

Notions des phénomènes de transfert

Licence -L2 -GP

Chapitre II : Transfert de quantité de mouvement

II.1- Loi de NEWTON (Expérience de COUETTE)

Considérons deux cylindres coaxiaux de rayons peu différents (figure II.1), l'espace annulaire (e) étant rempli de fluide étudié. Si le cylindre extérieur est entraîné par un moteur électrique à la vitesse angulaire constante ω , on constate que le cylindre intérieur a tendance à tourner à la même vitesse. Pour que le cylindre intérieur reste fixe, il faut lui appliquer un couple C de sens opposé au déplacement du cylindre extérieur.

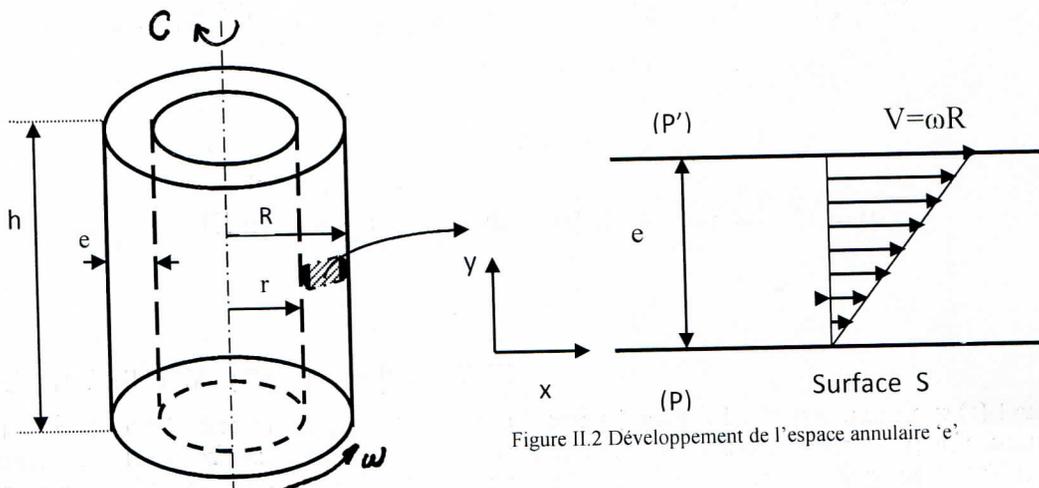


Figure II.1- Cylindres coaxiaux
(Expérience de COUETTE)

Figure II.2 Développement de l'espace annulaire 'e'

Si $e \ll r$, on peut développer l'espace annulaire et raisonner sur des plans P et P' (voir la figure II.2). Le plan P' est animé d'un mouvement de translation de vitesse linéaire $V = \omega R$ par rapport au plan P maintenu fixe. Le couple de réaction C correspond à une force de frottement F_f ($C = F_f \cdot r$) et l'expérience montre que :

$$F_f = \mu \frac{SV}{e}$$

μ est un coefficient qui est fonction du fluide et de la température, c'est le coefficient de *viscosité dynamique*, S est la surface latérale $S = 2\pi r h$ (m^2) et la vitesse angulaire $\omega = 2\pi N/60$ (rd/s).

Sous l'action du frottement, il s'établit dans le fluide un état de mouvement tel que les couches qui se trouvent en contact avec les parois ont la même vitesse qu'elles (condition d'adhérence) tandis que les couches intermédiaires glissent les unes sur les autres avec des vitesses v_x (composante de vitesse suivant l'axe ox) proportionnelles à leur distance y à la paroi fixe.

On définit phénoménologiquement la contrainte de frottement tangentielle $\tau = F/S$ par la loi dite loi de NEWTON :

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{\partial(v_x)}{\partial y} \quad \text{II.1}$$

Les indices y et x rappellent que la contrainte s'exerce suivant la direction x le long d'une surface normale à la direction y.

II.2-Notions de rhéologie

L'objectif de la rhéologie est de déterminer l'équation d'état rhéologique d'un fluide en effectuant des mesures relatives des forces et des déplacements à l'aide d'un rhéomètre au niveau du laboratoire, l'équation d'état obtenue est exploitée à l'aide des équations du mouvement. En d'autres termes, l'étude rhéologique permet de caractériser les forces de viscosité par des modèles mathématiques et de déterminer les paramètres de ces modèles à l'aide de mesures expérimentales.

II.2.1-Fluides newtoniens

Les fluides qui obéissent à la loi de NEWTON, s'appellent fluides newtoniens et la relation II.1 s'écrira symboliquement :

$$\tau_{yx} = \mu \dot{\gamma} \quad \text{II.2}$$

Où le gradient latéral de vitesse longitudinale $\partial(v_x)/\partial y$ est remplacé par la *vitesse de cisaillement* $\dot{\gamma}$.

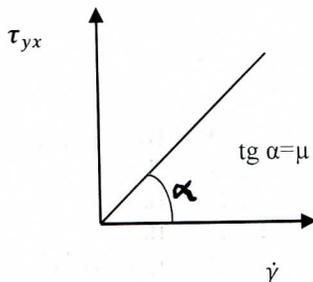


Figure II.3-Courbe d'écoulement d'un fluide newtonien

Dans le cas d'un fluide newtonien ou "*parfaitement visqueux*", par définition, μ est indépendante de $\dot{\gamma}$ et le diagramme reliant la contrainte de cisaillement, appelé "*courbe d'écoulement*" est une droite de pente μ sur la figure II.3. Ce seul paramètre permet de caractériser les forces visqueuses au sein du fluide. Nous abandonnerons souvent par la suite les indices xy dans l'écriture de la contrainte dans la mesure où les problèmes que nous envisagerons ne poseront pas d'ambiguïté sur sa direction.

II.2.1-Fluides non-newtoniens

Nous distinguerons trois catégories principales de fluides non-newtoniens suivant la nature des paramètres qui influent sur l'aspect de la courbe d'écoulement :

1. Les fluides "*indépendants du temps*" pour lesquels il existe une relation biunivoque entre τ et $\dot{\gamma}$.
Les fluides newtoniens pour lesquels la relation $\tau = \mu \dot{\gamma}$ constitue un cas particulier de ce fluide "*tel que : l'eau, les huiles pures et la glycérine pure*" ;
2. Les fluides "*dépendants du temps*" pour lesquels la relation entre τ et $\dot{\gamma}$ dépend du temps et du passé mécanique du fluide ;
3. Les fluides "*viscoélastiques*" qui présentent à la fois des caractéristiques des fluides précédents et des solides et retrouvent partiellement leur forme primitive après déformation.

II.2.1.1-Fluides non-newtoniens au comportement indépendant du temps

Pour ce type de fluide, la relation $\tau=f(\dot{\gamma})$ s'écrira :

$$\tau = \mu_a \dot{\gamma} \quad \text{II.3}$$

Où le facteur de proportionnalité μ_a est une valeur dépendant de $\dot{\gamma}$, appelée *viscosité apparente*. C'est une grandeur locale.

Il existe quatre catégories principales de fluides "*indépendants du temps*".

1. Les fluides à contrainte critique avec :
 - ✓ Les fluides plastiques de type **BINGHAM**
 - ✓ Les fluides plastiques de type **HERSCHEL-BULKLEY**

Les fluides plastiques sont caractérisés en général par des courbes d'écoulement représentées par la figure II.4 et par la relation d'HERSCHEL-BULKLEY

$$\begin{cases} \tau - \tau_c = m \dot{\gamma}^n & \text{si } \tau > \tau_c \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau < \tau_c \end{cases} \quad \text{II.4}$$

Les paramètres de cette loi sont : m est appelé la consistance du fluide et l'exposant n , l'indice d'écoulement. Il y a écoulement si $\tau > \tau_c$ et tant que $\tau < \tau_c$ le fluide se comporte comme un solide (pas d'écoulement).

On parlera de fluide de BINGHAM lorsque la contrainte critique $\tau_c = \tau_0$ (seuil minimal des contraintes à appliquer au fluide pour que celui-ci commence à s'écouler). La relation de BINGHAM s'écrit :

$$\begin{cases} \tau - \tau_0 = \mu_p \dot{\gamma} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad \text{II.5}$$

μ_p , est appelé *viscosité plastique*

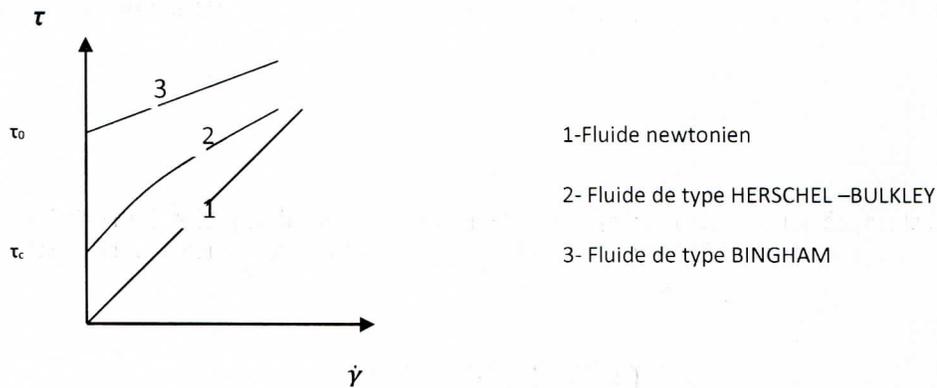


Figure II.4-Courbes d'écoulement d'un fluide non-newtonien à contrainte critique

Les fluides non-newtoniens au comportement indépendant du temps sont :

- Les boues de forage et les boues de station d'épuration des eaux usées
- Les peintures à l'huile
- Les pâtes dentifrices
- Certaines graisses
- La pâte à papier

2. Les fluides sans contrainte critique de type **OSTWALD-DE WAELE** avec :

- ✓ Les fluides pseudoplastiques ou rhéofluidifiants
- ✓ Les fluides dilatants ou rhéoépaississants.

Leur comportement rhéologique diffère essentiellement de celui de BINGHAM par le fait que les fluides pseudo-plastiques ne présentent pas de contrainte critique d'écoulement. Sur la figure II.5, sont représentées les courbes d'écoulement des deux principales catégories de fluides sans contrainte critique.

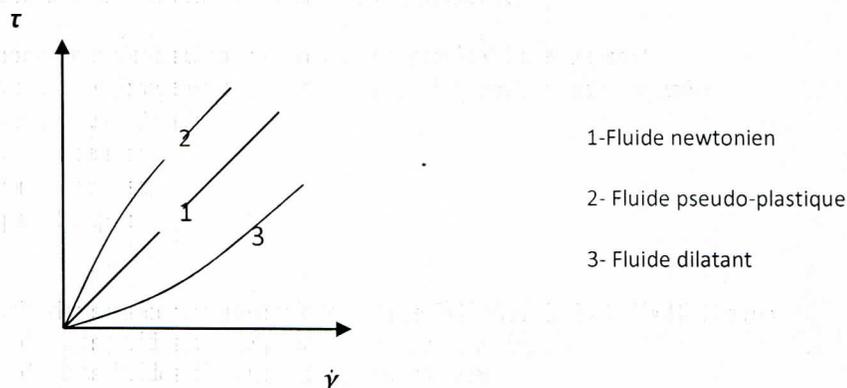


Figure II.5-Courbes d'écoulement d'un fluide non-newtonien sans contrainte critique

OSTWALD a proposé pour représenter les courbes d'écoulement de ces fluides la relation dite loi d'OSTWALD-DE-WAELE :

$$\tau = m \dot{\gamma}^n \quad \text{II.6}$$

Si $0 < n < 1$, le fluide est pseudo plastique et si $n > 1$, le fluide est dilatant. Le fluide newtonien est un cas particulier de la loi d'OSTWALD-DE-WAELE pour $n=1$ et $m=\mu$.

La viscosité apparente μ_a peut être déduite de la relation II.6, elle dépend de m et n :

$$\mu_a = m \dot{\gamma}^{n-1} \quad \text{II.7}$$

La relation II.7 met bien en évidence le fait que la viscosité apparente μ_a décroît lorsque $\dot{\gamma}$ croît pour un fluide pseudo plastique.

Les principaux fluides présentant un comportement pseudo plastique sont :

- Les suspensions de détergents
- Les solutions de polymères
- Les ciments
- La mayonnaise
- Le savon

Les fluides présentant un comportement dilatant sont rares en génie des procédés, nous pouvons citer les suspensions de forte teneur en solide.

II.3- Bilan de quantité de mouvement pour un fluide incompressible

Considérons un agrégat de fluide de masse m , de vitesse \vec{v} ramenée au centre de gravité de l'agrégat. La quantité de mouvement résultante (sous-entendu de l'ensemble des points matériels de masse m_i , de vitesse \vec{v}_i composant l'agrégat) est :

$$\vec{M} = m\vec{v}$$

La quantité d'accélération résultante est égale à la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement résultante :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = m \vec{\gamma} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Le deuxième principe de Newton implique donc que : la résultante des forces extérieures est égale à la quantité d'accélération résultante, c'est à dire au flux d'accumulation de la quantité de mouvement résultante :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \sum \vec{F}_{ex}$$

Application au cas d'un écoulement à travers un élargissement brusque.

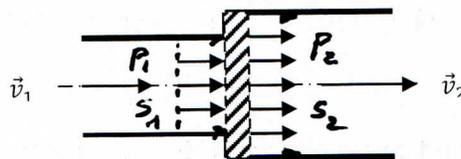


Figure II.6-Ecoulement dans un élargissement brusque

L'entrée et la sortie sont constituées de deux conduites où le fluide est supposé en écoulement piston (vitesse constante sur la section), si l'on considère qu'il n'y a pas de frottement donc le fluide est considéré comme parfait. Le régime est permanent ($\frac{\partial v}{\partial t} = 0$). Entre t et $t+dt$, il s'écoule dans le système le volume dV (entre la section S_1 à l'entrée et la section S_2 à la sortie) avec le débit volumique Q_v tel que :

$$Q_v dt = dV = S_1 \cdot v_1 \cdot dt = S_2 \cdot v_2 \cdot dt$$

Les quantités de mouvement entrante et sortante sont donc :

$$d\vec{M}_1 = \rho \vec{v}_1 dV \quad \text{et} \quad d\vec{M}_2 = \rho \vec{v}_2 dV$$

L'augmentation *nette* de quantité de mouvement par unité de temps est :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{d\vec{M}_2 - d\vec{M}_1}{dt}$$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{\rho \vec{v}_2 dV - \rho \vec{v}_1 dV}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \rho Q_v (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

Soit $\vec{M}_2 = \rho Q_v \vec{v}_2$ le débit de quantité de mouvement sortant par S_2 et $\vec{M}_1 = \rho Q_v \vec{v}_1$ le débit de quantité de mouvement entrant par S_1 , l'expression précédente s'écrit :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \sum \vec{F}_{ex} = \vec{M}_2 - \vec{M}_1$$

Les forces extérieures qui agissent sur le domaine de référence (partie hachurée) sont :

1. Poids du liquide $\rho \vec{g} V$
2. Forces de pression sur les sections S_1 et S_2

Formulation du théorème de la quantité de mouvement

Dans le cas général, on écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{débit de quantité} \\ \text{de mouvement} \\ \text{sortant par } S_2 \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{débit de quantité} \\ \text{de mouvement} \\ \text{entrant par } S_1 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{résultante} \\ \text{des forces} \\ \text{extérieures} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{débit d'accumulation} \\ \text{de quantité de mouvement} \\ \text{dans } V \end{array} \right\}$$

Remarque :

En régime permanent il n'y a pas d'accumulation

Exercice N°1: On considère l'expérience de Couette (voir figure II.1), les cylindres ont 10 et 10.4 cm de diamètre et la hauteur de remplissage du fluide à étudier $h=20$ cm. Quand le cylindre extérieur tourne à la vitesse de rotation $N=90$ tr/mn, le couple de torsion $C=0.0392$ N-m, calculer la viscosité du liquide contenu entre les deux cylindres.

Réponse : 0.0509 (kg/m.s)

Exercice N°2: Soit l'écoulement d'un fluide pseudo-plastique dans l'espace annulaire entre deux conduites cylindriques, si l'indice d'écoulement $n = 0.7$ et la consistance $m = 0.3$ Pa.s^{0.7}, calculer la viscosité apparente à la vitesse de cisaillement 100 s⁻¹.

Réponse : 0.0753(kg/m.s)

Exercice N°3 : En utilisant le théorème de la quantité de mouvement, montrer que la différence de pression ΔP lors de l'écoulement d'un fluide dans un élargissement brusque (voir figure II.6) s'écrit :

$$\Delta P = \rho v_2^2 \left(1 - \frac{v_1}{v_2} \right)$$