

Chapitre 2. Poussée et Butée des Terres

2.1 Etat des sols au repos

A la profondeur z sous un remblai indéfini (figure 2.1) :

La contrainte effective verticale (sur une facette horizontale) est :

$$\sigma'_v = \gamma' \cdot z$$

La contrainte horizontale (sur une facette verticale), s'il n'y a pas de déplacement latéral est :

$$\sigma'_h = k_0 \cdot \sigma'_v$$

k_0 : C'est le coefficient des terres au repos :

Pour un sable, $k_0 = 1 - \sin \varphi$.

Pour les argiles molles et les vases, $k_0 = 1$.

Pour les argiles normalement consolidées, $k_0 \approx 0,5$.

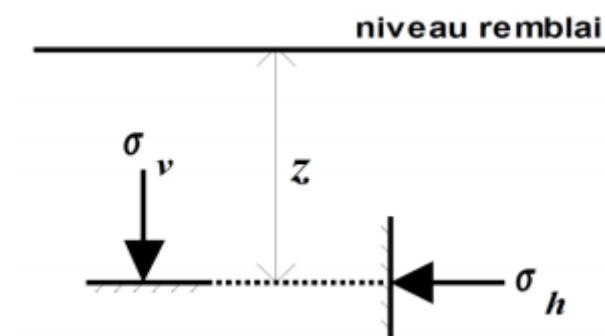


Figure (2.1) Contraintes au repos

2.2 Définition des forces de poussée et de butée

Considérons un ouvrage de soutènement simple, par exemple un mur en béton retenant un massif de sol (figure 2.2), et examinons sommairement les types de sollicitations qui s'exercent sur ce mur. En dehors des forces de pesanteur, représentées par le poids W du mur, s'exercent sur les faces du mur, en contact avec le sol, trois forces dont la connaissance est du ressort de la mécanique des sols :

- sur la face amont du mur, généralement verticale, le massif de sol retenu exerce des efforts ayant tendance soit à renverser le mur, soit à le déplacer horizontalement. La résultante générale de ces efforts est une force dont la composante principale est horizontale. On l'appelle **force de poussée** (ou encore **poussée**) et on la note F_a , l'indice a précisant qu'il s'agit d'une force *active* ;
- sur la face aval du mur, dont la partie enterrée est souvent faible, le sol exerce des efforts qui ont tendance à retenir le mur. Leur résultante générale est une force dont la composante principale est horizontale et opposée à la composante horizontale de F_a . On appelle cette résultante **force de butée** (ou encore **butée**) et on la note F_p , l'indice p précisant qu'il s'agit d'une force *passive* ;
- sur la base du mur, le sol de fondation exerce des efforts dont la résultante générale est une force inclinée par rapport à la verticale. Sa composante verticale, notée N , est appelée **force portante**, tandis que la composante horizontale, notée T , est appelée **force de résistance au glissement**, car elle s'oppose au glissement du mur sur sa base sous l'action de la force de poussée.

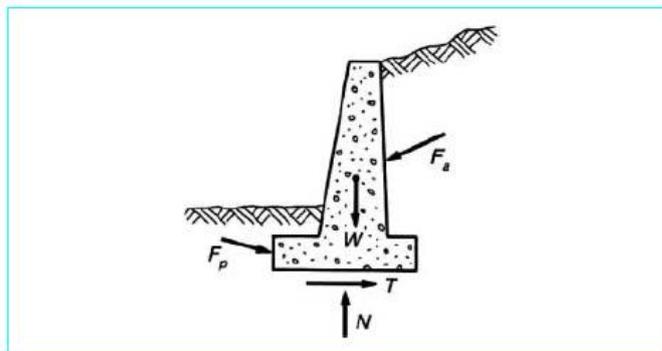


Figure (2.2) Sollicitations exercées sur un mur de soutènement

2.3 Principe de la poussée et de la butée

Imaginons un écran mince vertical lisse dans un massif de sable. Il est soumis par définition à la poussée au repos. En supprimant le demi massif de gauche, et en déplaçant l'écran parallèlement à lui même vers la droite, il se produit un équilibre dit de butée (ou passif). En le déplaçant vers la gauche, il se produit un équilibre de poussée (ou actif). La figure 3 représente la force horizontale F à appliquer à cet écran pour le déplacer d'une longueur ε .

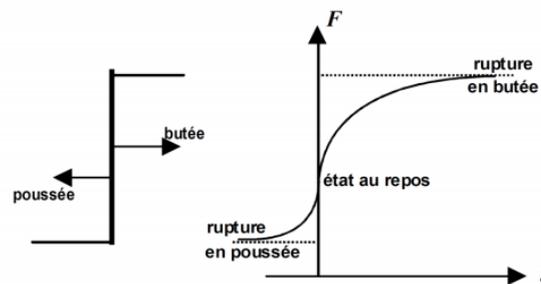


Figure (2.3) Principe de la poussée et de la butée

2.4 Coefficient de poussée et de butée

2.4.1 Cas géostatique

On se place dans le cas simple d'un massif de sol semi-infini, homogène et isotrope, à surface horizontale, appelé cas géostatique.

a) Terres au repos (coefficient de pression latérale) :

Les équations de l'équilibre mécanique montrent que la contrainte totale σ_v s'exerçant sur un plan horizontal à la profondeur z est verticale et a pour valeur (figure 2.4.a)

$$\sigma_v = \gamma \cdot z$$

Avec : γ : poids volumique du sol.

Par contre, le calcul de la contrainte totale horizontale (ou radiale) σ_h s'exerçant au même point sur tout plan vertical nécessiterait la connaissance de la loi de comportement du sol. Aussi la détermine-t-on expérimentalement en remarquant que dans un sol en place, sous un chargement uniforme, il n'y a pas de déplacement latéral ($\Delta h = 0$).

On utilise généralement un appareil triaxial dans lequel il est possible de mesurer à chaque instant le déplacement radial de l'échantillon. L'essai consiste à appliquer sur un échantillon de sol constamment drainé (c'est-à-dire un sol dans lequel la pression interstitielle est constamment nulle : $u=0$) des contraintes axiale et radiale croissant de telle façon qu'il n'y ait aucune déformation latérale de l'échantillon ($\Delta h=0$).

Le résultat de l'essai est indiqué sur la figure 2.4.b: les contraintes σ_v et σ_h croissent proportionnellement. Le rapport $\frac{\sigma_h}{\sigma_v}$ est appelé **coefficient de pression latérale au repos** et noté K_0 :

$$K_0 = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$$

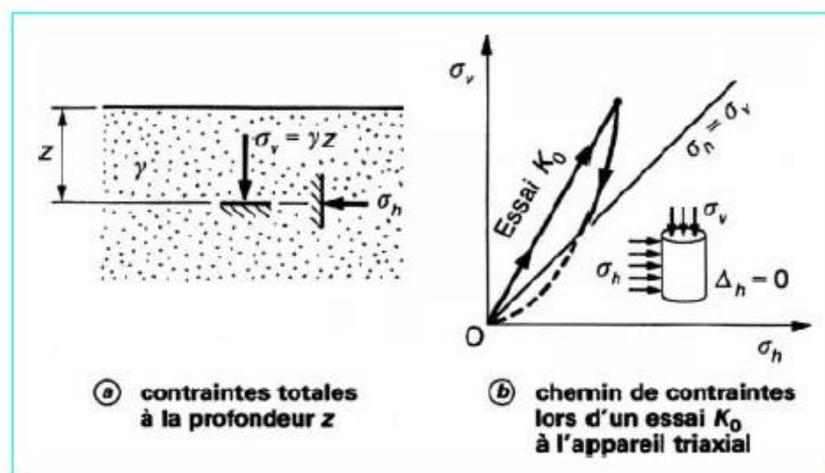


Figure (2.4) Coefficient K_0 de pression latérale des terres au repos

- Remarque :
- Le coefficient K_0 est généralement inférieur à 1.
- Il ne s'applique qu'aux contraintes effectives. Dans un sol en place saturé, K_0 s'exprime par :

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v}$$

Avec :

$$\sigma_h = u + \sigma'_h$$

$$\sigma_v = u + \sigma'_v$$

σ'_h : est la contrainte effective horizontale ;

σ'_v : est la contrainte effective verticale ;

u : est la pression interstitielle.

- La valeur de K_0 varie suivant les différents sols. Elle est donnée de façon approximative au tableau 2.1

Tab 2.1 : Coefficient K_0 pour quelques types de sols

Type de sol	Valeur de K_0
Sable lâche	0,45 à 0,50
Sable compact	0,40 à 0,45
Argile normalement consolidée	0,50
Argile surconsolidée.	> 0,50

- Dans le cas des *sables*, il existe une formule empirique, due à Jaky, donnant la valeur de K_0 en fonction de l'angle de frottement interne φ :

$$K_0 = 1 - \sin\varphi$$

- Cette formule est, dans une certaine mesure, généralisable aux argiles normalement consolidées, soit :

$$K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

Avec : φ' : angle de frottement effectif

- Dans le cas des *sols surconsolidés*, le coefficient K_0 correspond à une décharge du sol différente de la charge (figure 2.4.b), et sa valeur est alors supérieure à celle du premier chargement correspondant au sol normalement consolidé ; elle peut même atteindre des valeurs supérieures à 1.

b) Sol pulvérulent « ex : Sables » (coefficient de poussée et de butée) : [$c=0, \varphi \neq 0$]

On vient de voir que, dans le cas où il n'y a pas de possibilité de déplacement latéral, les contraintes verticale σ_v (contrainte principale majeure) et horizontale σ_h (figure 2.5.a) sont égales respectivement à :

$$\sigma_v = \gamma \cdot z$$

$$\sigma_h = K_0 \cdot \sigma_v$$

Cet état des contraintes est représenté par le cercle de Mohr de diamètre AB sur la figure 2.5.d.

Examinons de quelle façon il peut y avoir rupture dans la masse du sol.

Si l'on permet au sol une *expansion latérale* ($\Delta h > 0$), la contrainte verticale σ_v reste principale, égale à $\gamma \cdot z$, et la contrainte horizontale σ_h diminue. Sur la figure 2.5.d, le point B se déplace jusqu'au point C pour lequel le cercle de Mohr est tangent aux droites intrinsèques. Il y a alors rupture du sol et cette rupture a lieu *en tout point du massif*. Les plans de rupture en chaque point enveloppent un réseau de **surfaces de glissement planes**, dont l'inclinaison est déterminée à partir des points de contact I et G du cercle de Mohr à la rupture avec la courbe intrinsèque et qui font entre elles l'angle $((\pi/2) + \phi)$ égal à l'angle \widehat{ICG} dans le diagramme de Mohr. Cette rupture correspond à l'**état de poussée** (figure 2.5.b). On note $(\sigma_h)_a$ la contrainte horizontale correspondante.

Il est également possible de provoquer la rupture du massif de sol par *compression latérale* ($\Delta h < 0$). Dans ce cas, le point B ($\sigma_h = K_0 \cdot \gamma \cdot z$) sur la figure 2.5.d se rapproche d'abord du point A correspondant à un état de contrainte isotrope ($\sigma_h = \sigma_v = \gamma \cdot z$). Puis, la contraction latérale augmentant, le point B atteint le point D ; il y a alors rupture, le cercle de Mohr étant tangent aux droites intrinsèques ; on note $(\sigma_h)_p$ la contrainte horizontale correspondante. La rupture a lieu en même temps en tout point du massif et les plans de glissement font entre eux un angle de $(\pi/2) - \phi$ égal à l'angle \widehat{JDH} dans le diagramme de Mohr. Cette rupture correspond à l'**état de butée** (figure 2.5.c).

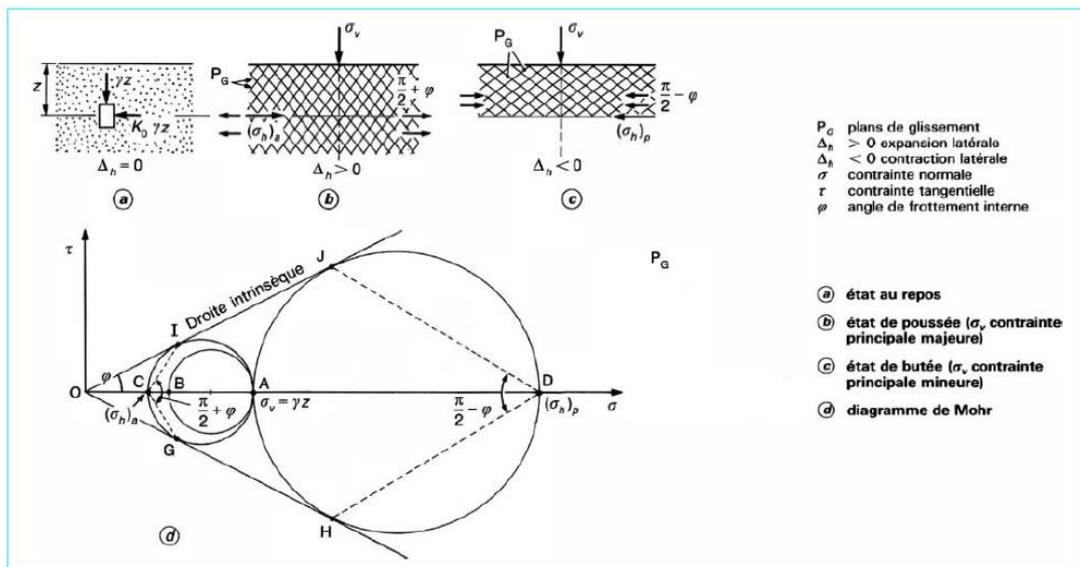


Figure (2.5) Etats de contraintes de poussée et de butée pour un sol pulvérulent, dans le cas géostatique

On peut caractériser chacun des deux états de contraintes précédents par la valeur du rapport $\frac{\sigma_h}{\sigma_v}$.

Dans l'état de poussée, on tire facilement du diagramme de Mohr de la figure 2.5.d :

$$\frac{\sigma_v - (\sigma_h)_a}{2} = \frac{\sigma_v + (\sigma_h)_a}{2} \sin \phi$$

D'où :

$$\frac{(\sigma_h)_a}{\sigma_v} = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)$$

Le rapport $\frac{(\sigma_h)_a}{\sigma_v}$ est appelé **coefficient de poussée** et noté K_a . Pour un sol pulvérulent et dans le cas géostatique, son expression est donc :

$$K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

Dans l'état de butée, le rapport $\frac{(\sigma_h)_p}{\sigma_v}$, appelé **coefficient de butée** et noté K_p , a pour expression :

$$K_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Il est important de remarquer que ces deux coefficients sont inverses l'un de l'autre :

$$K_a = \frac{1}{K_p}$$

En résumé, le rapport des deux contraintes principales $\frac{\sigma_h}{\sigma_v}$ dans le cas géostatique et pour un milieu pulvérulent évolue entre les valeurs extrêmes K_a et K_p , l'équilibre initial correspondant à la valeur K_0 .

Le tableau 2.2 donne les valeurs de K_a , $K_0 = 1 - \sin \varphi$ et K_p pour des angles de frottement interne φ variant entre 20 et 45°.

Tab 2.2 : Valeurs des coefficients K_a , K_0 et K_p pour divers angles de frottement

φ	K_a	$K_0 = 1 - \sin \varphi$	K_p
20°	0,490	0,658	2,04
25°	0,406	0,577	2,46
30°	0,333	0,500	3,00
35°	0,271	0,426	3,66
40°	0,217	0,357	4,60
45°	0,171	0,293	5,83

c) Sol fin « ex : Argiles » (coefficient de poussée et de butée) :

On considère un massif de sol fin saturé ayant pour caractéristiques à la rupture (c' , φ') en comportement drainé et (c_u , φ_u) en comportement non drainé. On note :

- c' : cohésion effective ;
- φ' : angle de frottement interne effectif ;
- c_u : cohésion non drainée ;
- φ_u : angle de frottement non drainé (généralement nul).

La nappe affleure à la surface du sol. L'angle φ_u sera pris égal à zéro. Pour des conditions initiales géostatiques, les contraintes horizontales dans les états de poussée et de butée sont déterminées par des calculs, analogues à ceux du paragraphe précédent, dont les résultats sont donnés dans le tableau 2.3 et illustrés par les figures 2.6.a et b.

Tab 2.3 : Contraintes horizontales pour un sol fin

État du sol	Comportement non drainé	Comportement drainé
initiale	$\sigma_v = \gamma z$ $\sigma_h = u + K_0 \gamma z$	$\sigma'_v = \gamma' z$ $\sigma'_h = K_0 \gamma' z$
de poussée	$\sigma_v = \gamma z$ $\sigma_h = \sigma_v - 2 c_u$	$\sigma'_v = \gamma' z$ $\sigma'_h = K_a \sigma'_v - 2 c' \sqrt{K_a}$ avec $K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$
de butée	$\sigma_v = \gamma z$ $\sigma_h = \sigma_v + 2 c_u$	$\sigma'_v = \gamma' z$ $\sigma'_h = K_p \sigma'_v + 2 c' \sqrt{K_p}$ avec $K_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$

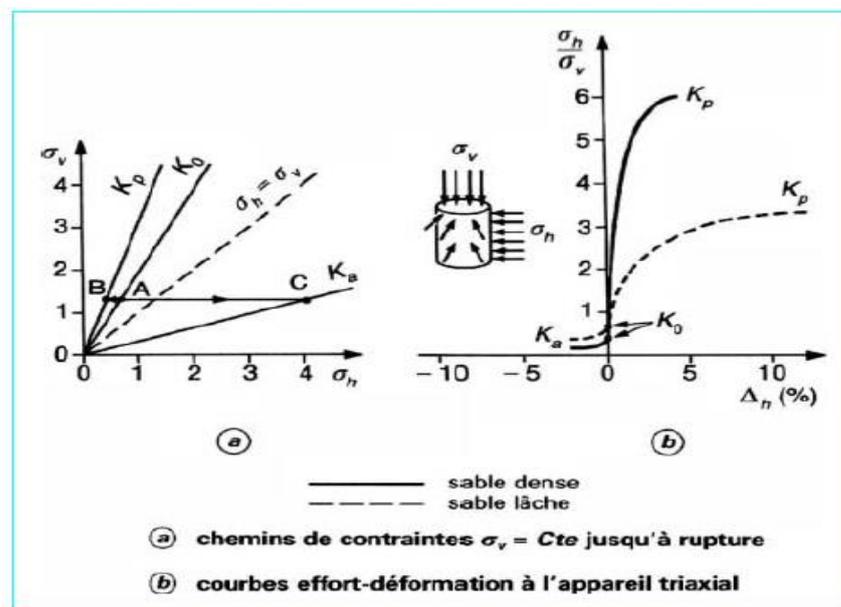


Figure (2.6) Évolution du rapport en fonction de la déformation latérale à l'appareil triaxial

d) Sol à la fois cohérent et frottant à surface horizontale [$c \neq 0, \varphi \neq 0$] :

- Pour la poussée : $K_a = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{2 \cdot c}{\gamma \cdot h} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$

- Pour la butée : $K_p = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{2 \cdot c}{\gamma \cdot h} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$

e) Sol à la fois cohérent à surface horizontale [$c \neq 0, \varphi = 0$] :

- Pour la poussée : $K_a = 1 - \frac{2 \cdot c}{\gamma \cdot h}$

- Pour la butée : $K_a = 1 + \frac{2.c}{\gamma.h}$

2.5 Calcul des forces de poussée et de butée

2.5.1 Méthode de Coulomb

Cette théorie, permet la détermination de la force de poussée s'exerçant sur un écran d'orientation verticale ou inclinée (voir la figure 2.7).

• **Hypothèses :**

- Le sol est homogène et isotrope ;
- Le mur est rigide ;
- La surface de rupture est plane ;
- L'angle de frottement δ entre le mur et le sol est connu (δ est l'angle entre la résultante des forces de poussée et la perpendiculaire au mur) ;
- La cohésion n'est pas prise en compte.

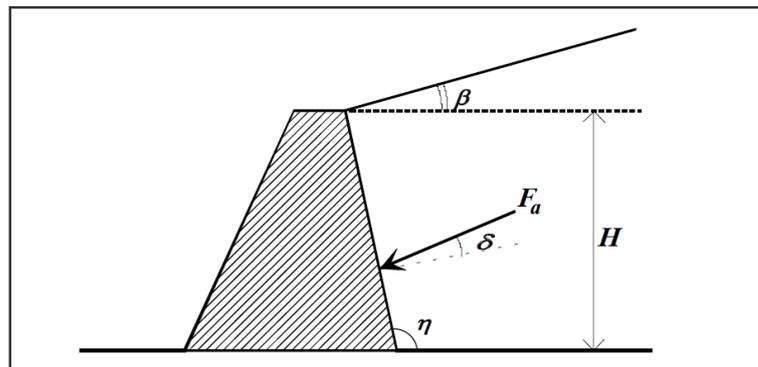


Figure (2.7) Poussée sur un mur selon Coulomb

La force de la poussée est donnée par la formule suivante :

$$F_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

Où :

$$K_a = \frac{\sin^2(\eta - \varphi)}{\sin^2 \eta \cdot \sin(\eta + \delta)} \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \cdot \sin(\varphi - \beta)}{\sin(\eta + \delta) \cdot \sin(\eta - \beta)}} \right]^{-2}$$

Pour : $\beta = 0$, $\eta = \pi/2$ et $\delta = 0$ (mur lisse), on obtient :

$$K_a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

La force de butée a, de même, pour expression générale :

$$F_p = \frac{1}{2} K_p \gamma H^2$$

Où :

$$K_p = \frac{\sin^2(\eta + \varphi)}{\sin^2 \eta \cdot \sin(\eta + \delta)} \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \delta) \cdot \sin(\varphi + \beta)}{\sin(\eta + \delta) \cdot \sin(\eta - \beta)}} \right]^{-2}$$

Traisons, à titre d'exemple, le cas de la **paroi verticale**, du massif à **surface horizontale** et de l'angle δ nul, en poussée.

Dans ce cas :

$$K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

2.5.2 Méthode de Rankine

La méthode de Rankine consiste à calculer les forces de poussée et de butée à partir d'une approximation de l'état des contraintes dans le sol au contact de l'écran.

• Hypothèses :

- Le sol est isotrope ;
- Le mur ne modifie pas la répartition des contraintes verticales :
 $\sigma_v = \gamma \cdot h$: pour un sol à surface horizontale ;
 $\sigma_v = \gamma \cdot h \cdot \cos \beta$: pour un sol à surface inclinée d'un angle β sur l'horizontale ;
- La répartition des contraintes horizontales de poussée (cas actif) ou de butée (cas passif) est triangulaire ;
- On ne tient pas compte de la valeur du frottement entre le sol et le mur ;

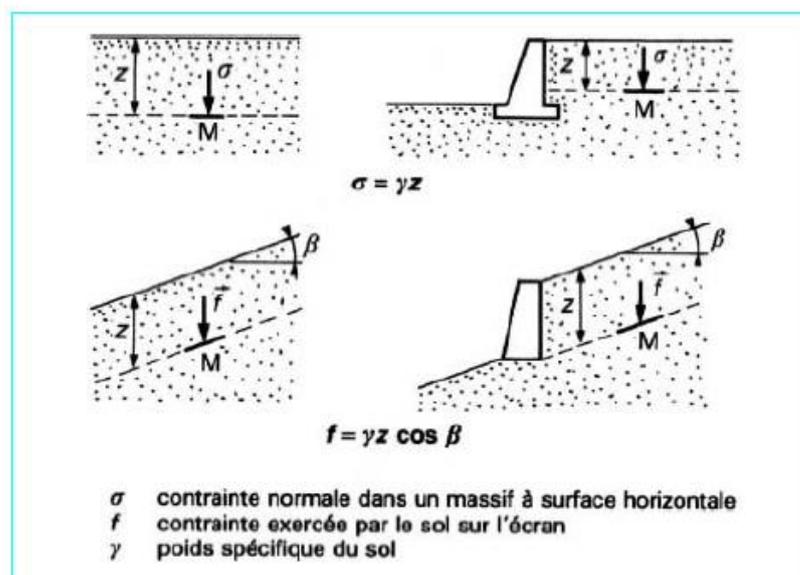


Figure (2.8) Hypothèse de la méthode de Rankine

Figure (2.9) Force de poussée exercée par un massif pulvérulent saturé

b) Force de poussée et de butée pour un massif à surface inclinée

• Sol pulvérulent

Soit un écran vertical appliqué sur un massif *pulvérulent* dont la surface est inclinée d'un angle β sur l'horizontale (figure 2.10). Si l'on met le sol en rupture de butée, la force de butée exercée est donnée par :

$$F_p = \frac{1}{2} K_p(\beta) \gamma H^2 \cos \beta$$

Et la force de poussée exercée est donnée par :

$$F_a = \frac{1}{2} K_a(\beta) \gamma H^2 \cos \beta$$

Cette force de butée est inclinée de l'angle β et appliquée au tiers de la hauteur à partir de la base.

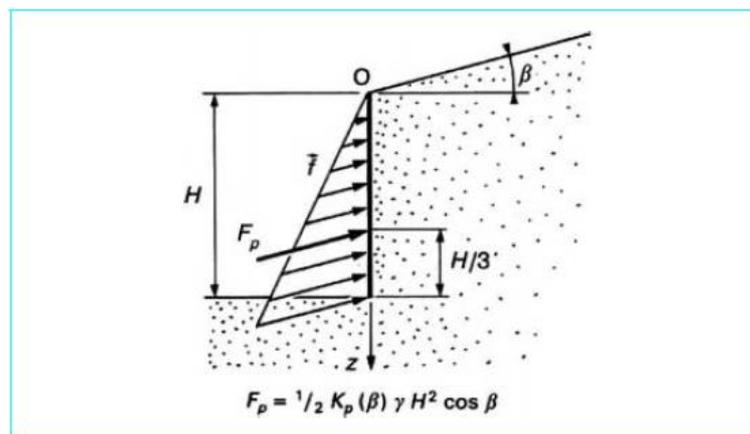


Figure (2.10) Force de butée sur un massif pulvérulent à surface inclinée

• Sol cohérent

Pour un sol cohérent et frottant, l'effet de la cohésion se retranche de la poussée et s'ajoute à la butée.

- La force de poussée : $F_a = \frac{1}{2} K_a(\beta) \gamma H^2 \cos \beta - 2c' \sqrt{K_a}$
- La force de butée : $F_p = \frac{1}{2} K_p(\beta) \gamma H^2 \cos \beta + 2c' \sqrt{K_p}$

c) Stabilité d'une tranchée dans un sol cohérent

Soit un sol fin cohérent saturé dans lequel on exécute une tranchée à parois verticales dans des conditions non drainées du sol (exécution rapide) (figure 2.11). Jusqu'à quelle profondeur la tranchée est-elle stable ?

Sur les parois de la tranchée, l'état de contraintes est :

$$\sigma_h = 0$$

$$\sigma_v = \gamma \cdot z$$

Si H est la profondeur de la tranchée, la condition pour qu'aucun point de la paroi ne soit en rupture est :

$$\sigma_v - \sigma_h < 2c_u$$

Puisque le critère de rupture est, à court terme : $\tau = c_u$

On en déduit une profondeur critique qui est : $H_c = \frac{2c_u}{\gamma}$

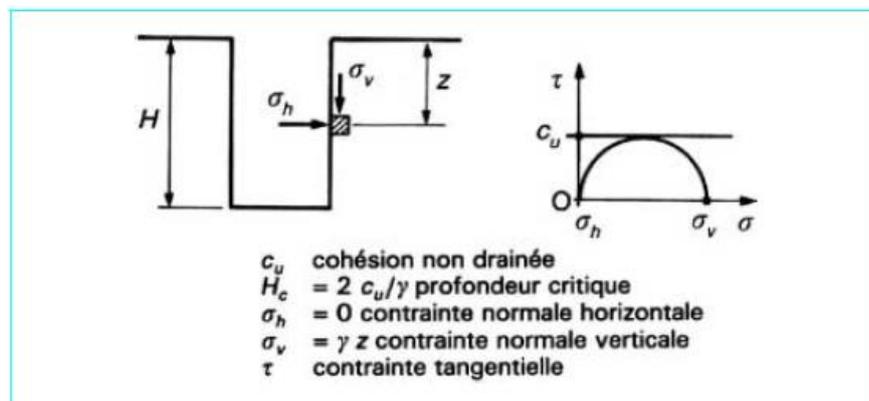


Figure (2.11) Stabilité d'une tranchée en terrain cohérent