

Centre universitaire Ahmed ZABANA Relizane  
Institut: SESNV  
Département : Physique

Série de TD N°1  
physique du solide 2 (PHONON 2)

Exercice 1 : rangée d'atomes du types C=C-C=C- C=C-C=C-

Soit un réseau linéaire de maille «  $a$  » ayant un motif composée de 2 atomes identiques situés sur la ligne et distants à l'équilibre de  $b$  ( $b < \frac{a}{2}$ ). on repère la position instantanée des atomes par  $X_1, X_2 \dots X_{2n-1}, X_{2n}, X_{2n+1} \dots$  et leurs écart, le long de la ligne .par rapport à leur position d'équilibre par  $\dots U_{2n-2} ; U_{2n-1} ; U_{2n}; U_{2n+1} ; U_{2n+2} ; \dots$

- a- en se limitant aux interaction entre un atome donnée et ses plus proches et ses plus proches voisins , interactions qui sont caractérisées par les constantes de rappel  $\beta_1$  et  $\beta_2$  qui sont symbolisées sur la figure
- b- 1 -établir les équations du mouvement des 2 espèces d'atomes qui constituent le motif.  
A partir des solutions de la forme :

$$U_{2n} = A \exp^{i(\omega t - kX_{2n})} \quad ; \quad U_{2n+1} = B \exp^{i(\omega t - kX_{2n+1})}$$

1-établir les relations de dispersion des branches acoustiques et longitudinal eseb fonction de  $\beta_1, \beta_2$  et  $m$  (masse d'atome) et  $a$

2- précise la valeur littérale du rapport des amplitudes  $\frac{A}{B}$  pour chacune de ces branches au centre de la zone de Brillouin,  $K=0$ .

C- sachant que la vitesse du son le long de la chaine est telle que  $V_s=5000m/s$  (valeur expérimentale) et avec  $a=5\text{\AA}$

Série de TD N°2  
Physique du solide 2

Exercice 1 :

On rappelle la quantification des niveaux de l'oscillateur harmonique :

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$$

Où  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  et on appelle phonon un quantum d'énergie  $\hbar\omega$  présent dans le système. L'excitation thermique des vibrations du solide se traduit donc par une augmentation du nombre de phonon avec la température.

1-déterminer la valeur moyenne  $\langle n \rangle$  de cet ensemble d'oscillateurs harmoniques et en déduire les variations thermiques de l'énergie interne.

2-déterminer la contribution de ces modes de vibration à la capacité calorifique du cristal. et vérifier qu'à haute température elle correspond bien à ce qui attendu classiquement.

Dans les solides isolants non magnétiques la capacité calorifique mesurée à basse température a une dépendance en loi de puissance de T en général en  $T^3$

3- rappeler pourquoi la capacité calorifique d'origine électronique est négligeable dans tels solides. Montrer que le modèle d'Einstein ne s'applique pas à basse température T.

Exercice 2 :

Soit un réseau constitué de N atomes identiques équidistants de  $\ll a \gg$ .

qu'elle est la densité des vibrations dans l'espace des K. soit  $g(K)$  pour le seul mode longitudinal possible.

En supposant que la relation de dispersion du phonon puisse être décrite par la relation  $\omega = v_s |\kappa|$  ( $v_s$  est la vitesse du son), en déduire la densité des vibrations dans l'espace des K. Préciser la valeur maximale de la fréquence des vibrations  $\omega_0$  des atomes.

Donner sous forme d'intégrale définie l'expression de l'énergie interne.

Déduire le comportement de la chaleur spécifique à haut  $K_b T \gg \hbar\omega_0$  et à basse  $K_b T \ll \hbar\omega_0$  température.

Série de TD N°3  
Physique du solide 2 (PHONON 2)

Exercice 1 :

On considère un segment de longueur  $L$  le long duquel les électrons sont susceptibles de se mouvoir librement ( $v=0$ ). A l'extérieur de ce segment leur énergie potentielle  $V$  est infinie ( $v=\infty$ ) pour  $x>L$  et  $x<L$ .

① a) quelle est la forme générale de l'équation de Schrödinger ? Préciser ces solutions dans le cas de condition au limites fixes.

b) représenter l'allure des trois 3 premières fonctions d'ondes.

② a) En déduire la quantification des niveaux d'énergie cinétique autorisés.

b) quelle est l'expression littérale des trois 3 premiers niveaux d'énergie distincts soit  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ .

③ application au cas de l'atome  $L=3\text{Å}$

a) Valeurs numérique (en eV) prises par  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  ?

b) L'atome a 2 électrons (supposés libres ?) quelle énergie minimale doit on communiquer à l'un de ses électrons pour faire passer de l'état fondamental au premier niveau excité.

④ application au cas d'une molécule  $L=15\text{Å}$ .

a) même question qu'en 3) concernant  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ , la formule de la molécule pourrait être  $\text{H}_2\text{C}-\text{CH}=\text{CH}-\text{H}_2\text{C}$  dans laquelle le symbole  $\pi$  représente l'existence d'électron  $\pi$  susceptible de se propager librement le long de la molécule.

b) Quelle énergie minimal faut-il communiquer à un de ces électrons pour la faire passer de l'état fondamental à l'état excité.

⑤ -Application au cas métal  $L=3\text{mm}$ .

a) même question qu'en trois concernant  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ .

b) la rangée est constitués d'atomes identiques et divalents deux électrons libres /atome ) équidistants de  $a=3\text{Å}$ . Combien de niveau d'énergie dans l'état Fondamental

C)-quelle est l'énergie  $E_F$  du dernier niveau occupé ?

Exercice 2 :

On considère un électron de masse  $m$  soumis à une énergie potentielle nulle à l'intérieur d'un parallélépipède rectangle de cotés  $a, b, c$  et ayant de ses sommets en  $O$  et un autre au point  $M$  de coordonnées  $a, b, c$ , la fonction potentiel est infinie de la boîte rectangulaire.

1)-A quelle équation différentielle obéit la fonction d'onde de la particule ?

2)-on cherche à résoudre cette équation par des solutions à variables séparées du type :

$$\phi(x, y, z) = \phi_x(x) \cdot \phi_y(y) \cdot \phi_z(z)$$

Montrer que l'équation du 1<sup>er</sup> se met sous la forme :

$$\frac{1}{\phi_x} \frac{\partial \phi_x(x)^2}{\partial x} + \frac{1}{\phi_y} \frac{\partial \phi_y(y)^2}{\partial y} + \frac{1}{\phi_z} \frac{\partial \phi_z(z)^2}{\partial z} = -E \frac{2m}{\hbar^2}$$

Et qu'il suffit de résoudre les équations :

$$\frac{\partial \phi_x(x)^2}{\partial x} + Kx^2 \phi_x(x) = 0 ; \quad \frac{\partial \phi_y(y)^2}{\partial y} + Ky^2 \phi_y(y) = 0 ; \quad \frac{\partial \phi_z(z)^2}{\partial z} + Kz^2 \phi_z(z) = 0$$

Avec  $Kx^2 + Ky^2 + Kz^2 = 0$

3- intégrer les équation différentielle précédentes.

4- montrer que les conditions aux limites sur les parois de la cavité imposent des solutions du types :

$$\phi_x(x) = A \sin \frac{n_x \pi}{a} x \quad ; \quad \phi_y(y) = B \sin \frac{n_y \pi}{b} y \quad ; \quad \phi_z(z) = C \sin \frac{n_z \pi}{c} z$$

Dans lesquelles les nombre quantiques  $n_x, n_y, n_z$  sont des entiers  $> 0$

En déduire l'expression complète de la fonction d'ondes résultante.

5- calculer les valeurs quantifiées de l'énergie totale  $E$  en fonction de  $n_x, n_y, n_z$  et des dimensions de la cavité

6- dans l'hypothèse ou la cavité est cubique ( $a=b=c=L$ ) .

a- Trouver toute les fonctions d'ondes pour les trois 3 premiers niveaux d'énergie distincts .

b- donner l'expression de chaque niveau .

c- exprimer la dégénérescence de chaque niveau.