

Département génie Mécanique

Module : TP Mécanique des fluides

Responsable du module : Dr. Belgacem Souad

## TP 2 : Perte de Charge

### I. Partie théorique

#### I.1. Régime d'écoulement

Dans les écoulements des fluides réels on distingue deux régimes :

- Le régime d'écoulement laminaire appelé aussi régime d'écoulement tranquille ou de Poiseuille. Ce régime est régulier et est constitué de filets liquides parfaitement identiques. Les écoulements laminaires trouvent leurs applications dans les problèmes de lubrification et dans les circuits de commande utilisant l'huile comme fluide moteur.
- Le régime d'écoulement turbulent appelé aussi régime d'écoulement hydraulique est constitué de filets liquides enchevêtrés qui ne conservent pas leur individualité. Les écoulements turbulents sont les plus fréquents en industrie.

Ces deux régimes ont été mis en évidence à l'aide de l'installation d'Osborne Reynolds. Ce dernier, introduit le nombre adimensionnel, appelé nombre de Reynolds pour différencier entre les deux régimes. Le nombre de Reynolds est le rapport entre les forces d'inertie qui favorisent l'écoulement et les forces visqueuses qui s'opposent à l'écoulement, il est donné par :

$$Re = \frac{V_m D_H}{\nu} = \frac{\rho V_m D_H}{\mu} = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces visqueuses}}$$

$V_m$  est la vitesse moyenne.

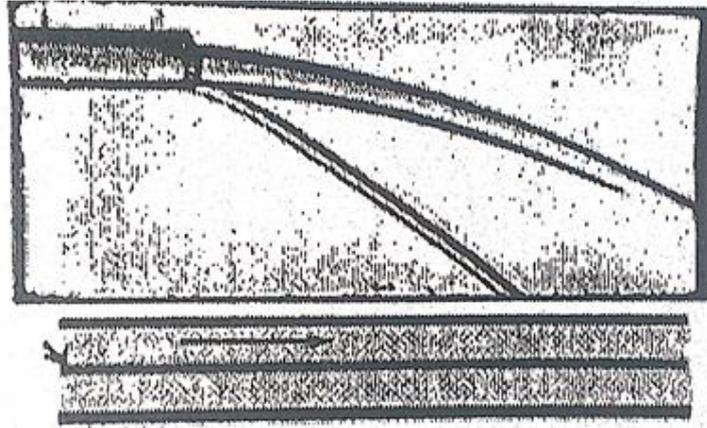
$$D_H = \frac{4S_m}{P_m} = \frac{4 \text{Section mouillée}}{\text{Périmètre}} \text{ et } c' \text{ est le diamètre hydraulique.}$$

est la viscosité cinématique [ $m^2/s$ ], par exemple : pour l'eau elle change lorsque la température (T) change.

T [°C]	5	10	11	12	13	14	15	16	17
$\nu * 10^{-6}$	1.520	1.308	1.275	1.241	1.208	1.174	1.141	1.115	1.088

La distinction entre les deux régimes d'écoulement dépend de la valeur du nombre de Reynolds tel que :

- $Re < 2100$ , le régime d'écoulement est dit **laminaire**.



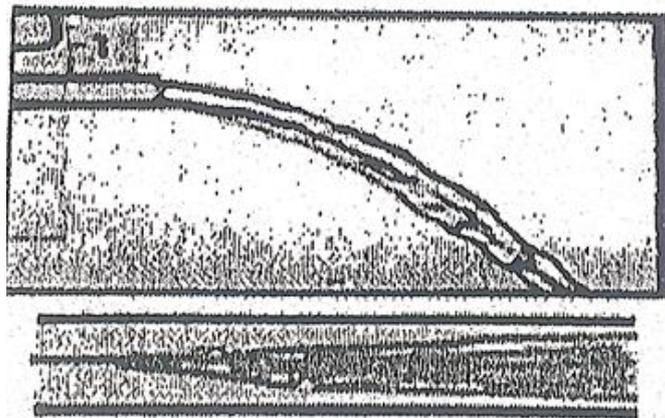
**Fig. 1 :** Régime d'écoulement laminaire.

- $Re = 2100$  , le régime d'écoulement est dit **transitoire**.



**Fig. 2 :** Régime d'écoulement transitoire.

- $Re > 2100$  , le régime d'écoulement est dit **turbulent**.



**Fig. 3 :** Régime d'écoulement turbulent.

## I.1.2. Perte de charge

### 1/ Caractéristique hydraulique d'une canalisation cylindrique de diamètre constant (formules de perte de charge linéaire)

- Ecoulement est permanent et plein (propriétés indépendantes de la section transversale considérée).
- Tronçon suffisamment éloigné, vers l'aval et surtout vers l'amont des singularités telles que ces vannes, des coudes au même des prises en réservoir.

Dans ces conditions, le profil transversal des vitesses reste identique à lui-même tout le long du tronçon : l'énergie de vitesse du fluide demeure elle aussi constante.

On a :  $Q_v = \frac{v}{t} = \frac{\text{volume}}{\text{temps}}$  . (+) et  $Q_v = SV$  donc :  $V = \frac{Q_v}{S}$  . (\*)

**L'équation de Bernoulli** appliquée entre les sections  $S_1$  et  $S_2$ , séparées d'une distance  $L$  (figure -1-), s'écrit alors :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = P_2 + \rho g z_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \Delta P_{1,2}$$

$P$  est la pression [Pa ou N/m<sup>2</sup>]

$\rho$  est la masse volumique [kg/m<sup>3</sup>]

$V$  est la vitesse du fluide [m/s]

$z$  est l'altitude [m]

$g$  est l'accélération de la pesanteur égale à 10 [N/kg ou m/s<sup>2</sup>]

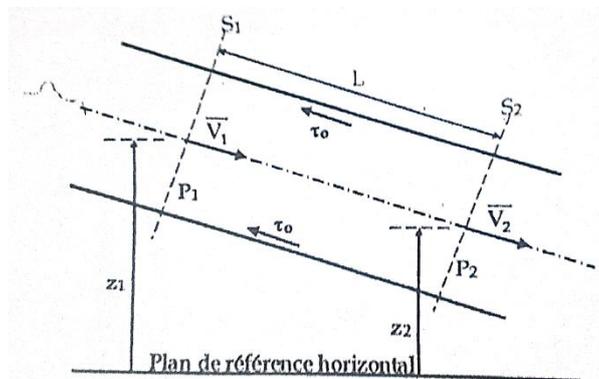
D'après l'équation de continuité :  $S_1 V_1 = S_2 V_2$  Sachant que :

$S_1 = S_2$  parce qu'il n'y a pas de variation de section, alors  $V_1 = V_2$  et donc :

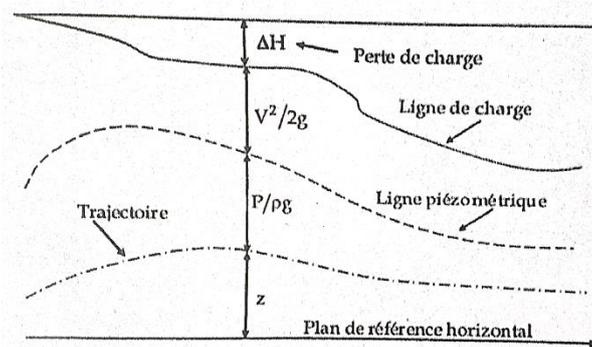
$$P_1 + \rho g z_1 = P_2 + \rho g z_2 + \Delta P_{1,2}$$

Ou encore, en introduisant les pressions étoilées  $P^*$  ( $P^* = P + \rho g z$ ) :

$$\Delta P_{1,2} = P_1^* - P_2^* \quad . (1)$$



**Fig. 4 :** Caractéristiques d'un écoulement dans un tronçon de conduite rectiligne et de section droite circulaire et constante.



**Fig. 5 :** Représentation graphique de l'équation de Bernoulli dans le cas d'un liquide réel

$\Delta P_{1,2}$  est la perte de charge le long du tronçon de canalisation considéré. On peut aussi l'exprimer en hauteur du liquide qui s'écoule en écrivant :

$$\Delta H_{1,2} = \frac{\Delta P_{1,2}}{\rho g} = \frac{P_1^* - P_2^*}{\rho g} \quad .(2)$$

Cette perte de charge dépend des caractéristiques de la conduite et des propriétés propres du fluide et des caractéristiques de l'écoulement (vitesse moyenne ou débit).

Lors du fonctionnement, seules ces dernières peuvent évoluer :

$\Delta P_{1,2} = f(Q)$  ou  $\Delta H_{1,2} = f'(Q)$ , est la caractéristique hydraulique du tronçon de canalisation considérée.

On peut aussi exprimer la perte de charge en fonction de contrainte tangentielle  $\tau_0$  exercée par la paroi sur le fluide. **Le théorème d'Euler** indique alors que les forces de pression qui s'exerce sur l'aire commune  $S$  des sections  $S_1$  et  $S_2$  sont équilibrées par les forces dues à la contrainte tangentielle  $\tau_0$  qui est la même en tout point de la paroi :

$$(P_1^* - P_2^*)S = (\pi DL)\tau_0$$

On a donc :  $\Delta P_{1,2} = \frac{\pi D}{S} L \tau_0$  ou  $\Delta H_{1,2} = \frac{\pi D}{S} L \frac{\tau_0}{\rho g}$  .(3)

La connaissance de la contrainte  $\tau_0$  permet ainsi de déterminer la caractéristique hydraulique. Cela est possible lorsque l'écoulement est laminaire. Le profil de vitesse est de type parabolique et on obtient alors **la loi de Poiseuille** :

$$\Delta P_{1,2} = \frac{128 \mu L}{\pi D^4} Q \quad .(4)$$

Il n'en est plus ainsi lorsque l'écoulement est turbulent : on doit alors faire appel à l'expérimentation, soit directement par mesure de la perte de charge, soit par l'étude de l'écoulement dans la couche limite de paroi.

Pour  $\tau_0$  constante et pour un débit donné, les relations (3) montrent que la perte de charge est proportionnelle à la longueur  $L$  du tronçon. Il est donc intéressant de se ramener à l'unité de longueur. On définit ainsi la perte de charge par unité de longueur de canalisation, que nous noterons  $\Delta P$  ou  $J$ .

$$\Delta P = \frac{\pi D}{S} L \tau_0 \quad \text{ou} \quad J = \frac{\pi D}{S} L \frac{\tau_0}{\rho g} \quad .(5)$$

## 2/ Pertes de charges singulières

Les pertes de charge singulières sont essentiellement dues aux accidents de canalisation, c'est-à-dire toute modification géométrique de la conduite. On peut y compter les changements de direction (coudes, raccords en T), les variations de section, les vannes ou robinets, les appareils de mesure, etc.

Plus on a de singularité plus on a plus de perte de charges .La perte de charge peut se produire lors d'un élargissement ou rétrécissement

### Quelques exemples sur les accidents de canalisation (singularité)



Coude à angle arrondi



coude à angle vif



Un robinet



Une vanne

## 3/ Expression générale du coefficient de perte de charge $\lambda$

La méthode de l'analyse dimensionnelle permet de déterminer la forme de l'équation de la perte de charge  $\Delta P_{1,2}$  qui dépend des paramètres suivants :

- Des caractéristiques géométriques de la conduite, longueur  $L$  et diamètre  $D$ , et d'une hauteur  $\varepsilon$  représentative de la rugosité des parois.
- Des propriétés propres du fluide :  $\rho$  et  $\mu$
- Vitesse moyenne  $V$  ou débit  $Q$  de la caractéristique de l'écoulement.

On peut alors transformer la relation générale :

$$\Delta P_{1,2} = f(L, D, \varepsilon, \rho, \mu, V)$$

En une relation plus simple, ne faisant intervenir que des nombres sans dimension judicieusement choisis :

$$\frac{\Delta P_{1,2}}{\rho V^2 / 2} = f\left(\frac{L}{D}, \frac{k}{D}, \text{Re}\right)$$

Re étant le nombre de Reynolds :

$$\text{Re} = VD/\nu$$

Enfin, comme on vient de le montrer ci-dessus, la longueur L de la canalisation n'intervient qu'en terme multiplicatif et on obtient donc en définitive :

$$\Delta P_{1,2} = f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right) \cdot \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2} \quad .(6)$$

La fonction inconnue  $\lambda = f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right)$  est appelée **coefficient de perte de charge linéaire**, il dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement et de l'état de surface de la paroi de la canalisation. Ainsi, la perte de charge s'écrit sous la forme générale suivante :

$$\Delta P_{1,2} = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2} \quad \text{ou} \quad \Delta H_{1,2} = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad .(7)$$

Ou, par unité de longueur :

$$\Delta P_L = \frac{\lambda}{D} \frac{\rho V^2}{2} \quad \text{ou} \quad J = \frac{\lambda}{D} \frac{V^2}{2g} \quad .(8)$$

Si on compare alors les relations (3) et (7), on voit que le coefficient de perte de charge  $\lambda$ , le frottement à la paroi  $\tau_0$  et vitesse moyenne V sont liés par la relation :  $\frac{\tau_0}{\rho} = V^2 \frac{\lambda}{8}$  .(9)

Ce rapport  $\frac{\tau_0}{\rho}$  est défini comme le carré de la vitesse de frottement  $V^*$ .

## 2.1/ Régime laminaire

Si le régime est laminaire, la loi de Poiseuille (4) montre que la caractéristique hydraulique d'une canalisation est une relation linéaire entre la perte de charge et le débit.

La comparaison directe de la relation (8) de définition de  $\lambda$  et de la loi de Poiseuille donne :

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad .(10)$$

Utilisation des formules semi-empiriques de perte de charge.

Approche moderne des pertes de charge linéaires en régime turbulent.

## 2.2/ Régime turbulent

### a) Régime turbulent lisse (ou conduites hydrauliquement lisses)

- **Formule de Blasius**  $2100 \leq Re \leq 10^5$  ; Elle est de la forme :

$$\lambda = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad .(11)$$

Cette formule n'est vérifiée expérimentalement que jusqu'à des nombres de Reynolds de l'ordre de  $10^5$ .

- **Formule de Prandtl-Von Karman**  $10^5 \leq Re \leq 10^6$  :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log(Re\sqrt{\lambda}) - 0.80 \quad .(12)$$

Cette formule qui est valable jusqu'à  $Re = 10^6$ , présente l'inconvénient de ne pas être explicite par rapport à  $\lambda$  : une méthode itérative ou graphique doit être utilisée pour calculer le coefficient de perte de charge.

### b) Formules de pertes de charge pour des conduites hydrauliquement rugueuses $Re > 10^6$

- Ce comportement apparaît si la rugosité absolue est assez grande et si le nombre de Reynolds est suffisamment élevé.
- Dans ces conditions, la répartition des vitesses ne dépend que de la rugosité relative.

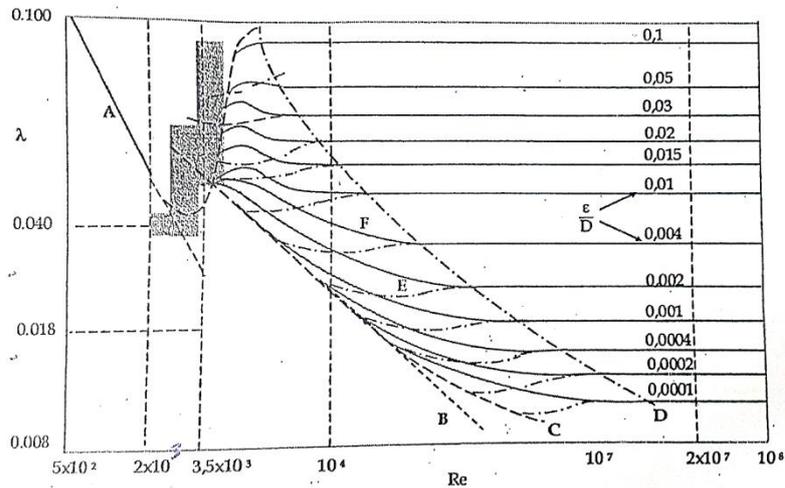
**Formule de Nikuradse :** 
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log\left(\frac{k}{3.71D}\right) \quad .(13)$$

### Diagramme universel de Moody

C'est la représentation sur un diagramme unique de l'expression générale  $\lambda = f(Re, \frac{\epsilon}{D})$  du coefficient de perte de charge.

Il a été établi à partir des études théoriques de Blasius et Prandtl, des nombreuses et célèbres théoriques de Blasius et Prandtl, des nombreuses et célèbres expériences effectuées par Nikuradse (rugosité variable) et des mesures faites sur des conduites industrielles.

Le diagramme universel de Moody est représenté sur la figure ci-dessous. Il donne les courbes  $\lambda(Re)$  pour chaque valeur de la rugosité relative  $k/D$ .



**Fig. 6 :** Diagramme de Moody.

Dans ce diagramme :

- La droite A correspond à la relation régime laminaire (relation de Poiseuille).
- La surface bleue correspond à la zone de transition entre le régime laminaire et le régime turbulent ; la valeur du nombre de Reynolds prise pour les calculs est  $Re = 2100$ .
- Les courbes B et C représentent respectivement les formules de Blasius et de Prandtl-Von Karman.
- La limite intérieure du domaine d'écoulement hydrauliquement rugueux est la courbe de Moody qui traduit la relation :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{Re \ \varepsilon}{260 D} \quad .(14)$$

- Le domaine de transition entre les écoulements hydrauliquement lisse et hydrauliquement rugueux correspond à la zone comprise entre les courbes C et D. Dans ce domaine le coefficient de perte de charge  $\lambda$  dépend à la fois du nombre de Reynolds  $Re$  et de la rugosité relative  $\varepsilon/D$ .
- Les courbes E dans la zone de transition entre les écoulements hydrauliquement lisse et hydrauliquement rugueux sont appelées harpe de Nikuradse. Ces courbes ont été obtenues expérimentalement par Nikuradse en faisant varier à la fois la rugosité et le diamètre de la conduite. La rugosité était obtenue par collage de grains de sable de granulométrie bien déterminée sur les parois de la conduite.
- La rugosité avait une dimension uniforme et une répartition régulière, ce qui explique la différence entre les courbes E de Nikuradse et la courbe F obtenues par Colebrook à partir d'expériences réalisées avec des conduites industrielles, pour lesquelles la rugosité est très hétérogène.
- Les courbes à droite de la courbe D sont presque parallèles entre elles et avec l'axe portant le nombre de Reynolds. Ceci montre que dans cette zone où l'écoulement est turbulent rugueux, le coefficient de perte de charge linéaire  $\lambda$  ne dépend que de la valeur de la rugosité relative  $\varepsilon/D$ .

### Application aux conduites industrielles (équation de Colebrook)

Cette formule permet de traduire le comportement de la relation  $\lambda(\text{Re}, \varepsilon/D)$  dans la zone de transition. Il s'agit en fait de l'association des relations de Prandtl-Von Karman et de Nikuradse. Elle s'écrit en effet :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} \right)$$

La formule de Colebrook recouvre correctement les écoulements dans les conduites industrielles et nécessite pour son application l'utilisation de tables ou d'abaques, ce qui explique que les formules empiriques, quoique moins précises, sont encore utilisées dans des calculs littéraires.

Le choix des valeurs de  $\varepsilon$  est difficile car elles diffèrent selon les auteurs et expérimentateurs. En pratique, on utilise les valeurs suivantes :

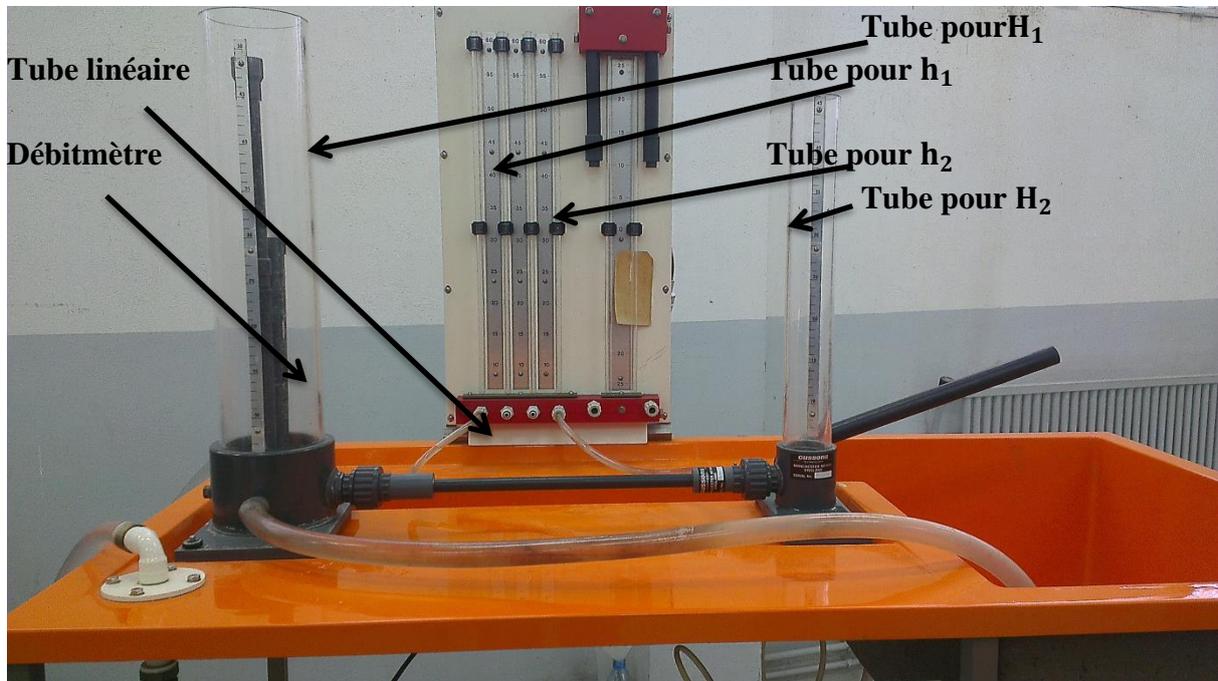
Type de conduite	Valeur de $\varepsilon$
Fonte revêtue de ciment	0.03 mm à 0.1 mm
Fonte revêtue de bitume	0.02 mm à 0.6 mm
Aciers revêtus de bitume	0.03 mm à 0.1 mm
Béton centrifugé	0.03 mm
Béton lisse	0.2 mm à 0.5 mm

**Tableau 1 : valeurs de la rugosité absolue de quelques types de conduites**

La formule de Colebrook ne permet pas un calcul direct du coefficient de perte de charge, car d'une part elle n'est pas en effet explicite par rapport à  $\lambda$ , et d'autre part, elle fait intervenir le nombre de Reynolds et donc le débit qui ne peut être généralement déterminé que si l'on connaît la perte de charge.

## II. Partie expérimentale

Pour l'expérience on a utilisé le même banc d'essais que le TP-01 en changeant le tube de Venturi par un tube linéaire.



**Fig. 7 :** Banc d'essais.

Deux manomètres (le premier pour mesurer la pression à l'entrée  $P_{asp}$  et le deuxième pour mesurer la pression à la sortie  $P_{ref}$ )

Pour avoir les résultats du temps par essai de volume ( $v$ ) on fait la même chose que le TP-01.

On ajuste comme le TP-01 avec le débitmètre la hauteur d'eau dans le tube ( $H_1$ ) voulu pour chaque essai et on aura les résultats suivants :

Mesure	$H_1$ [cm]	$h_1$ [cm]	$h_2$ [cm]	$H_2$ [cm]	$P_{asp}$	$P_{ref}$	$v$ (l)	$t$ (s)
1	50.0	32.00	19.0	19.00	0	1.40	5	39.87
2	44.5	29.28	19.0	18.50	0	1.42	5	44.68
3	41.0	28.40	18.8	18.25	0	1.50	2	18.63
4	37.0	26.80	17.8	18.00	0	1.55	2	21.24
5	33.0	25.00	17.5	17.80	0	1.58	1	12.73
6	30.0	23.50	18.0	17.60	0	1.59	1	14.71
7	28.0	22.60	18.0	17.60	0	1.59	1	15.16
8	26.0	21.50	17.9	17.50	0	1.59	1	15.93

**Tableau 2 :** les résultats expérimentaux

### III. Travail demandé (compte rendu)

III.1. Donner une introduction générale

III.2. Donner une description de l'appareil utilisé dans le TP.

III.3. Expliquer la manipulation faite dans le TP (présenter le tableau des mesures).

III.4. Faire le calcul nécessaire et remplir les tableaux suivants : (Avec :  $g=9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $1 \text{ l/s} = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ , le tube linéaire qu'on a pris à un diamètre  $D = 10\text{mm}$  et une longueur  $L = 36\text{cm}$ ).

En appliquant les expressions de l'étude théorique :

$Q_v$	$Q_{v1}$	$Q_{v2}$	$Q_{v3}$	$Q_{v4}$	$Q_{v5}$	$Q_{v6}$	$Q_{v7}$	$Q_{v8}$
[l/s]								

$\Delta H$	$\Delta H_1$	$\Delta H_2$	$\Delta H_3$	$\Delta H_4$	$\Delta H_5$	$\Delta H_6$	$\Delta H_7$	$\Delta H_8$
[cm]								

$V_m$	$V_{m1}$	$V_{m2}$	$V_{m3}$	$V_{m4}$	$V_{m5}$	$V_{m6}$	$V_{m7}$	$V_{m8}$
[m/s]								

- **Le coefficient de la perte de charge linéaire  $\lambda$**

Ou 
$$\lambda = \frac{\Delta H_{1,2}}{\frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}}$$

$\lambda$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$	$\lambda_8$
/								

- **Puissance hydraulique en chaque point ( $P_H$ [Watt][Nm/s]):**

Ou 
$$P_H = (P_{\text{réf}} - P_{\text{asp}}) \cdot Q_v$$

$P_H$	$P_{H1}$	$P_{H2}$	$P_{H3}$	$P_{H4}$	$P_{H5}$	$P_{H6}$	$P_{H7}$	$P_{H8}$
[Watt]								

III.5. Tracer les graphes suivants :

- ✓ Variation de  $\Delta H$  en fonction du débit volumique.
- ✓ Variation de  $\Delta H$  en fonction de la vitesse moyenne.
- ✓ Variation du coefficient de perte de charge en fonction du Reynolds.
- ✓ Variation de la puissance hydraulique en fonction du débit volumique.

III.6. Expliquer les résultats

III.7. Donner une conclusion générale.