**Rappels mathématiques**

**1) Coordonnées cartésiennes, cylindriques, et sphériques**

* **Coordonnées cartésiennes :** Si le mouvement s’effectue dans l’espace, il est possible de repérer la position de la particule M (x, y, z) dans le repère à l’aide du vecteur position ou bien à l’aide des coordonnées cartésiennes (Fig. 1a).
* **Coordonnées cylindriques :** Si la trajectoire est spatiale, où et oz (Fig. 1b) jouent un rôle particulier dans la détermination de la position du mobile, il est préférable de faire appel aux coordonnées cylindriques (r,, z). et.
* **Coordonnées sphériques :** *(x = r cos φ sin θ, y = r sin φ sin θ, z = r cos θ)* avec 0 ≤ θ ≤ π et −π ≤ φ ≤ π, voir (Fig. 1c).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. système de coordonnées cartésiennes | 1. système de coordonnées cylindriques | 1. système de coordonnées sphériques |

**Fig.1 : représentation d’un point dans différents système**

**2) Produits**

* **Produit scalaire**

Le produit scalaire de deux vecteurs **r1 (x1, y1, z1) et r2 (x2, y2, z2)** est noté. C’est une opération algébrique s'ajoutant aux lois s'appliquant aux vecteurs. ,**=**

On retiendra la propriété importante : deux vecteurs orthogonaux et r2 ont un produit scalaire nul .

* **Produit vectoriel**

Le produit vectoriel est une opération vectorielle (dans des espaces euclidiens orientés) de dimension 3. Le produit vectoriel de deux vecteurs r1 et r2 est noté**.**

**3) Calcul des volumes**

Le calcul des volumes nécessite de calculer un volume infinitésimal selon le système de coordonnées choisi :

– coordonnées cartésiennes : *dV = dx dy dz* ;

– coordonnées cylindriques : *dV = rdr dθdz* ;

– coordonnées sphériques : *dV = r2sin θdr dθ dφ*.

**4) Quelques opérateurs**

On donne les expressions suivantes des opérateurs mathématiques : gradient, divergence, rotationnel, et le Laplacien, en coordonnées scalaires dans un espace à trois dimensions.

* **Opérateur gradient**

L’opérateur gradient (aussi appelé nabla) transforme un champ scalaire (f) en un champ vectoriel (la flèche du vecteur se trouve sur l’opérateur gradient) : ou

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Expression en coordonnées cartésiennes | Expression en coordonnées cylindriques | Expression en coordonnées sphériques |
|  |  |  |

* **Opérateur divergence**

La divergence d’un champ vectoriel est un scalaire défini par :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Expression en coordonnées cartésiennes | * Expression en coordonnées cylindriques | Expression en coordonnées sphériques |
|  |  |  |

Où désigne le champ de vecteurs auquel est appliqué l'opérateur divergence.

* **Opérateur rotationnel**

Le rotationnel transforme un champ de vecteurs en un autre champ de vecteurs.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Expression en coordonnées cartésiennes | Expression en coordonnées cylindriques | Expression en coordonnées sphériques |
|  |  |  |

* **Opérateur Laplacien**

Le dernier opérateur est le Laplacien, noté Δ (delta), soit encore :

* **Laplacien scalaire:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Expression en coordonnées cartésiennes | Expression en coordonnées cylindriques | Expression en coordonnées sphériques |

* **Laplacien vectoriel:**