boldsymbol{r}) = \frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{3 \ \varepsilon_0}} \boldsymbol{r} \, \vec{e}_r$$

Pour r > R : le champ à l'extérieur de la sphère

- $\phi = \oiint_S E_2.dS = E_2.S_G = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$
- $\sum Q_i = \rho \int_0^R 4\pi r^2\, dr \Rightarrow \sum Q_i = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$
- $\Rightarrow E_2.4\pi r^2 = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_2(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$

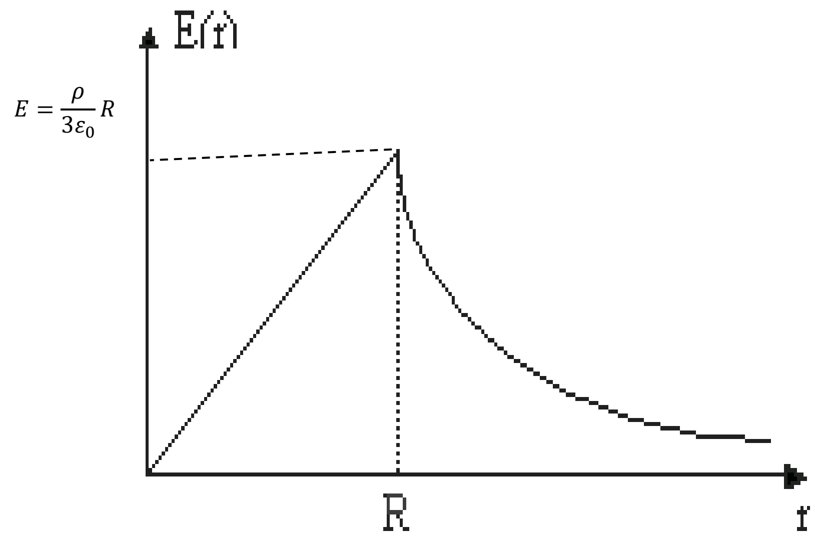
$\Rightarrow \overrightarrow{\boldsymbol{E_2}}\,(\boldsymbol{r}) = \frac{\boldsymbol{\rho R^3}}{\boldsymbol{3\varepsilon_0}}\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r^2}}\,\overrightarrow{\boldsymbol{e_r}}$



- Le champ $E_2(r)$ est inversement proportionnel au carré de la distance r.

Remarque : $E_2(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$, la sphère se comporte comme une charge ponctuell

- **Le graphe de champ $\overrightarrow{E}$ en fonction de r :**
- $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} R$
- Si r=R $\Rightarrow E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} R$



- **En déduire le potentiel dans tous points de l'espace :**

- On a : $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$ ou $V = -\int \vec{E}.\overrightarrow{dr}$
- $\vec{E} \mathbin{/\!/} \overrightarrow{dS} \Rightarrow V = -\int E.dr$
- **Pour : r < R :**
- $V_1 = -\int V_1 dr = -\int \frac{\rho}{3\ \varepsilon_0} r\ \ dr$
- $\Rightarrow V_1(r) = -\frac{\rho}{3\ \varepsilon_0}\frac{r^2}{2} + C_1 \Rightarrow V_1(r) = -\frac{\rho}{6\ \varepsilon_0} r^2 + C_1$
-
- **Pour : r > R :**
- $V_2 = -\int V_2 dr = -\int \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\ \ dr$
- $\boldsymbol{V_2(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r} + C_2}$

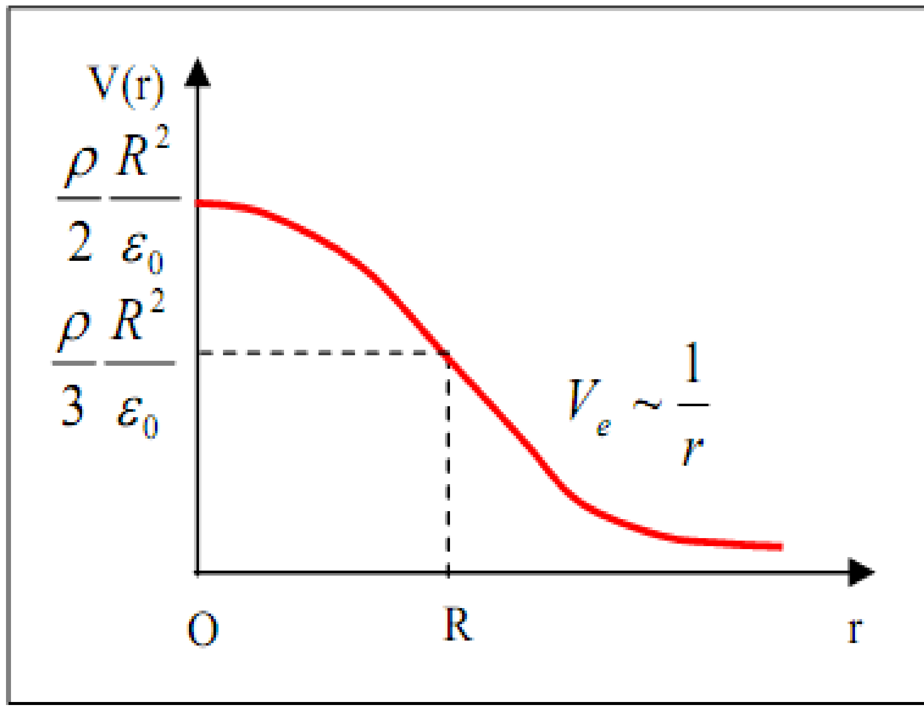
- Où C_2 est une constante d'intégration; en supposant que le potentiel nul à l'infini, quand $r \to \infty$ (il n'y a pas de charges à l'infini), nous obtenons C_2 = 0,
- $\Rightarrow$ Où C_2 est une constante d'intégration; en supposant que le potentiel nul à l'infini, quand $r \to \infty$ (il n'y a pas de charges à l'infini), nous obtenons C_2 = 0,

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_2(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}}$$

- Et d'après les conditions de continuité ; le potentiel est une fonction continue donc : $V_1(R) = V_2(R)$ quand r = R.
- $\Rightarrow \; -\frac{\rho}{6\,\varepsilon_0}R^2 + C_1 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\,\frac{1}{R} \quad \Rightarrow \; C_1 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\,\frac{1}{R} + \frac{\rho}{6\,\varepsilon_0}R^2$
- $\Rightarrow \; C_1 = \frac{\rho}{2\,\varepsilon_0}R^2$

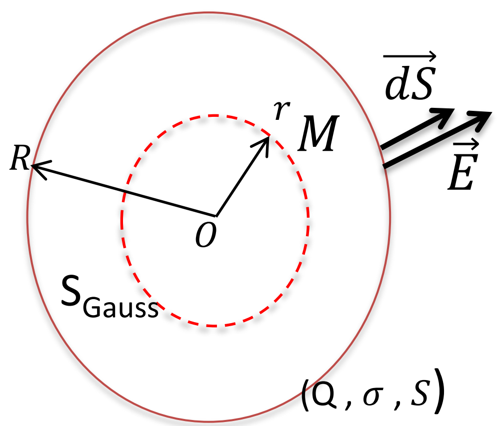
$$\boldsymbol{V_1(r) = -\frac{\rho}{6\,\varepsilon_0}r^2 + \frac{\rho}{2\,\varepsilon_0}R^2}$$

- La courbe de V(r) :
- Si r=R:
- $\Rightarrow \; V_1(R) = V_2(R) = \frac{\rho}{3\,\varepsilon_0}R^2$



3.2. calcul du champ électrique et de potentiel crée par une sphère chargée uniformément en surface $\boldsymbol{\sigma}$.

- En appliquant le théorème de Gauss :
- $\phi = \oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$
- **Pour r < R : calcul le champ à intérieur de la sphère**



- Vu que $\vec{E}$ et $\overrightarrow{dS}$ sont colinéaires,

alors : $\vec{E}.\overrightarrow{dS} = E.dS \cos 0 = E.dS$

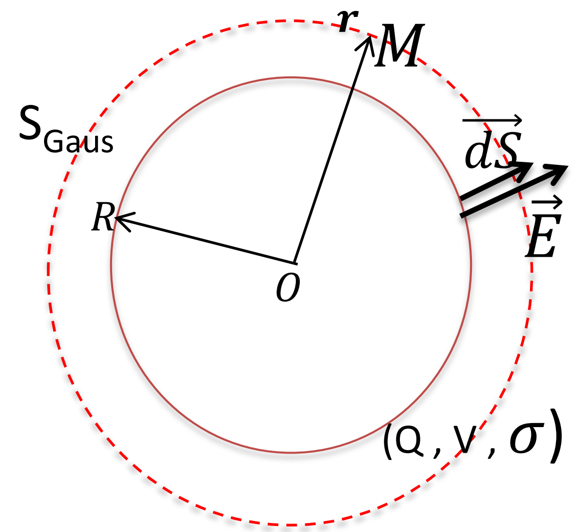
- $\Rightarrow \phi = \oiint_S E_1.dS = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$

- Dans ce cas, la charge à intérieur de la surface
- de Gauss est nulle $\sum Q_i = 0$.
- Donc : $\oiint_{\boldsymbol{S}} \ E_1 . dS = E_1 . S_G = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0} = 0$

$\Rightarrow \boldsymbol{E_1 = 0}$.

- **Pour r > R : calcul le champ à l’extérieur de la sphère :**
- $E_2 . S_G = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$
- Nous trouvons que la charge à intérieur de la surface de Gauss et la charge totale Q de la sphère chargée. $Q_i = \sigma S_{sphere}$

- $= \sigma \iint ds = \sigma \int_0^R 2\pi r \, dr \Rightarrow Q_i = \sigma \, 4\pi R^2$
- La surface de Gauss : $S_G = 4\pi r^2$.
- Donc :
- $E_2 . 4\pi r^2 = \dfrac{\sigma \, 4\pi R^2}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boldsymbol{E_2 = \dfrac{\sigma \, R^2}{\varepsilon_0} \dfrac{1}{r^2}}$
- $\Rightarrow \boldsymbol{\vec{E}_2 = \dfrac{\sigma \, R^2}{\varepsilon_0} \dfrac{1}{r^2} \overrightarrow{e_r}}$
- Pour r=R $\Rightarrow E_2 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.



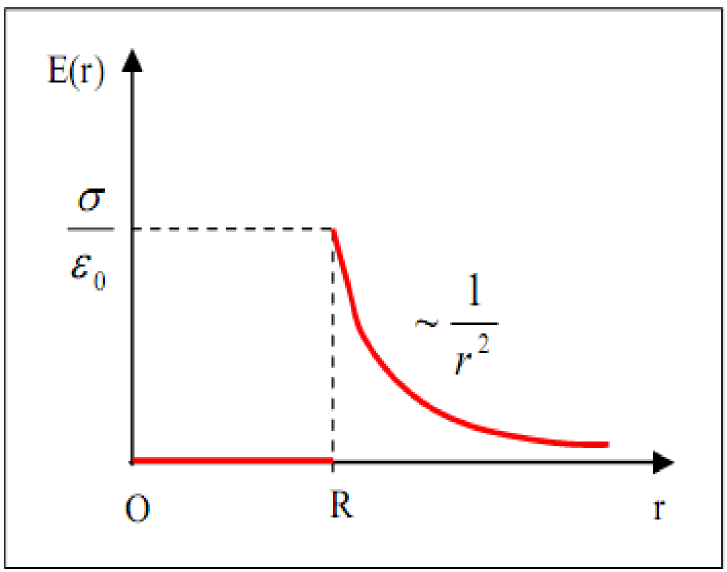
- **En déduire le potentiel V(r) :**
- **Pour r < R :** $\boldsymbol{E_1 = 0} \Rightarrow V_1 = -\int E_1.dr = C_1 \quad \Rightarrow \boldsymbol{V_1 = C_1}$
- **Pour r > R :** $V_2 = -\int E_2.dr = -\int \boldsymbol{\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \frac{1}{r^2}}.dr$
- $\Rightarrow \mathrm{V}_2 = \boldsymbol{\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \frac{1}{r}} + C_2$
- D'après les conditions aux limites : $r \rightarrow \infty \Rightarrow V_2(\infty) = 0$
  $\Rightarrow C_2 = 0$
- d'où l'expression de $\mathbf{V_2}$ s'écrit : $\mathbf{V_2}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \frac{1}{r}}$

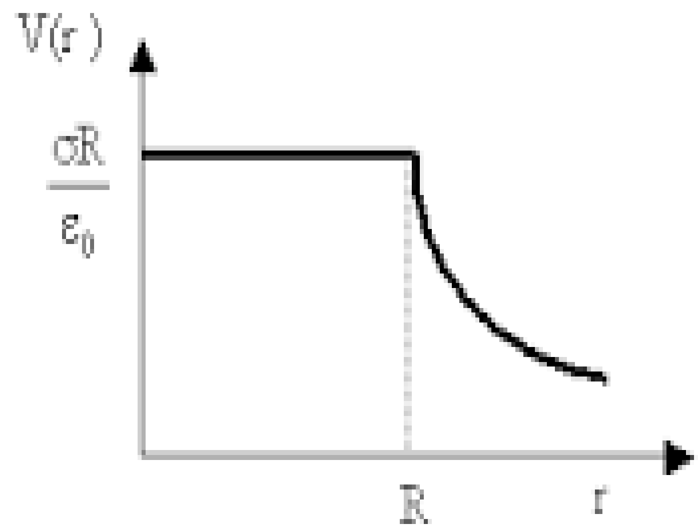
et d'après la condition de continuité quand r = R:

$$V_1(R) = V_2(R)$$

-
- $\Rightarrow C_1 = \boldsymbol{\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \frac{1}{R}} \quad \Rightarrow \ C_1 = \boldsymbol{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}} R \quad \Rightarrow \ \mathbf{V_1}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}} R.$

- **Les courbes du champ et de potentiel :**
- Quand r=R : $\mathbf{V_1} = \mathbf{V_2} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}} R$



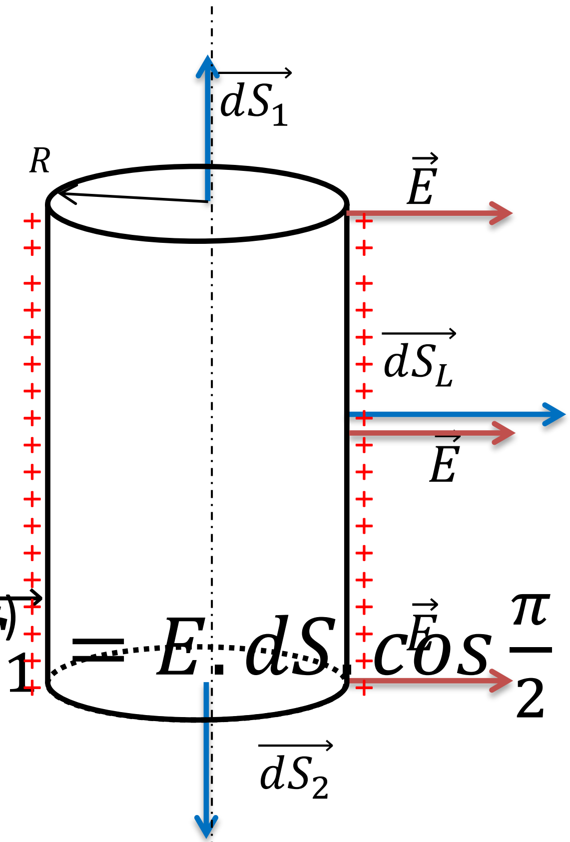


3.3. Le champ électrique crée par un cylindre de rayon R et de longueur infini :

a/ cas d'un cylindre chargé uniformément en surface.

- Considérons un cylindre de rayon R ; de longueur infini chargé uniformément avec une charge totale Q de densité σ positive et constante.
- La surface de Gauss qui convient à ce cas est un celle d'un cylindre de longueur L et de rayon r.

- Il y a trois : les surfaces des deux bases S_1 et S_2et la surface latéral S_L mais le champ est radial.
- Le flux à travers toutes les surfaces qui constituent le cylindre de Gauss est la somme des flux à traves chaque surface :



- Soit : $\phi = \sum \phi_i = \oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{ds} =$

$= \oiint_{S_1} \vec{E}.\overrightarrow{dS_1} + \oiint_{S_2} \vec{E}.\overrightarrow{dS_2} + \oiint_{S_L} \vec{E}.\overrightarrow{dS_L}$

- Avec : $\vec{E} = \overrightarrow{e_r}$; et $\overrightarrow{dS} = dS\vec{n}$
- On a : $\vec{E} \perp \overrightarrow{dS_1}$ et $\vec{E} \perp \overrightarrow{dS_2} \Rightarrow \vec{E}.\overrightarrow{dS_1} = E.dS.\cos\frac{\pi}{2}$ $= \vec{E}.\overrightarrow{dS_2} = 0.$

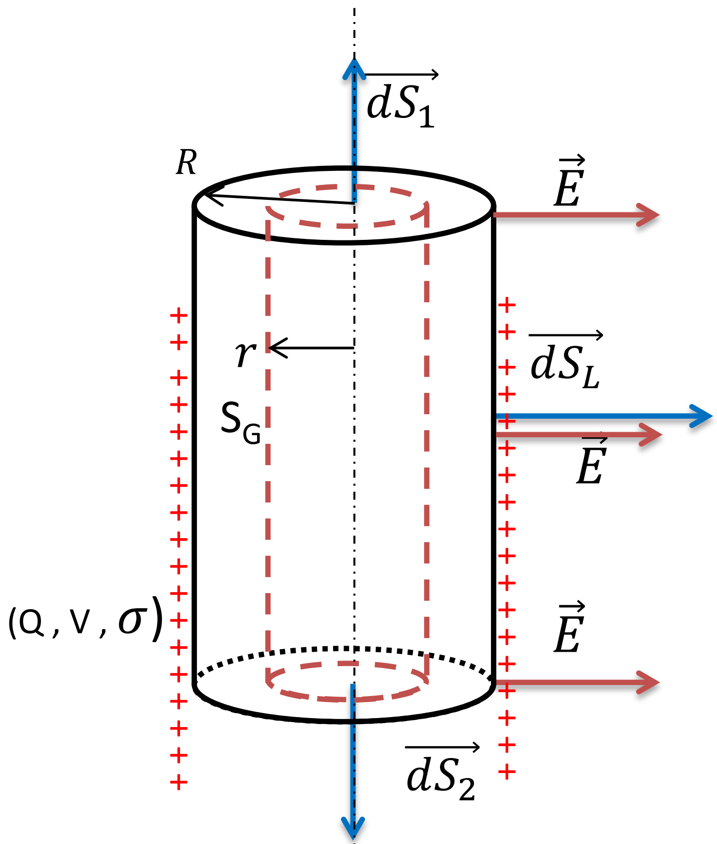
- Et : $\vec{E} \mathbin{/\!/} \overrightarrow{dS_L}$ (colinéaires).

- $\Rightarrow \phi = \oiint_{S_L} \vec{E}.\overrightarrow{dS_L} = E.S_L = \dfrac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$

- Si **r < R** : $\sum Q_i = 0$

$\Rightarrow$

- $E_1 = 0 \qquad \Rightarrow V_1 = C_1.$



- Si **r > R** : $E_2 . S_{Gauss} = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$

- $S_{Gauss} = 2\pi r L$ et $\sum Q_i = \sigma L = \sigma\, 2\pi R L$

- $\Rightarrow E_2 . \sigma\, 2\pi r L = \frac{\sigma\, 2\pi R L}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow E_2(r) = \frac{\sigma\, R}{\varepsilon_0} \frac{1}{r}$

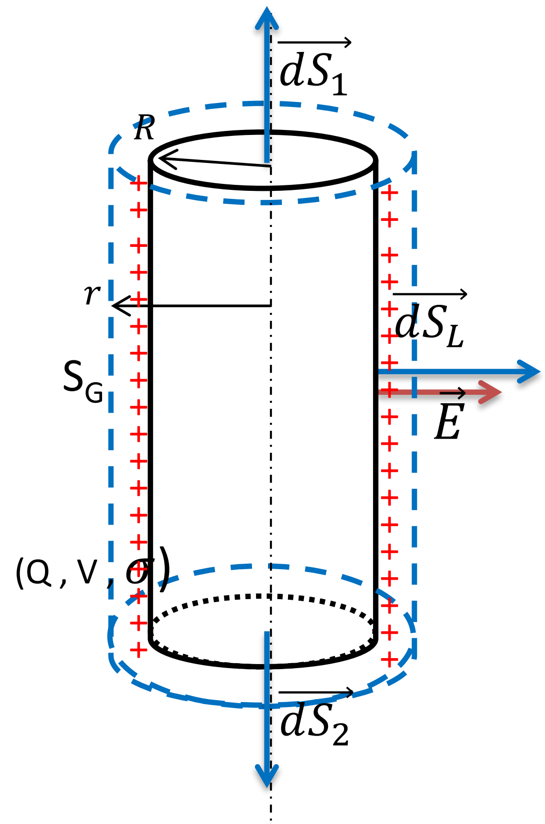
$\Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{E_2}(r) = \frac{\sigma\, R}{\varepsilon_0} \frac{1}{r} \vec{e}_r}$

-

- Et le potentiel : $V_2 = -\int E_2 . dr$

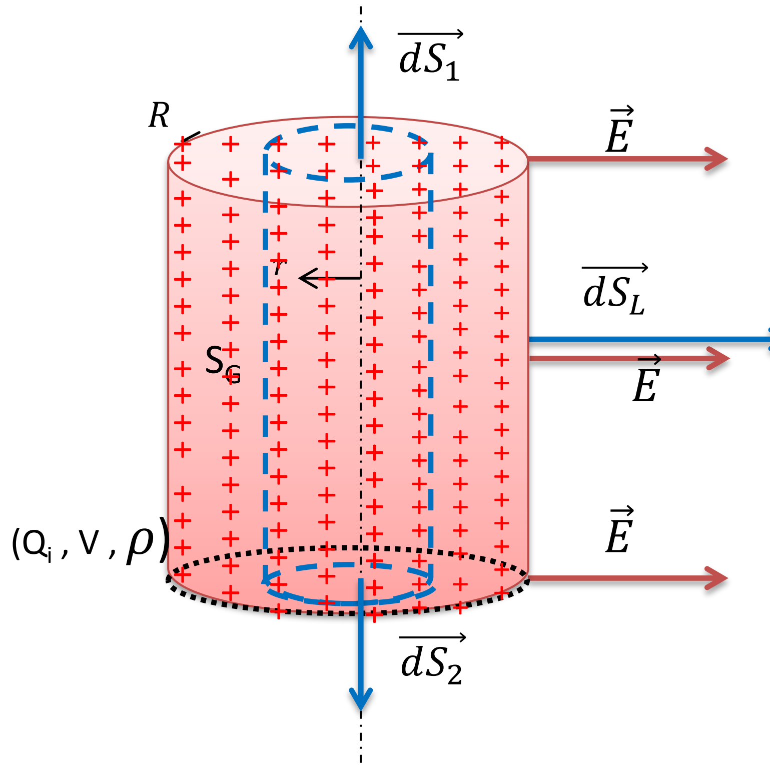
$$= -\int \boldsymbol{\frac{\sigma\, R}{\varepsilon_0} \frac{1}{r}} . dr$$

- $V_2 = -\boldsymbol{\frac{\sigma\, R}{\varepsilon_0} ln|r| + C_2}$



- Pour un cylindre infini, on peut pas déterminé les constantes C_1 et C_2.

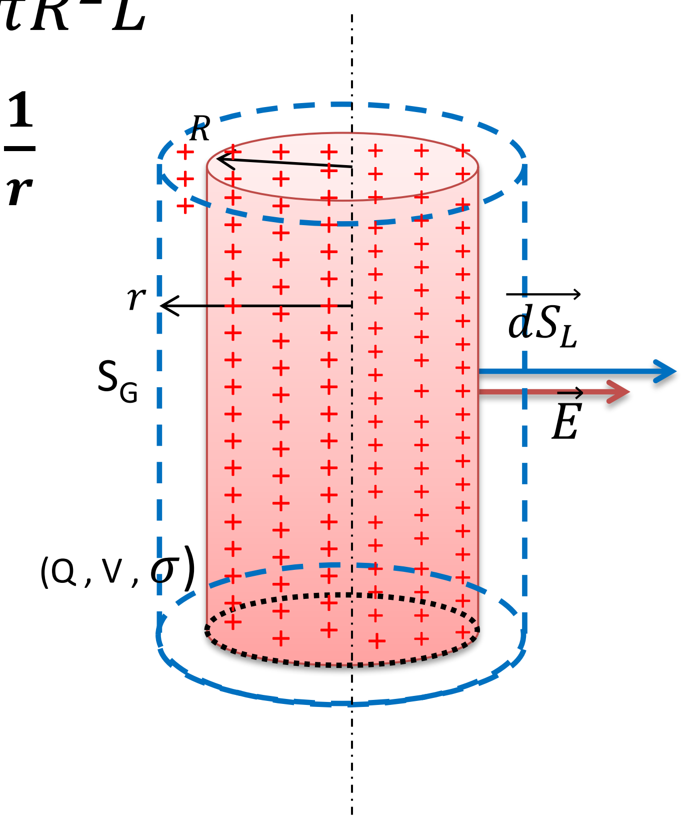
- **b/ cas d'un cylindre chargé uniformément en volume.**
- Soit : $\phi = \sum \phi_i = \oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \oiint_{S_L} \vec{E}.\overrightarrow{dS_L}$
- Avec : $\vec{E} = \overrightarrow{e_r}$; et $\overrightarrow{dS} = dS\vec{n}$
- $\vec{E} \mathbin{/\!/} \overrightarrow{dS_L} \Rightarrow \phi = E.S_L = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$.
- Si **r < R** :
- $E_1.S_L = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$,



- $\sum Q_i = \rho \iiint dv = \rho \int_0^r 2\pi r L \, dr = \rho \pi r^2 L$
- Volume du cylindre $v = \pi r^2 L$ et $S = 2\pi r L$
- Et la surface du Gauss est la surface du cylindre de rayon r et de centre O. $S_{Gauss} = 2\pi r L$
- $\Rightarrow E_1 . 2\pi r L = \frac{\rho \pi r^2 L}{\varepsilon_0}$ $\quad \Rightarrow E_1 = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r$
- $\Rightarrow \boldsymbol{\vec{E}} = \boldsymbol{\frac{\rho}{2\varepsilon_0} r \, \overrightarrow{e_r}}$
- **Le potentiel** : $V_1 = -\int \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r \, dr$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_1(r) = -\frac{\rho}{4\varepsilon_0} r^2 \, C_1}.$$

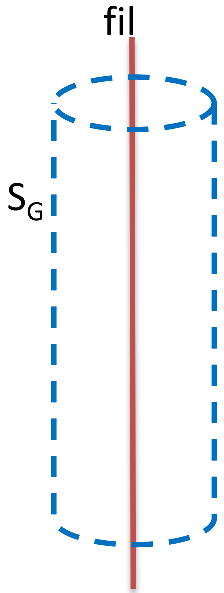
- <u>Si **r > R** :</u>
- $E_2 . S_{Gauss} = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$
- Nous trouvons que la charge à intérieur de la surface de Gauss et la charge totale $\sum Q_i$ du cylindre chargé de rayon R. $\sum Q_i = \rho v_{cylin}$
- $\sum Q_i = \rho \iiint dv = \rho \int_0^R 2\pi r L\, dr = \rho \pi R^2 L$
- $E_2 . 2\pi r L = \frac{\rho \pi R^2 L}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \boldsymbol{E_2(r) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \frac{1}{r}}$
- $\Rightarrow \overrightarrow{\boldsymbol{E_2}}(\boldsymbol{r}) = \frac{\boldsymbol{\rho R^2}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}} \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r}} \overrightarrow{\boldsymbol{e_r}}$
- **Le potentiel** : $V_2(r) = -\int \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \frac{1}{r} dr$
- $\Rightarrow \boldsymbol{V_2(r) = -\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \ln|r| + C_2}$.



- **3.4. Le champ électrique crée par un fil infini chargé avec une densité linéaire λ :**
- Le même principe de cylindre.
- $\phi = \oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \oiint_{S_L} \vec{E}.\overrightarrow{dS_L} = E.S_L = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}.$
- Avec : $\sum Q_i = \boldsymbol{\lambda} L$
- et la surface de Gauss est cylindre

de rayon r et de longueur L :

$$S_{Gauss} = \mathbf{2}\pi r L$$



- donc le champ crée en un point M de l’espace est :
- $E.S_G = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0} \Rightarrow E.2\,\pi r L = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$
- $\Rightarrow \boldsymbol{E(r)} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{2\pi\varepsilon_0}} \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r}} \Rightarrow \overrightarrow{\boldsymbol{E}}\boldsymbol{(r)} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{2\pi\varepsilon_0}} \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r}} \overrightarrow{\boldsymbol{e_r}}$
- Et le potentiel : $V = -\int \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} dr$
- $\Rightarrow \boldsymbol{V(r)} = -\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{2\pi\varepsilon_0}} \mathbf{ln}|\boldsymbol{r}| + \mathbf{C}$

- **3.4/ Plan infini chargé :**

- On considère un plan infini uniformément chargé avec une densité surfacique $\sigma > 0$.
- On veut calculer le champ électrique crée par cette distribution de charge en tout point de l'espace au voisinage de ce plan.
- On choisit comme surface de Gauss un cylindre qui traverse ce plan infini chargé.

- Le flux de $\vec{E}$ à travers ce cylindre est :

- $\phi = \oiint_{S_1} \vec{E}.\overrightarrow{dS_1} + \oiint_{S_2} \vec{E}.\overrightarrow{dS_2} + \oiint_{S_L} \vec{E}.\overrightarrow{dS_3}$
$= \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}$
- avec : $\vec{E} = \overrightarrow{e_r}$; et $\overrightarrow{dS} = dS\,\vec{n}$
- $S_1 = S_2$: sont les surfaces des bases du cylindre et S_3 est la surface latérale du cylindre.

- On a : $\vec{E} \perp \overrightarrow{dS_3} \Rightarrow \vec{E}.\overrightarrow{dS_3} = 0$
- et $\vec{E} \mathbin{/\!/} \overrightarrow{dS_1} \mathbin{/\!/} \overrightarrow{dS_2}$

$$et\ \vec{E}.\overrightarrow{dS_1} = \vec{E}.\overrightarrow{dS_2} = E.dS.cos0 = E.dS.$$

- $\sum Q_i = \sigma.S$ donc : $E.S_1 + E.S_1 = 2E.S = \frac{\sigma.S}{\varepsilon_0}$
- $\Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$