

COURS

LA THEORIE DE PLASTICITE

CHAPITRE 1 : Les Essais Mécaniques

INTRODUCTION GENERALE

La théorie de la plasticité traite des déformations irréversibles indépendantes du temps, elle est basée sur des mécanismes physiques intervenant dans les métaux et alliages mettant en jeu des mouvements de dislocations dans un réseau cristallin sans influence de phénomènes visqueux ni présence de décohésion endommageant la matière. Une des caractéristiques de la plasticité est qu'elle n'apparaît qu'une fois un seuil de charge atteint. Associée à cet effet de seuil, matérialisé par le domaine d'élasticité, on observe alors expérimentalement l'irréversibilité d'une partie de la déformation générée, notamment en faisant une décharge. Aussi, le comportement de l'élément de matière dépend du trajet de chargement subi, et donc des effets d'histoire

Ce type de modèle de comportement utilisé en calcul des structures conduit à des analyses non-linéaires qui sont bien sûr plus complexes et plus coûteuses que les calculs menés en élasticité linéaire, cependant elles permettent de mieux s'approcher du comportement réel du système considéré et donc d'effectuer un dimensionnement plus strict des structures, notamment en vue de l'adapter aux sollicitations qu'elle subira (choix du matériau, optimisation de la forme de la pièce, etc) ou d'améliorer les prévisions de durée de vie de la structure.

L'étude du comportement mécanique des matériaux a pour but de connaître leur réponse à une sollicitation donnée.

Les variables mises en jeu dans ce domaine sont :

- ✓ Le tenseur des contraintes σ
- ✓ Le tenseur des déformations ϵ

1.1 Paramètres importants

1.1.1 Élément de volume représentatif

Pour réaliser un essai mécanique, un élément de volume "représentatif" du matériau doit être utilisé, afin que les hypothèses des milieux continus soient satisfaites. Le tableau 1.1 donne, en fonction du type de matériau, la taille caractéristique minimale de l'éprouvette qu'il conviendra d'utiliser.

Type de matériau	type et taille des hétérogénéités	élément de volume caractéristique
métaux et alliages	grain : 0,001 à 0,1mm	$0,5 \times 0,5 \times 0,5mm$
polymères	molécule : 0,01 à 0,05mm	$1 \times 1 \times 1mm$
bois	fibres : 0,1 à 1mm	$10 \times 10 \times 10mm$
béton	granulats : $\approx 10mm$	$100 \times 100 \times 100mm$

Tableau 1.1 : éléments de volumes macroscopiques

Le dépouillement des essais consiste ensuite souvent à transformer les courbes "force-déplacement" obtenues en courbes "contrainte-déformation", appelées "courbes rationnelles".

La figure 1.1 donne une courbe rationnelle typique obtenue pour différents types de matériaux. Il faut noter ici que la courbe rationnelle relie deux scalaires entre eux (une "contrainte" σ et une "déformation" ϵ), et non deux tenseurs. Le choix de ces scalaires dépend du type d'essai et du type de matériau.

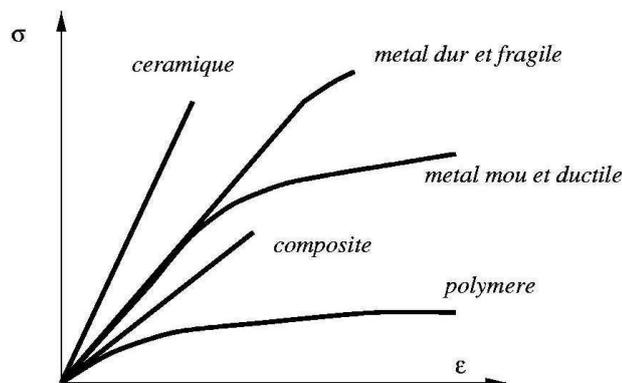


Figure 1.1 : Courbes rationnelles typiques de différents matériaux.

1.1.2 Vitesse de déformation et température

La vitesse de déformation peut avoir une influence déterminante sur le comportement des matériaux. Par exemple, si l'objectif est de valider la tenue en fluage d'une structure, sous l'effet de son propre poids, la vitesse de déformation à considérer sera très faible. Par contre, si l'objectif est de valider la tenue aux séismes de cette structure, alors cette même vitesse de déformation pourra prendre des valeurs beaucoup plus élevées, et la loi de comportement à utiliser ne sera sans doute pas la même. Ceci conduit à différents types d'essais, qui peuvent être classés en fonction de la vitesse de déformation mise en jeu (tableau 1.2).

temps caractéristique (s)	vitesse de déformation (s^{-1})	régime mécanique	régime thermique
10^6	10^{-6}	fluage	isotherme
10^4 à 10^2	10^{-4} à 10^{-2}	quasi-statique	isotherme
1	1	intermédiaire	intermédiaire
10^{-2} à 10^{-4}	10^2 à 10^4	dynamique	intermédiaire
10^{-6}	10^6	impact	adiabatique

Tableau 1.2 : Temps caractéristiques et types d'essais

1.1.3 Direction de sollicitation

Lors de la réalisation d'essais mécaniques, le choix de la direction de sollicitation peut s'avérer primordial. En effet, il conditionne souvent le domaine de validité de la loi de comportement obtenue. On peut classer les directions de sollicitation en deux grandes catégories : les sollicitations uni axiales et les sollicitations multiaxiales. On parle alors d'essai "uni axial" ou d'essai "multiaxial". Les principaux essais uni axiaux utilisés sont :

- ✓ La traction-compression
- ✓ La torsion
- ✓ La flexion

L'éprouvette est alors sollicitée dans une direction de l'espace des contraintes. La variation d'un paramètre de l'essai ne change pas cette direction. Les essais multiaxiaux sont nombreux et variés. Ils sont plus difficiles à interpréter. Ils consistent le plus souvent à combiner plusieurs sollicitations uni axiales entre elles au cours du temps, de façon à tester l'influence de la direction de sollicitation sur le comportement du matériau. L'essai multiaxial le plus courant est celui de "traction-torsion".

Traction-Compression

La traction-compression est l'essai le plus couramment utilisé sur les métaux (figure 1.2). Toutefois, les déformations atteintes par ce type d'essai sont limitées par la rupture du matériau (en traction), et par le flambage de l'éprouvette (en compression). Ce type d'essai est donc principalement utilisé pour obtenir une loi de comportement simple et rapide en traction, ou pour solliciter cycliquement le matériau en traction-compression, à faibles déformations, et obtenir une loi de comportement en fatigue.

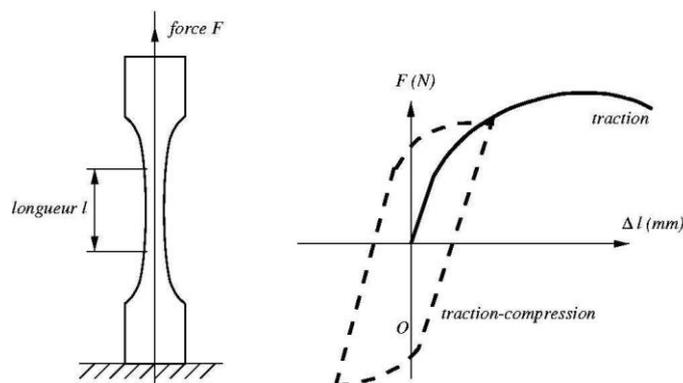


Figure 1.2 : Schématisation de l'essai de traction-compression

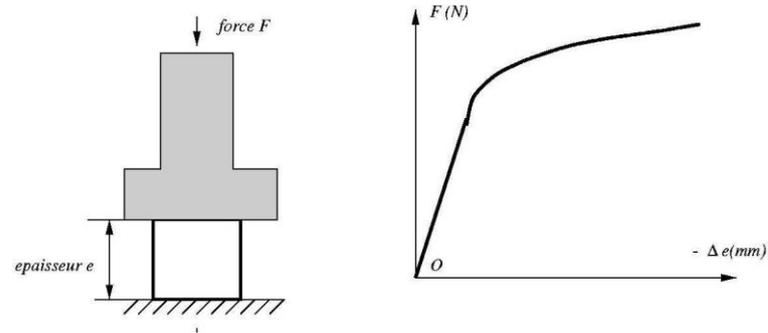


Figure 1.3 : Schématisation de l'essai de compression

Torsion

L'essai de torsion (figure 1.4) permet d'avoir accès à une loi de comportement pour de grandes déformations, sans problèmes de frottement entre l'éprouvette et l'outil. Cependant, la déformation et la contrainte ne sont pas homogènes le long du rayon de l'éprouvette. On utilise donc parfois un cylindre à paroi mince comme éprouvette.

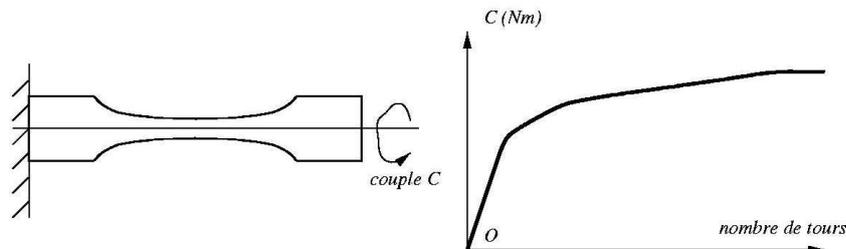


Figure 1.4 : Schématisation de l'essai de Torsion

Flexion

La flexion (figure 1.5) est l'essai le plus couramment employé sur les céramiques. La flexion quatre points permet de solliciter le matériau avec un moment constant entre les deux points d'application de la charge. Comme en torsion, la déformation et la contrainte ne sont pas constantes dans l'épaisseur de l'éprouvette.

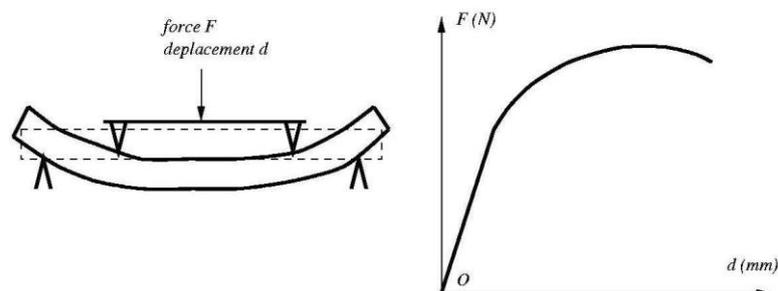


Figure 1.5 : Schématisation de l'essai de flexion quatre points

1.2 Types de sollicitation

1.2.1 Essais monotones

Les essais monotones les plus classiques sont ceux de traction, de compression, de torsion et de flexion. La sollicitation est alors appliquée au matériau jusqu'à sa rupture (traction, torsion,

flexion) ou jusqu'à une déformation suffisamment grande (compression). En fonction du mode d'application de la sollicitation, on peut réaliser principalement des essais d'écroutissage, de fluage, ou de relaxation, et les combiner entre eux (essais d'écroutissage-relaxation, ...).

La figure 1.6 montre une courbe "force-allongement" (et la courbe contrainte déformation associée) typique obtenue sur un métal lors d'un essai d'écroutissage en traction monotone. Ce type d'essai est généralement réalisé à des vitesses comprises entre 10^{-3} et $1s^{-1}$. On distingue successivement :

- Un domaine de comportement élastique réversible, où l'arrêt de la sollicitation permet à l'éprouvette de retourner dans son état initial, et où les contraintes et les déformations sont reliées linéairement par la loi de Hooke
- Un domaine de comportement plastique homogène, caractérisé par une déformation irréversible du matériau.
- Un domaine de comportement plastique hétérogène, initié par l'apparition d'une "striction". La déformation se localise dans l'éprouvette jusqu'à rupture de celle-ci.

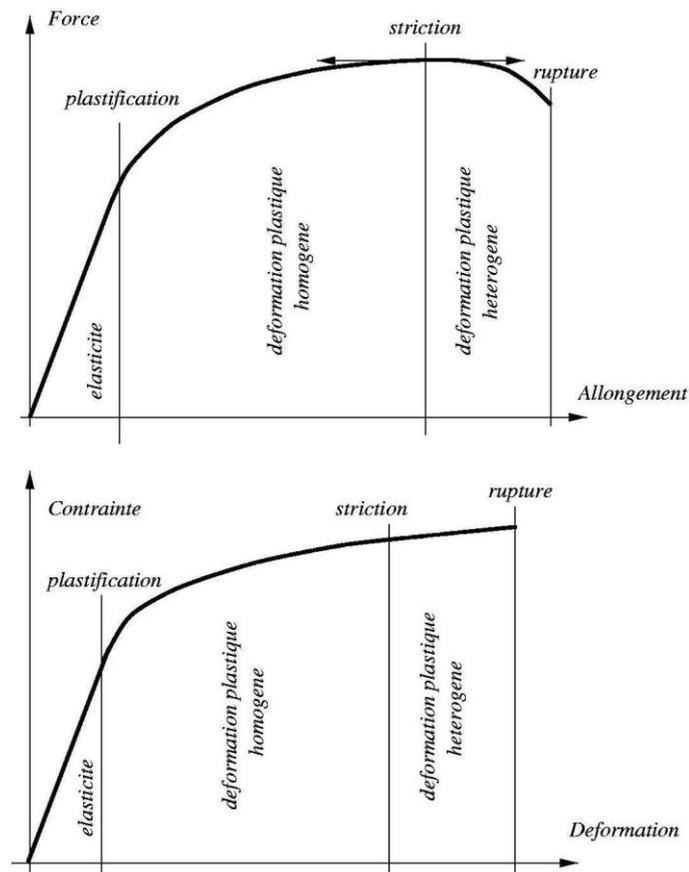


Figure 1.6 : Essai d'écroutissage en traction

Fluage

Les essais de fluage sont réalisés en appliquant une contrainte constante au matériau, en général en traction. Le type de courbe obtenu est donné sur la figure 1.7. Elle représente la déformation de l'éprouvette en fonction du temps, pour une contrainte constante donnée. Une

première déformation apparaît instantanément à la mise en charge. C'est la déformation correspondant à la contrainte appliquée dans un essai d'écrouissage. Ensuite, une déformation lente apparaît au cours du temps. La vitesse de déformation est de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-4}s^{-1} . Dans un premier temps (domaine de fluage primaire), elle décroît, pour atteindre une valeur constante dans le domaine de fluage secondaire (ou fluage stationnaire). Enfin, cette vitesse de déformation augmente (domaine de fluage tertiaire) jusqu'à la rupture.

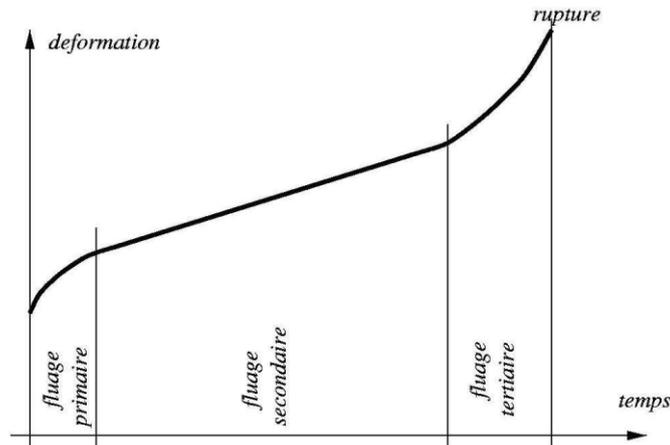


Figure 1.7 : Représentation schématique d'une courbe de fluage

Relaxation

Les essais de relaxation servent à caractériser l'évolution au cours du temps des contraintes internes d'un matériau. Pour cela, On applique une déformation constante à l'éprouvette, puis on observe l'évolution de la contrainte (figure 1.8). Ce type d'essai est très utilisé pour obtenir les propriétés viscoplastiques du matériau.

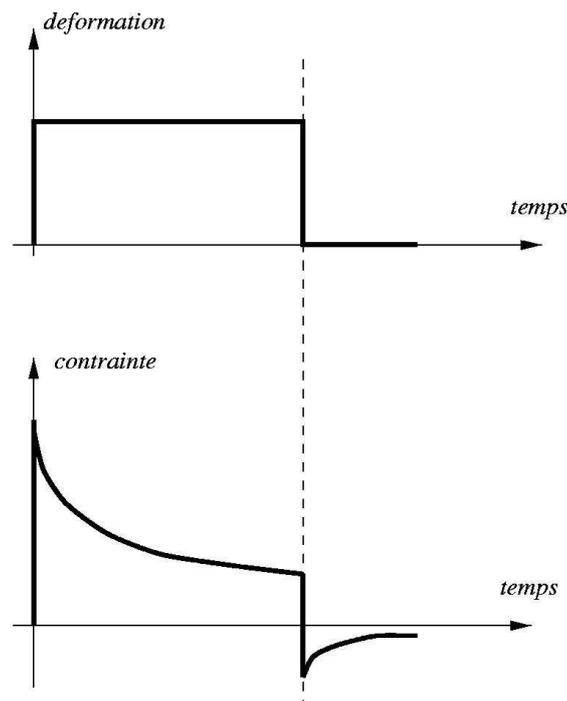
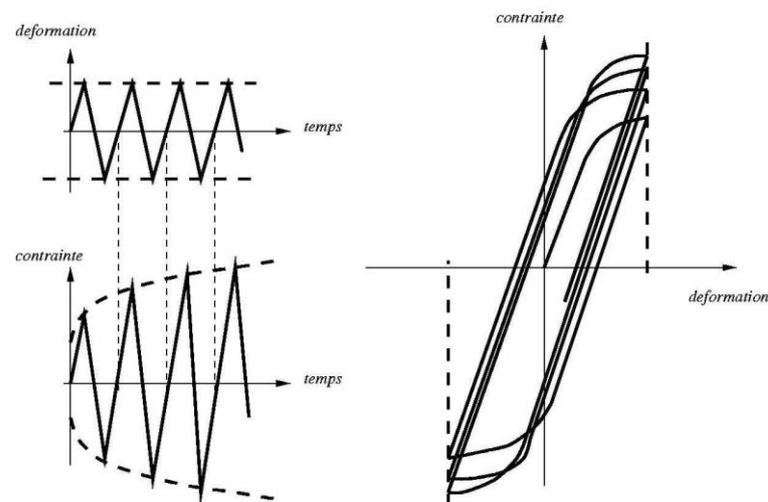


Figure 1.8 : Représentation schématique d'un essai de relaxation

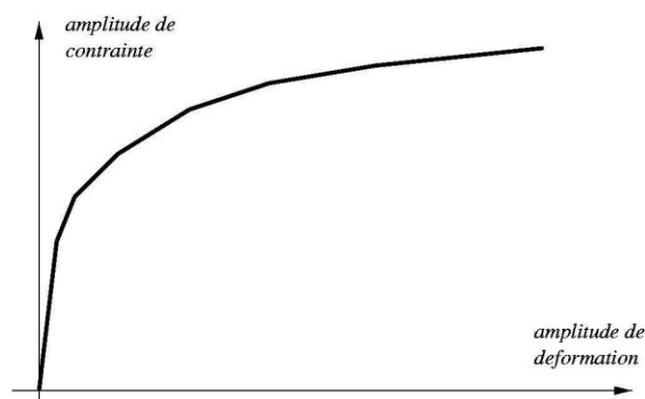
1.2.2 Essais cycliques

Les essais cycliques sont caractérisés par une suite de sollicitations alternées. Les plus courants sont ceux de traction-compression, mais on utilise également des essais de flexion ou de torsion alternée. L'objectif de ces essais est d'obtenir la loi de comportement "cyclique" du matériau, qui caractérise son évolution au fur et à mesure des cycles de sollicitation. Les essais de traction-compression peuvent être réalisés à déformation ou à contrainte imposée.

La figure 1.9 montre le type de résultats obtenus en déformation imposée (traction-compression par exemple), dans le cas d'un matériau à durcissement cyclique. Lorsque l'amplitude de contrainte n'évolue plus sur plusieurs cycles, on dit que l'on a atteint le "cycle stabilisé".

*Figure 1.9* : Essai cyclique à déformation imposée

Pour obtenir la loi de comportement cyclique du matériau, on effectue plusieurs essais à déformation imposée plus ou moins grande. Pour chaque essai, on note l'amplitude de contrainte aux cycles stabilisés, que l'on trace en fonction de l'amplitude de déformation. La figure 1.10 montre le type de courbe obtenu, appelé "courbe de consolidation cyclique". Cette courbe ressemble à celle obtenue lors d'un essai d'écrouissage, mais ne traduit pas du tout le même type de comportement.

*Figure 1.10* : courbe de consolidation cyclique typique

Lors d'essais cycliques, le matériau rompt au bout d'un certain nombre de cycles. L'endommagement du matériau au cours de l'essai est appelé "fatigue". On parle donc couramment d'essais de fatigue lorsque la sollicitation est cyclique. La fréquence de sollicitation est ici donnée par le nombre de cycles par seconde.

1.2.3 Dureté et résilience

D'autres essais mécaniques peuvent être utilisés pour caractériser le comportement d'un matériau. Les plus fréquents sont l'essai de dureté, destiné le plus souvent à estimer rapidement et simplement la limite d'élasticité du matériau, et l'essai de résilience visant à caractériser le risque de rupture fragile du matériau.

Essai de dureté

L'essai de dureté est largement utilisé sur les métaux. Il caractérise la résistance qu'oppose le matériau à la pénétration d'un autre corps plus dur que lui. Ainsi, pour des conditions expérimentales données, la dureté du métal sera d'autant plus grande que la pénétration du corps sera faible. Il existe trois principaux type d'essais de dureté, qui diffèrent essentiellement par la forme du pénétrateur : l'essai *Brinell*, l'essai *Vickers* et l'essai *Rockwell* :

- Dans l'essai Brinell, le pénétrateur est une bille en acier extra-dur de diamètre D . On la pose sur l'échantillon à étudier et on exerce sur elle une force F pendant un temps donné t . La dureté est ensuite calculée comme le rapport entre F (exprimée en Kgf) et la surface S (exprimée en mm^2) de la calotte sphérique ainsi formée : $H_B = F/S$. La surface S peut être aisément calculée à partir du diamètre d de l'empreinte. Il est évident que la valeur H_B obtenue doit être accompagnée des caractéristiques de l'essai: la force appliquée F , le temps d'application t , et le diamètre de la bille D . La valeur de la charge peut atteindre 3000Kg, et le diamètre D de la bille est en général de 5 ou 10 mm.
- Dans l'essai Vickers (figure 1.11), le pénétrateur est une pyramide en diamant à base carrée dont l'angle au sommet est de 136° . L'empreinte formée est donc pyramidale. Si S est la surface latérale de cette empreinte (exprimée en mm^2), d sa diagonale (en mm) et F la force appliquée (en Kgf), alors la dureté est : $H_v = F/S$. Toutefois, il est possible de faire des essais dits de micro-dureté avec des charges n'excédant pas 100g si l'on veut étudier une zone très locale du matériau. Ces essais sont alors réalisés et analysés sous microscope.

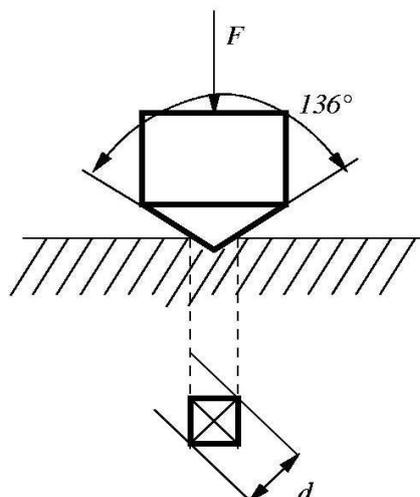


Figure 1.11 : Essai de dureté Vickers

- Dans l'essai Rockwell, le pénétrateur est soit une bille, soit un cône de diamant d'angle au sommet 120° , avec une extrémité sphérique de 0,2mm de diamètre. On ne mesure plus la surface de l'empreinte, mais sa profondeur. On applique en général une pré-charge d'environ 10Kg avant l'essai, et on mesure l'évolution de la profondeur de l'empreinte lors du passage à la charge totale. La valeur de la dureté est notée H_R , avec un indice supplémentaire donnant le type de bille ou cône utilisé et la charge F utilisée. Par exemple, H_{RA} correspond à un cône et une charge de 60 Kg, et H_{RB} à une bille de diamètre 1,59 mm (1/16 de pouce) et une charge de 100 Kg.

Pour déterminer la dureté d'un matériau, il est indispensable de faire plusieurs mesures et d'adopter une valeur moyenne. Parfois, les mesures successives sont réalisées le long d'une droite, par exemple dans l'épaisseur d'une pièce préalablement coupée. On parle alors de profil de dureté. Entre deux empreintes, il convient de laisser suffisamment de distance, pour éviter que la déformation du métal lors de l'essai précédent ait une influence sur le résultat de l'essai courant.

L'essai de résilience

L'essai de résilience sur éprouvette entaillée a pour but de caractériser le risque de rupture fragile du matériau. On appelle résilience l'énergie de rupture ramenée ou non à la section sous entaille de l'éprouvette. Elle s'exprime donc en J/cm^2 ou en J. C'est une mesure de la ténacité du matériau, c'est-à-dire de sa capacité globale à absorber de l'énergie.

L'appareil couramment utilisé pour les essais de résilience est le "mouton de Charpy" (figure 1.12). Un couteau de masse M situé à l'extrémité d'un bras de longueur L vient rompre par impact une éprouvette. L'énergie absorbée par la rupture est $MgL(\cos(\beta) - \cos(\alpha))$, où g est l'accélération de la pesanteur, α l'angle de départ du bras, et β l'angle de remontée du bras après impact. Les valeurs courantes de résilience ainsi mesurées sont de l'ordre de 100 à 300J sur des aciers.

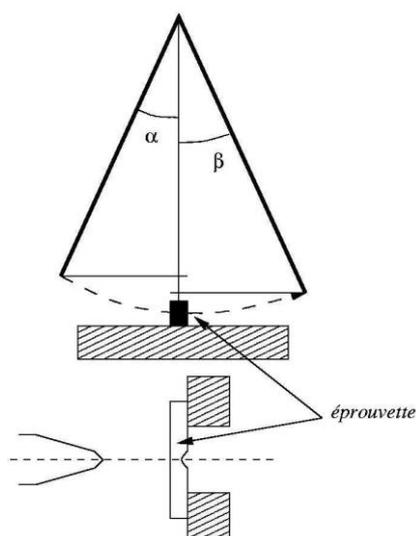


Figure 1.12 : Essai de résilience.

1.3 Quelques lois simples

Le principal objectif des essais mécaniques est la mise en place d'une loi destinée à être utilisée pour la prévision du comportement du matériau. Cette loi de comportement pourra par exemple être appliquée lors de la mise en forme d'une pièce, pour calculer les efforts nécessaires (choix des outillages et de la presse), pour évaluer l'aptitude du matériau à cette mise en forme (remplissage des formes), Pour ce type d'application, il n'est parfois pas nécessaire de faire appel à des lois compliquées. On se contente alors de relations simples, qui servent simplement à décrire le comportement du matériau dans un cas particulier. Nous allons voir ici quelques relations d'écroutissage issues d'essais de traction.

Une courbe contrainte-déformation (σ - ε) lors d'un essai d'écroutissage est caractérisée par une partie élastique et une partie plastique. Nous nous intéressons ici principalement à la partie plastique. Cette courbe sera donc parfois transformée comme décrit sur la figure 1.13.

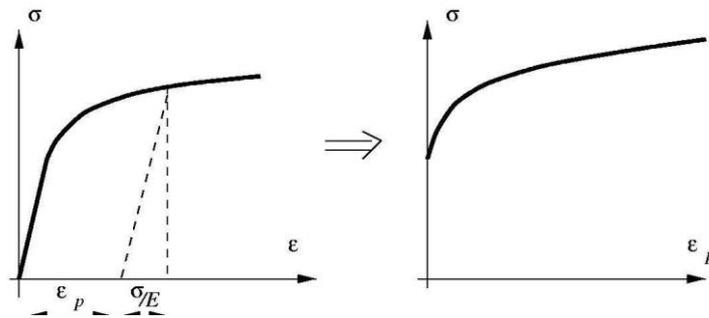


Figure 1.13 : courbe de traction

La déformation plastique sera notée ε_p et la contrainte σ . Dans le cas d'un essai de traction par exemple, on aura $\sigma = F/S$, où F est la force appliquée, et S la section courante de l'éprouvette, et $\varepsilon_p = \varepsilon - \varepsilon_e = \ln(l/l_0) - \sigma/E$, où l est la longueur de la partie utile de l'éprouvette (l_0 la longueur initiale) et E le module d'Young du matériau.

En pratique, pour beaucoup de matériaux (dont la plupart des métaux), la partie élastique de la déformation est très faible devant la partie plastique lors d'une opération de mise en forme. Il est donc fréquent, dans une approche phénoménologique, de négliger ε_e , et donc de confondre ε et ε_p .

Les principales lois de comportement phénoménologiques utilisées sont les suivantes :

- La loi de Hollomon ou loi puissance, décrite sur la figure 1.14, où la contrainte est donnée sous la forme (K et n sont deux paramètres) :

$$\sigma = K \cdot \varepsilon^n$$

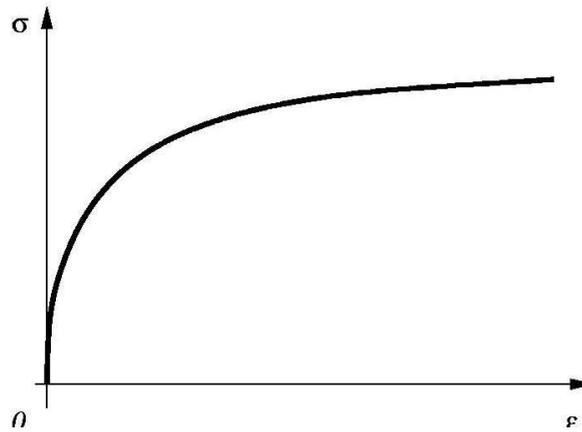


Figure 1.14 : loi de Hollomon

Pour identifier les paramètres K et n , on transforme la courbe en $\ln(\sigma) - \ln(\epsilon)$, qui devient linéaire. La pente de cette courbe donne le coefficient $n = d\ln(\sigma)/d\ln(\epsilon)$, appelé *coefficient d'écroutissage*.

- La loi de Ludwik, décrite sur la figure 1.15, qui a la forme (σ_e , K et n sont des paramètres) :

$$\sigma = \sigma_e + K \cdot \epsilon^n$$

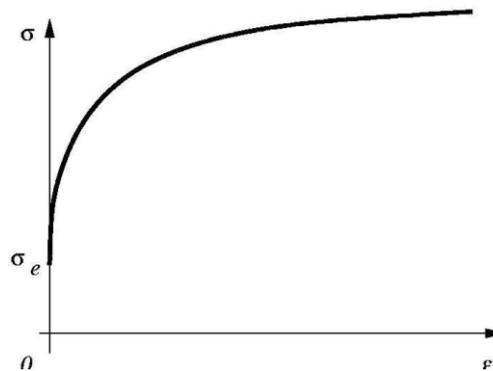


Figure 1.15 : loi de Ludwik

Pour obtenir les paramètres σ_e , K et n , il faut dans ce cas tout d'abord identifier σ_e , qui est en fait la limite d'élasticité du matériau, puis transformer la courbe en $\ln(\sigma - \sigma_e) - \ln(\epsilon)$ pour obtenir les deux autres paramètres. Il faut signaler ici que le paramètre n n'est pas ici le coefficient d'écroutissage du matériau.

- la loi de Swift ou loi de Krupkowski, représentée sur la figure 1.16, qui s'écrit (K , ϵ_0 et n sont des paramètres) :

$$\sigma = K \cdot (\epsilon_0 + \epsilon)^n$$

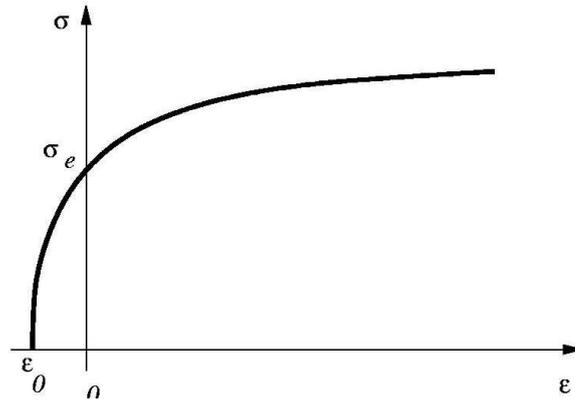


Figure 1.16 : loi de Swift

On remarque qu'avec cette loi, la limite d'élasticité du matériau vaut $\sigma_e = K \cdot \epsilon_0^n$, et que le paramètre n n'est pas le coefficient d'écrouissage du matériau.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

- 1) Roland FORTUNIER, Comportement Mécanique des Matériaux, Ecole Nationale Supérieure des Mines, 158 cours Fauriel, 42023 Saint-Etienne cedex 2