



U.D.L Sidi Bel Abbès
Faculté de Technologie
Département de Génie Civil



Annexe 3
Calcul Sismique des Ponts

Chargé du module
Mr. Z. LOUHIBI

ANNEXE 3

Calcul Sismique des Ponts

INTRODUCTION

Lors d'un séisme les fondations d'un pont vont subir une succession de déplacements rapides de translation dans les trois directions x, y et z. Dans le cas où le pont est assez long ou si les caractéristiques géotechniques du terrain sont très variables d'un point à un autre, on doit tenir compte du déplacement différentiel dans les trois directions au droit des piles et culées.

1 CLASSIFICATION

1-1 Classification des ponts

Les ponts sont classés en trois groupes :

- **Groupe 1 : Ponts stratégiques**

Ils doivent rester circulables après avoir subi l'action sismique. Ils comportent :

- les ponts dont l'utilisation est primordiale pour la sécurité civile et de la défense nationale ;
- les ponts supportant des pistes de desserte pour avions appartenant à des aéroports ;
- les ponts sur itinéraires d'acheminement des secours et de desserte des installations d'importance vitale (Groupe 1A du RPA 99/2003) ;
- les ponts ferroviaires.

- **Groupe 2 : Ponts importants**

Ils franchissent ou portent au moins une des voies terrestres ci après:

- autoroutes, routes express et voies a grande circulation;
- liaisons assurant la continuité du réseau autoroutier ;
- grandes liaisons d'aménagement du territoire ;
- les ponts situés dans les emprises des ports commerciaux maritimes ;
- les ponts sur un itinéraire de desserte des installations de grande importance (Groupe 1B du RPA 99/2003).

- **Groupe 3 : Ponts d'importance moyenne**

Les ponts qui ne sont rangés ni en groupe 1 ni en groupe 2.

1-2 Classification des zones sismiques

Le territoire national est divisé en cinq (5) zones de sismicité croissante :

Zone 0 : négligeable

Zone I : faible

Zone IIa : moyenne

Zone IIb : élevée

Zone III : très élevée

La figure 1 représente la carte des zones sismiques de l'Algérie. L'annexe B du RPOA 2008 précise cette classification par Wilaya et par Commune.

Remarque : Tout pont qui a des fondations dans deux zones de sismicité différentes est considéré comme étant situé tout entier dans la zone de sismicité supérieure.

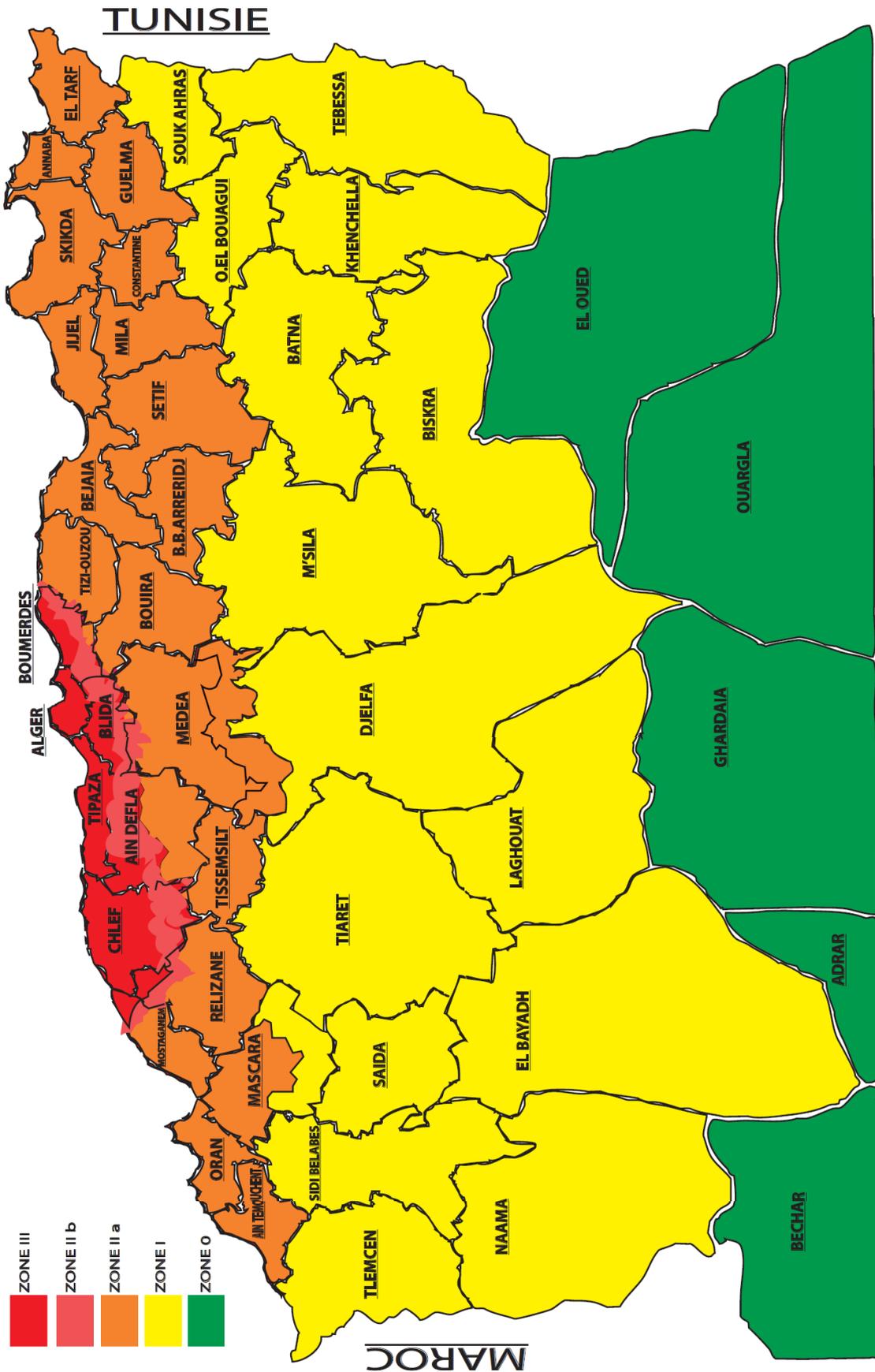


Fig. 1 Carte de zonage sismique de l'Algérie

1-3 Classification des sites

Les sites sont classés en quatre (04) catégories en fonction des propriétés mécaniques des couches de sols qui les constituent.

- **Catégorie S1 : (site rocheux)**

Rocher sain ou autre formation géologique caractérisée par une vitesse d'onde de cisaillement $V_S \geq 800$ m/s

- **Catégorie S2 : (site ferme)**

Dépôts de sables et graviers denses à très denses, marnes ou argiles raides très surconsolidées sur 10 à 20m d'épaisseur avec $V_s \geq 400$ m/s à partir de 10m de profondeur.

- **Catégorie S3 : (site meuble)**

Dépôts épais de sables et graviers moyennement denses ou d'argile moyennement raide avec $V_s \geq 200$ m/s à partir de 20m de profondeur.

- **Catégorie S4 : (site très meuble)**

Dépôts de sables lâches avec ou sans présence de couches d'argile molle pour $V_s < 200$ m/s dans les 20 premiers mètres.

Dépôts d'argile molle à moyennement raide avec $V_s < 200$ m/s dans les 20 premiers mètres.

2 ACTIONS SISMIQUES

2-1 Coefficient d'accélération de zone " A "

Il représente le rapport entre l'accélération horizontale \ddot{x}_s du sol et l'accélération terrestre g ($g=9.81$ m/s²),

$$A = \frac{\ddot{x}_s}{g} \quad (1)$$

A est représenté dans le tableau 1 en fonction de l'importance du pont et de la zone sismique.

Groupe de pont	Zone sismique			
	I	IIa	IIb	III
1	0.15	0.25	0.30	0.40
2	0.12	0.20	0.25	0.30
3	0.10	0.15	0.20	0.25

Tab.1 Coefficient d'accélération de zone A

2-2 Spectre de réponse

La réponse sismique au niveau de la structure du pont est amplifiée selon la nature du sol sous-jacent, du taux d'amortissement critique du pont, et de ses périodes propres qui sont à leur tour liées aux matrices de masse et rigidité de sa structure. Cette amplification sismique est donnée par les spectres de réponse élastiques et de dimensionnement.

2-2-1 Spectre de réponse élastique

a- Composante horizontale

L'accélération élastique horizontale (S_{ae}) représentée dans la figure 2 est exprimée en fonction de la période élastique (T) et du taux d'amortissement (ξ) de l'ouvrage par

$$S_{ae}(T, \xi)_{(m/s^2)} = \begin{cases} AgS(1 + \frac{T}{T_1}(2.5\eta - 1)) & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2.5\eta AgS & T_1 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta AgS \left(\frac{T_2}{T}\right) & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta AgS \left(\frac{3T_2}{T^2}\right) & T \geq 3.0s \end{cases} \quad (2)$$

Où

- g : accélération de la pesanteur ($g=9,81m/s^2$),
- T_1, T_2 : périodes caractéristiques associées à la catégorie de site (tableau 2),
- S : coefficient de site (tableau 2),
- η : facteur de correction de l'amortissement

$$\eta = \sqrt{\frac{7}{2 + \xi}} \quad (3)$$

ξ : taux d'amortissement (tableau 3) du matériau constituant les appuis du pont (piles, culées, appareils d'appui, bloqueurs sismiques, etc.) et non pas celui du tablier.

Site	S1	S2	S3	S4
T_1	0,15	0,15	0,20	0,20
T_2	0,30	0,40	0,50	0,70
S	1	1,1	1,2	1,3

Tab.2 Valeurs de T_1, T_2 et S pour la composante horizontale

Matériau	Acier soudé	Acier boulonné	Béton précontraint	Béton non armé	Béton armé	Elastomère fretté
ξ (%)	2	4	2	3	5	7

Tab.3 Valeurs du taux d'amortissement (ξ)

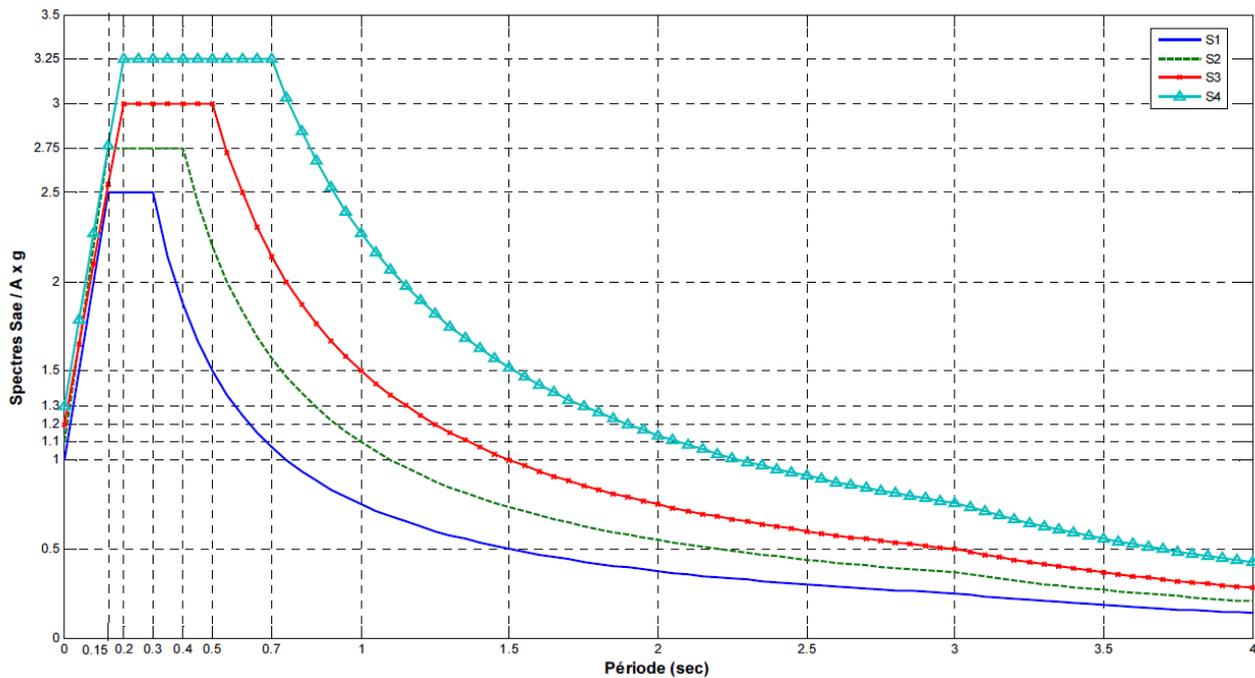


Fig. 2 Spectre de réponse élastique, composante horizontale de l'accélération, $\xi = 5\%$

b- Composante verticale

L'accélération élastique verticale (S_{ae}^v) (figure 3) est exprimée en fonction de la période élastique (T) et du taux d'amortissement (ξ) de l'ouvrage par

$$S_{ae}^v(T) \text{ (m/s}^2\text{)} = \begin{cases} \alpha Ag \left(1 + \frac{T}{T_1} (2.5\eta - 1) \right) & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2.5\alpha Ag \eta & T_1 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\alpha Ag \eta \left(\frac{T_2}{T} \right) & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\alpha Ag \eta \left(\frac{3T_2}{T^2} \right) & T \geq 3.0s \end{cases} \quad (4)$$

Où

T_1, T_2 : périodes caractéristiques associées à la catégorie de site données dans le tableau 4.

α : coefficient qui tient compte de l'importance de la composante verticale (tableau 5),

Le coefficient S de site, dans le cas de la composante verticale, est pris égal à 1.

Site	S1	S2	S3	S4
T_1	0,15	0,15	0,20	0,20
T_2	0,30	0,40	0,40	0,40

Tab.4 Valeurs de T_1, T_2 pour la composante verticale

Zone sismique	I	IIa	IIb	III
α	0.7	0.7	0.7	1.0

Tab.5 Valeurs de α

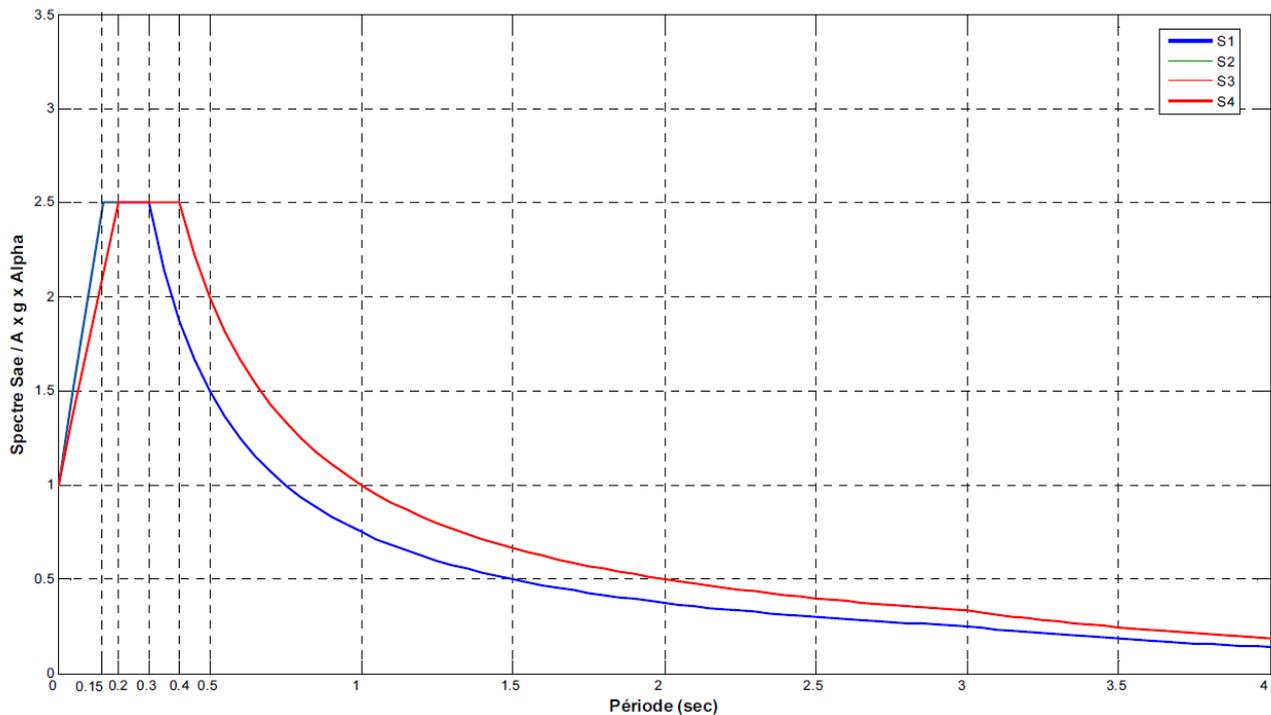


Fig. 3 Spectre de réponse élastique, composante verticale de l'accélération, $\xi = 5\%$

2-2-2 Spectre de dimensionnement

Utilisé pour le calcul de résistance des appuis du pont vis-à-vis de la composante horizontale du séisme (figure 4), ce spectre tient en compte le comportement post-élastique de ces appuis en tenant compte du coefficient de comportement ($q > 1$). Le spectre de dimensionnement de l'accélération horizontale est exprimé par :

$$S_{ad}(T, \xi) = \begin{cases} 2.5\eta Ag S & 0 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta Ag S \left(\frac{T_2}{T}\right)^{2/3} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta Ag S \left(\frac{T_2}{3.0}\right)^{2/3} \left(\frac{3.0}{T}\right)^{5/3} & T \geq 3.0s \end{cases} \quad (4)$$

Où

T_2 : période caractéristique associée à la catégorie de site donnée dans le tableau 2,

S : coefficient de site donné dans le tableau 2.

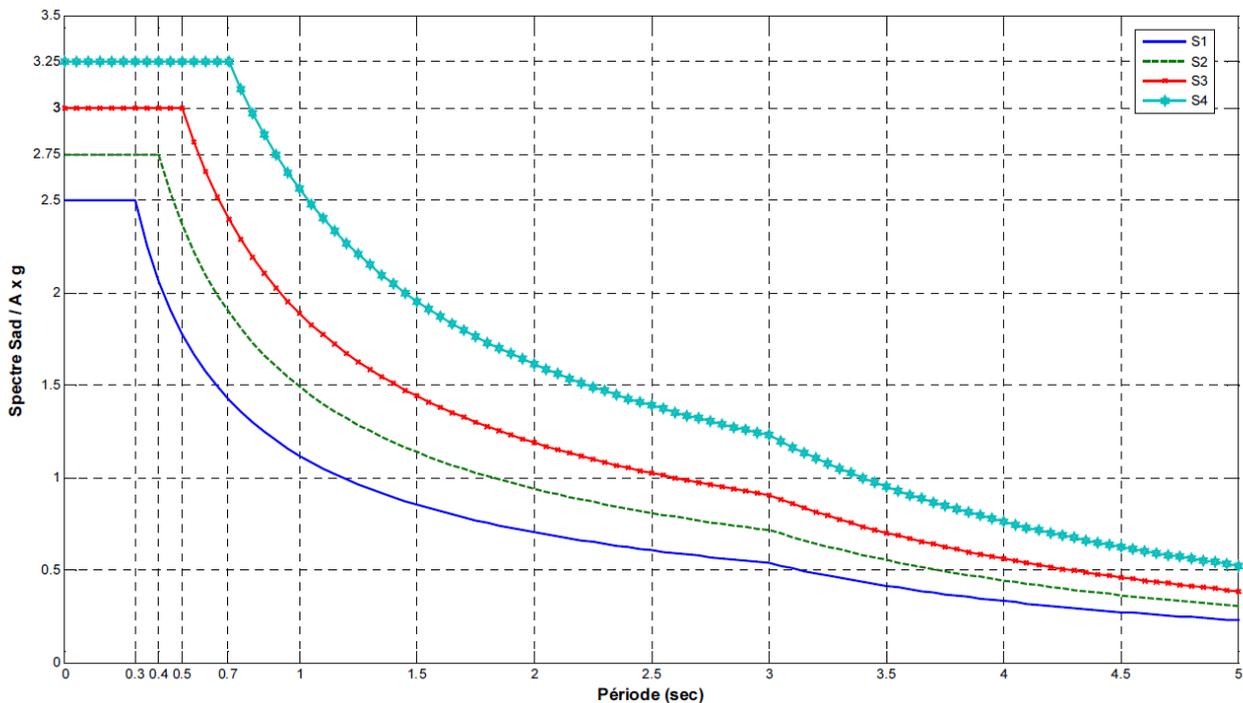


Fig. 4 Spectre de dimensionnement, composante horizontale de l'accélération, $\xi = 5\%$

3 ANALYSE

Pour analyser le comportement dynamique de l'ouvrage, il faut définir sa masse, sa raideur, et son amortissement. On pourra considérer que la masse de l'ouvrage est concentrée dans le tablier, elle se calcule en tenant compte des valeurs moyennes des charges permanentes du pont.

Pour les ponts supportant un trafic intense, on peut considérer une part des charges d'exploitation :

- 20% des charges d'exploitations routières pour ponts routiers urbains,
- 30% des charges d'exploitations ferroviaires,
- 0% pour les autres cas.

De manière générale, l'analyse d'un pont se fait par la méthode spectrale monomodale (mode fondamental) ou par la méthode du spectre de réponse (analyse dynamique linéaire). Il existe d'autres méthodes (spectre de puissance, analyse temporelle linéaire ou non linéaire) qui peuvent être utilisées pour des ouvrages non courants.

3-1 Analyse spectrale monomodale

Cette méthode utilise le mode fondamental de vibration selon les trois directions x, y et z. Dans chacune des directions, il y a lieu de considérer le mode fondamental sur lequel on reporte la totalité de la masse vibrante.

La méthode spectrale monomodale ne s'applique pas aux ponts spéciaux : arcs, ponts à béquilles, ponts à câbles (de suspension ou de haubanage), ponts cantilever. Elle s'applique aux ponts remplissant les critères suivants simultanément :

- la masse modale du mode fondamental doit être supérieure à 70% de la masse totale de la structure, y compris la masse des appuis en élévation (fut et chevrete),
- le biais géométrique est supérieur à 70 grades,
- l'angle balayé d'un pont courbe en plan est inférieur à 30 grades,
- la symétrie transversale c'est à dire la distance entre le centre de masse du tablier et le centre élastique des appuis transversaux n'excède pas 5% de la distance entre appuis extrêmes pour l'étude du séisme transversal.

3-1-1 Séisme longitudinal

$$K = \sum K_i$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

$$F = M \cdot S_a(T)$$

Déplacement longitudinal du tablier : $d = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot S_a(T)$

Force en tête de chaque appui : $F_i = \frac{K_i}{K} F$

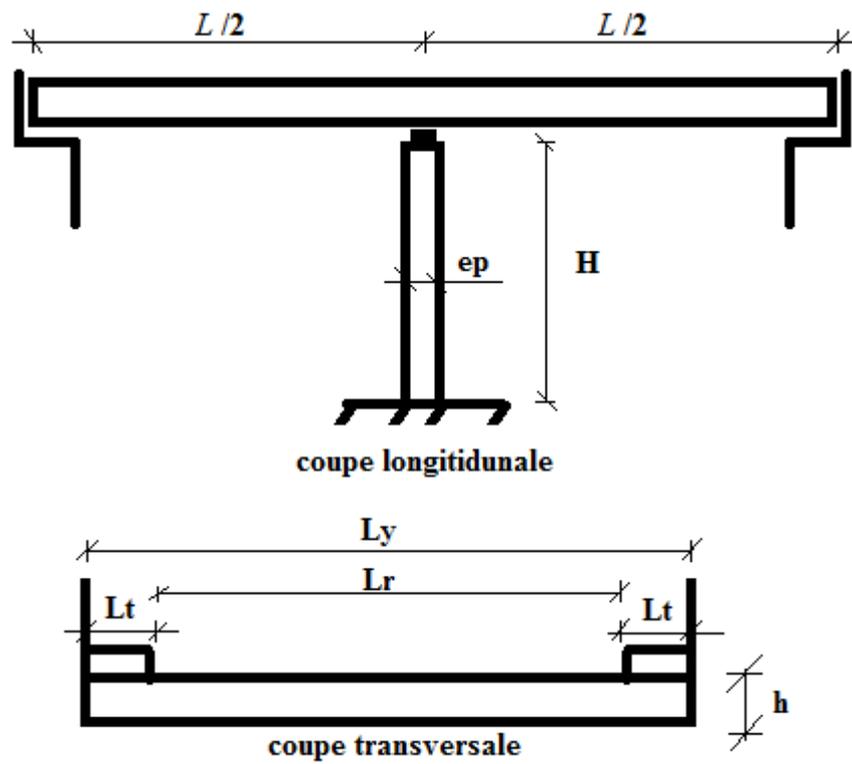
Exemple 1 :

.....

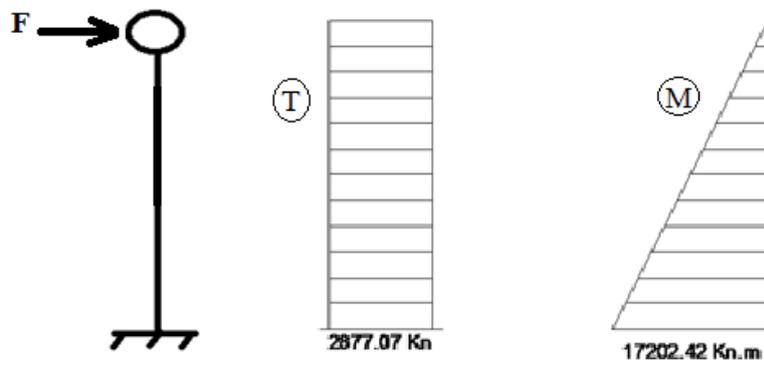
Exemple 2 :

.....

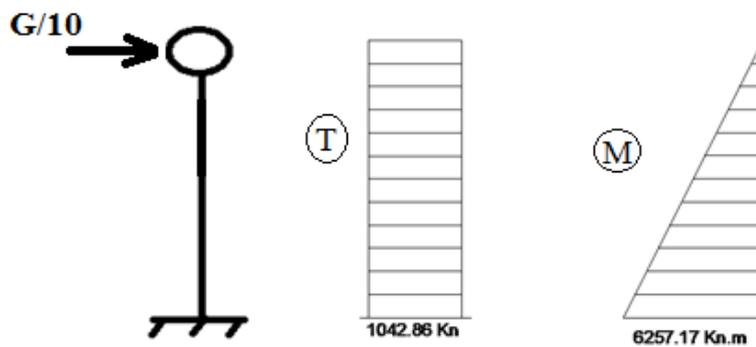
Exemple 3 :



1- Méthode dynamique



2- Méthode statique équivalente



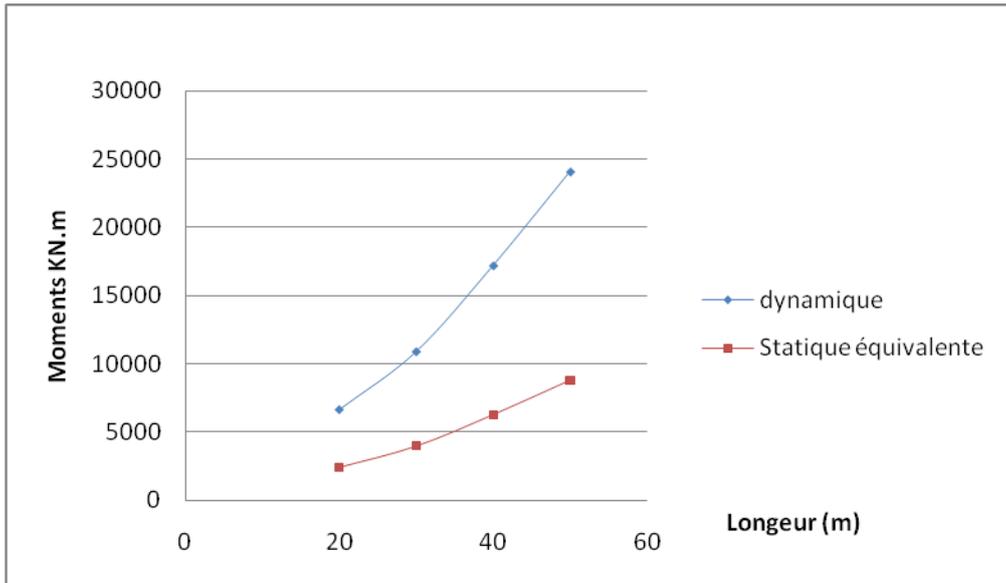
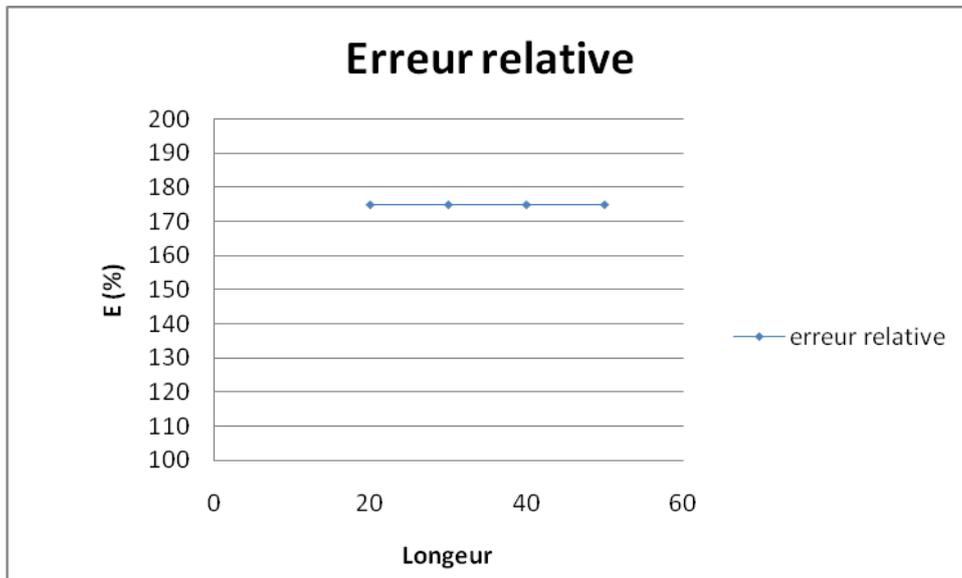


Figure (moments statique équivalente et dynamique)



Résultats

Les efforts engendrés par la méthode **dynamique** sont plus **importants** que ceux donnés par la **méthode statique équivalente**, et la dépassent de plus de **1.7 fois**.

3-1-2 Séisme transversal

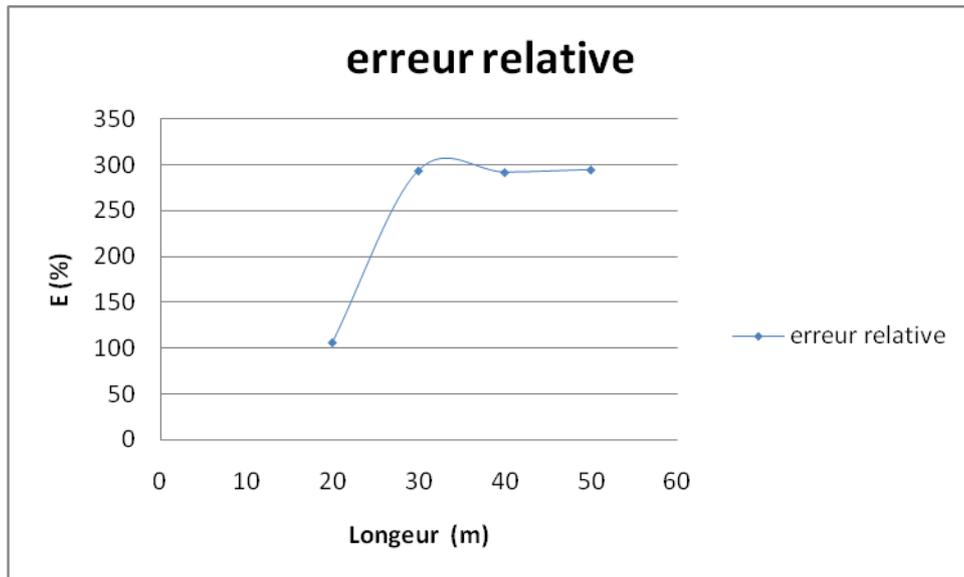
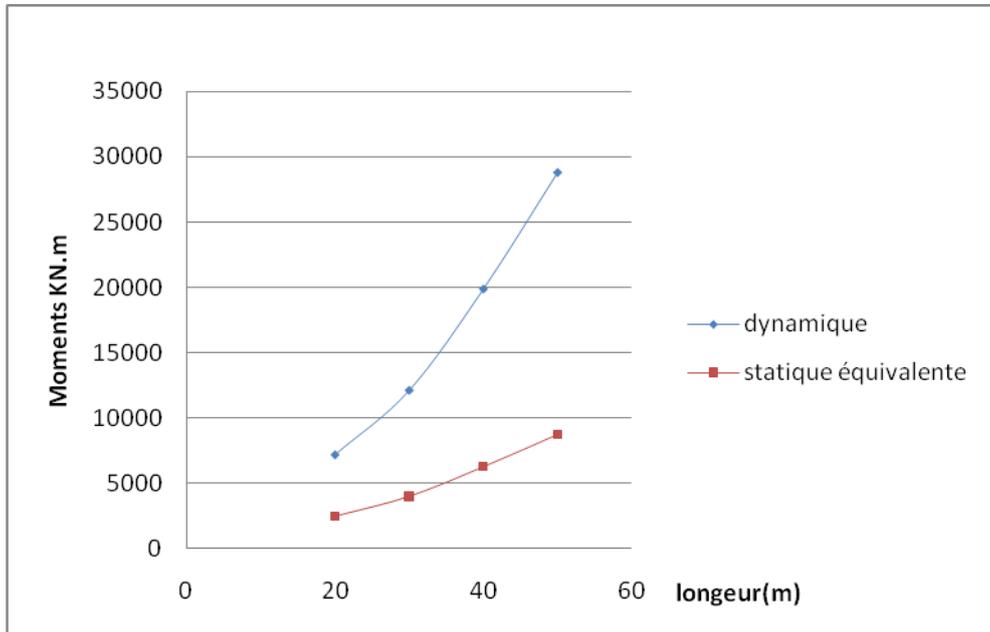
a- Tablier rigide : $\frac{L}{B} \leq 5$ même procédure que le séisme longitudinal

L est la longueur totale du tablier continu ;

B est la largeur du tablier ;

Exemple 4 :

.....



Résultats

Les efforts engendrés par la méthode **dynamique** sont plus **importants** que ceux donnés par la **méthode statique équivalente**, et la dépassent de plus de **3 fois** pour des portées supérieures à **30m**.

a- Tablier flexible : $\frac{L}{B} > 5$

Méthode de Rayleigh utilisant un système généralisé à un seul degré de liberté : $T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum m_i u_i^2}{\sum f_i u_i}}$
 m_i est la masse concentrée au i-eme point nodal ;
 u_i est le déplacement dans la direction étudiée, lorsque la structure est soumise aux forces ; $f_i = m_i g$

agissant à tous les points nodaux dans la même direction.

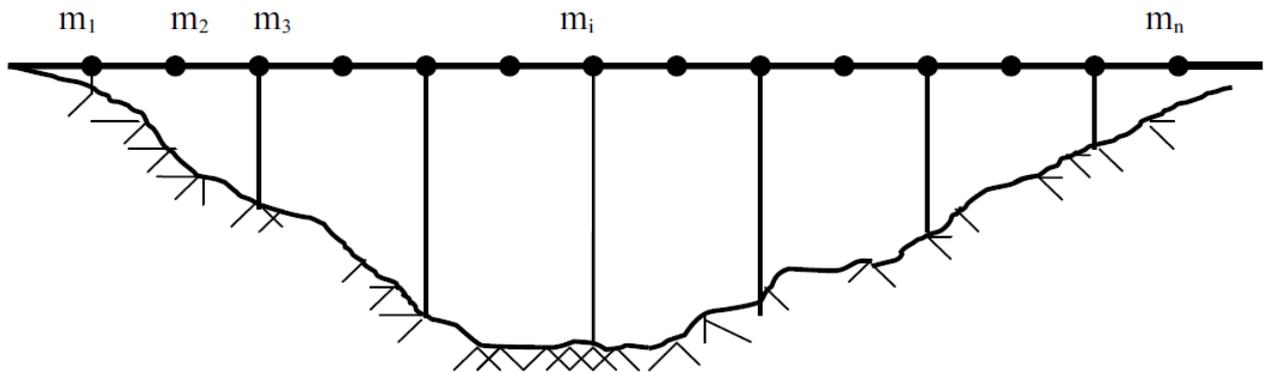


Fig. 5 Séisme transversal

$$F_i = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{S_a(T)}{g} \cdot u_i m_i$$

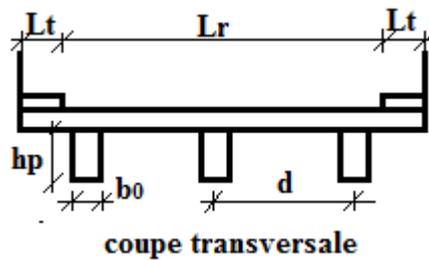
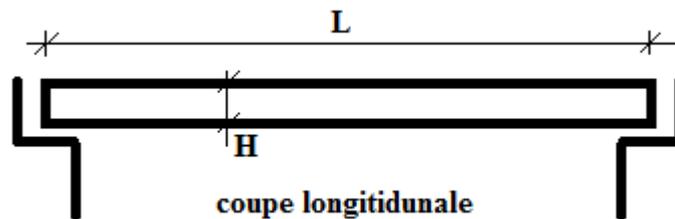
Exemple 5 :

ponts importants (**groupe 2**),

zone de sismicité très élevée (**zone III**),

Le tablier est constitué de **03** poutres en béton précontraint de section en T dont les dimensions sont :

Lx	Nbr de poutres	H	Lr	Lt	h _p	b ₀	d
30	2	1.8	3.8	1	1.6	0.8	3.3
35	3	2.2	4.4	1	2	0.8	1.9
40	3	2.5	5.9	1	2.3	0.8	2.7
50	4	3	7	1	2.8	0.85	2



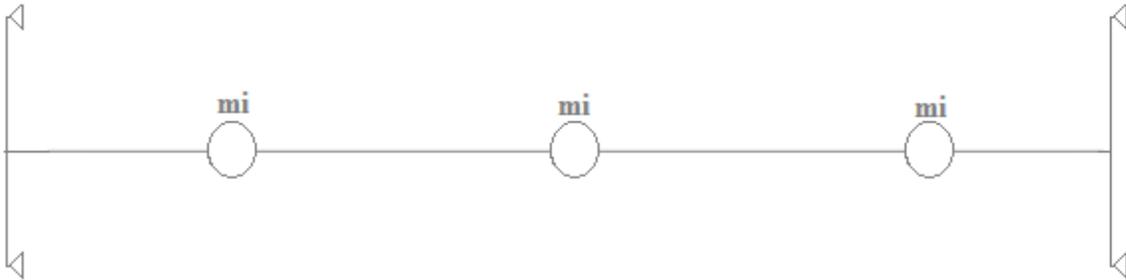
Béton : $f_{c28} = 35 \text{ MPa}$, $E_{bi} = 35981 \text{ MPa}$.

Solution :

1- Masse : $M = M_i + 0.2q(l) = 865 + 0.2(112.78) = 887.556 \text{ t}$

Rq: $(q=A(l)/g)$

$$m_i = \frac{M}{3} = 295.86 \text{ t}$$



2- Calcul du déplacement u_i

Par la méthode de Verichaguine : $u_1 = u_3 = \frac{25l^3}{3888EI}$ $u_2 = \frac{l^3}{48EI}$

I : l'inertie du tablier par rapport à l'axe vertical z.

E : Module d'élasticité du béton

$$I = \frac{2.3(0.8)^3}{12} x^3 + 2x(0.8x2.3x(2.7)^2) + \frac{0.2(7.9)^3}{12} = 35.34m^4$$

Dou : $u_1 = u_3 = 0.9383x10^{-6} m$; $u_2 = 3.043x10^{-6} m$

3- Calcul des forces f_i

$$f_i = m_i \cdot g = 295.86 \times 9.81 = 2902.38KN$$

4- Calcul du période de la structure : $T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum m_i(u_i)^2}{\sum f_i u_i}} = 0.003s$

5- L'accélération spectrale :

On a $T_1 = 0.20s$; $T_2 = 0.70s$ $S = 1.3$

Pour $T = 0,003s$

$$S_{ae}(T) = AgS(1 + \frac{T}{T_1}(2,5\eta - 1)) \quad 0 \leq T \leq T_1$$

$$S_{ae}(T) = 0.3 \times 9.81 \times 1.3 \times (1 + \frac{0.003}{0.2} \times (2.5 - 1)) = 3.91 \text{ m/s}^2$$

6- Calcul de la force Fi:

$$F_i = \frac{4\pi^2}{T^2} \times \frac{Sa(T)}{g} \times x u_i m_i$$

$$F_1 = F_3 = 484.85 \text{KN} ; F_2 = 1572.43 \text{KN}$$

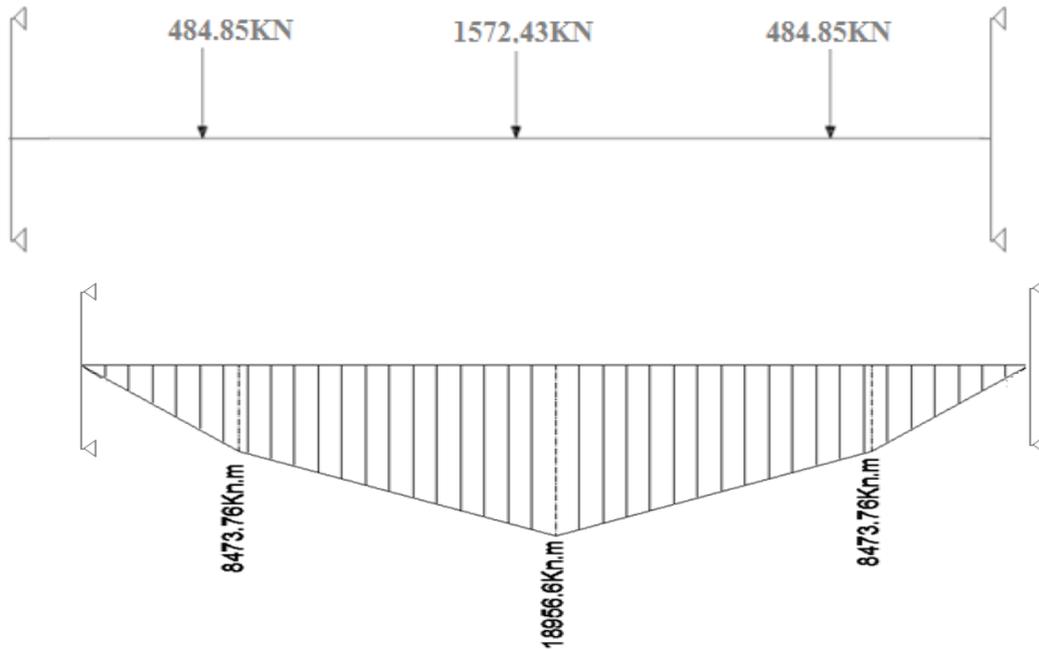


Figure diagramme du moment fléchissant (méthode dynamique) ; vue en plan

Méthode statique équivalente :

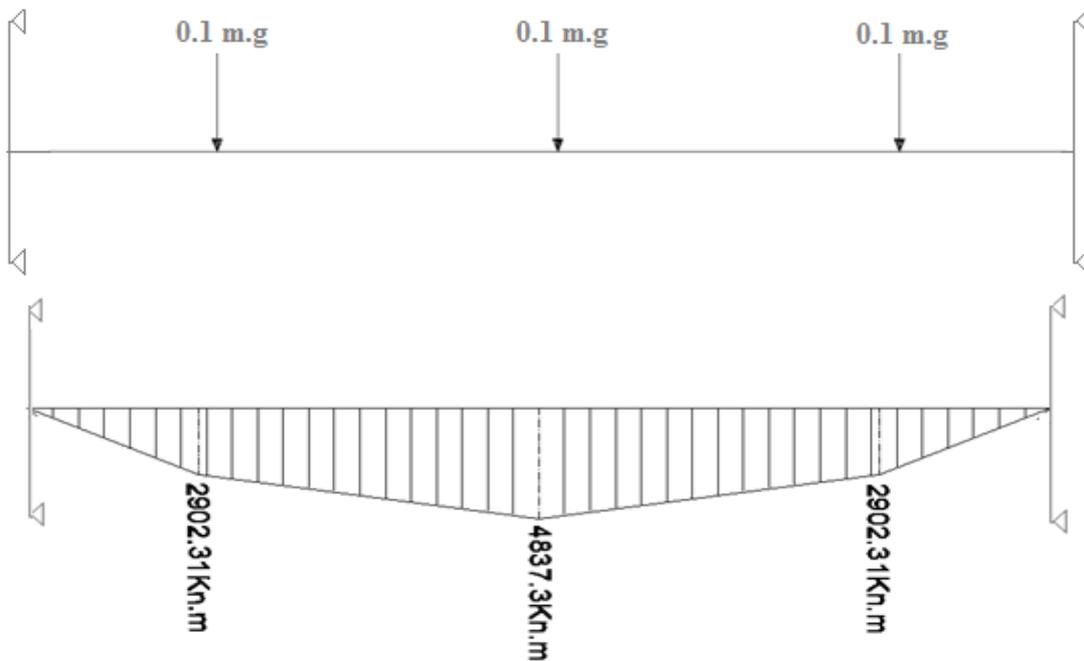
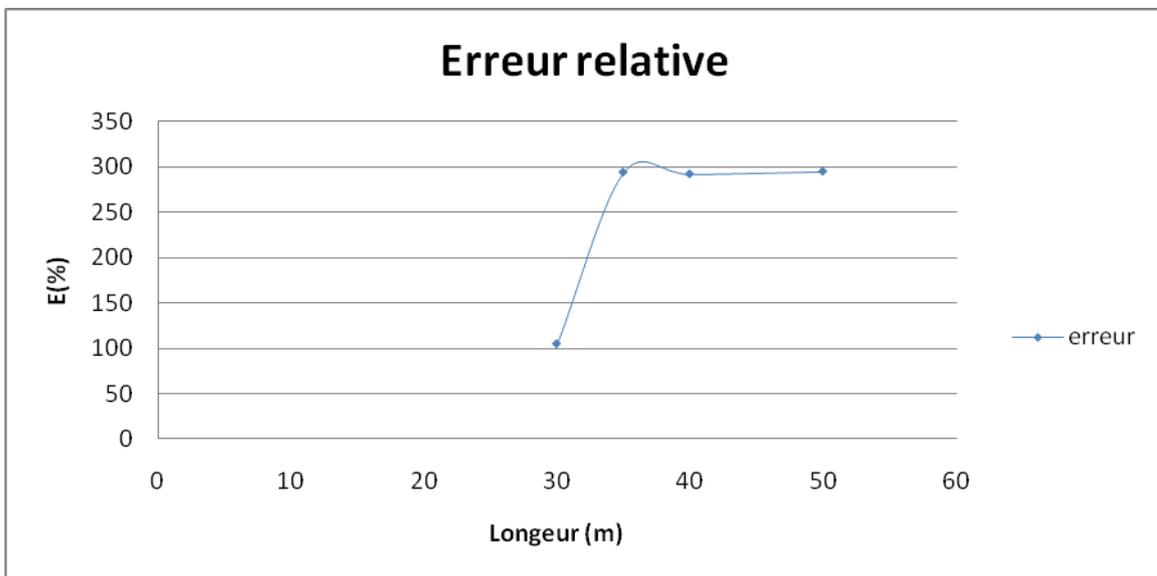
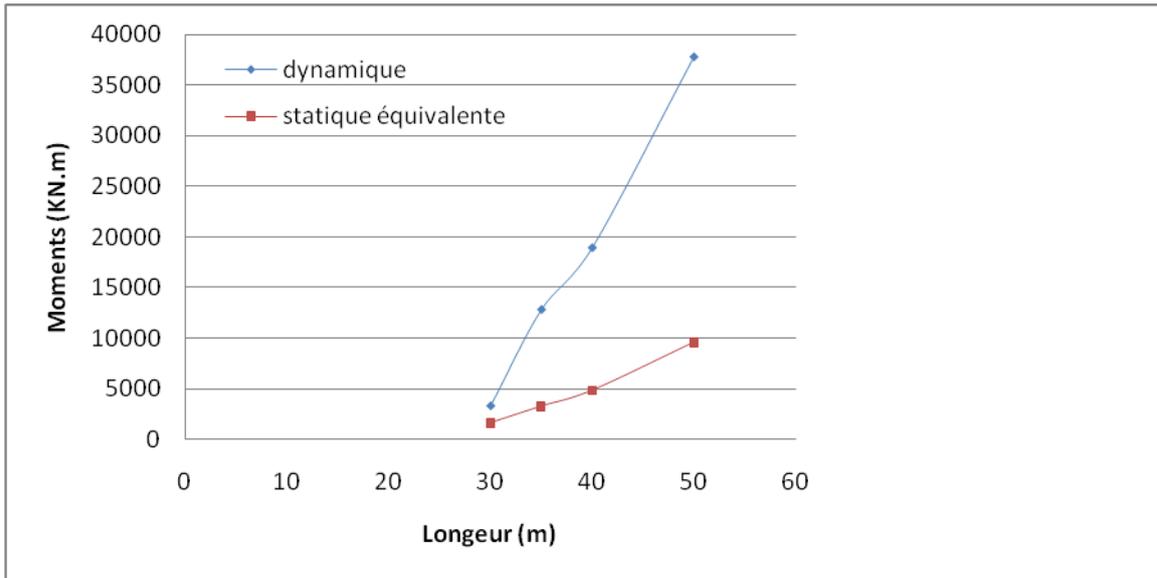


Figure diagramme du moment fléchissant (Méthode statique équivalente);vue en plan



Résultats

Les efforts engendrés par la méthode **dynamique** sont plus **importants** que ceux donnés par la **méthode statique équivalente**, et la dépassent de plus de **3 fois** pour des portées supérieures à **35m**.

3-1-3 Séisme vertical

Le tablier est flexible quand il oscille dans le plan vertical. On peut donc utiliser l'une des deux méthodes :

- la méthode monomodale de Rayleigh, avec des forces dynamiques appliquées aux masses m_i

$$F_i = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{S_{ae}^v(T)}{g} \cdot v_i m_i$$

- la méthode multimodale (plusieurs modes de vibrations).

Exemple 6 : Analyse multimodale

Pont en B.P, L = 30 m, B = 10.5 m (2^{ème} ligne du tableau), représentatif d’une catégorie de ponts fréquemment utilisés en Algérie. Les poutres préfabriquées en béton précontraint reposent sur les deux culées par le biais d’appareils d’appuis fixes. Le pont est implanté en zone de sismicité moyenne (**Zone IIa**), situé dans un site très meuble (**S4**). Il est calculé premièrement par la méthode d’analyse du spectre de réponse élastique conformément aux RPOA-2008 et deuxièmement avec la méthode statique équivalente.

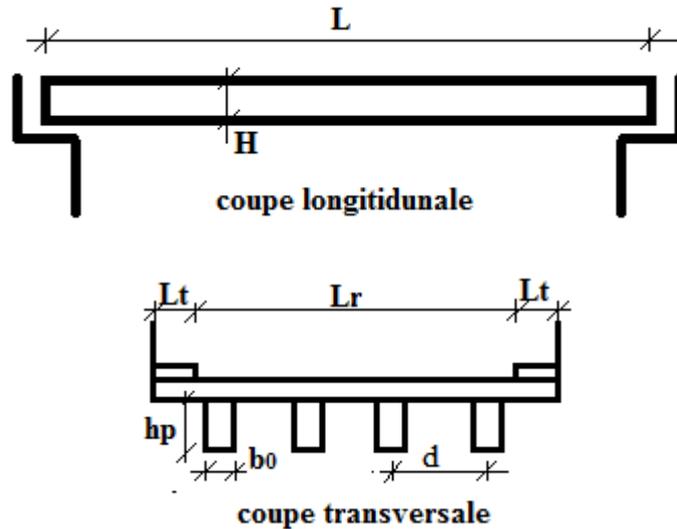


Figure représentations des tabliers étudiés

Le tableau ci dessous représente les dimensions des différents ponts étudiés

L	Nbr de poutres	H	Lr	Lt	h _p	b ₀	d
20	4	1.2	8	1.25	1.0	0.6	3.1
30	4	2.2	8	1.25	2	0.5	2.5
40	4	2.5	9	1.25	2.3	0.8	3
50	4	3	9	1.25	2.8	0.8	2.9

Tableau: dimensions des différents ponts étudiés

1- Caractéristiques des matériaux :

Béton précontraint : $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$, $f_{c28} = 35 \text{ Mpa}$

Acier : FeE 400

Appareils d’appui : fixes

2- Masse : On va supposer que la masse est concentrée en 3 points comme l’indique la figure ci-dessous

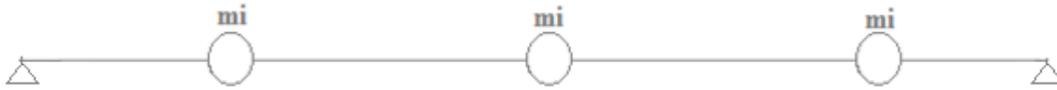


Figure 39 modélisations de la masse sur l'ouvrage [15]

La masse totale de tablier comporte à la fois le poids propre du tablier et 20% de la surcharge A(1) pour le séisme **descendant**.

$$M=685.27 \text{ t}$$

$$m_i=228.42 \text{ t}$$

En cas du séisme ascendant, le tablier est vide (non chargé), soit

$$M=623.5 \text{ t}$$

$$m_i= 207.83 \text{ t}$$

A. séisme descendant :

1. Calcul dynamique :

1.1. Raideur de la structure :

On va calculer en premier lieu la **matrice de flexibilité** puis on calculera la **matrice de rigidité**.

1.1.1 matrice de flexibilité :

Pour la détermination des déplacements u_{ij} en utilise la méthode RDM de *Vérichaguine*

$$u_{11}=u_{33}=\frac{25l^3}{3888EI}$$

avec : I : moment d'inertie du tablier par a l'axe

Transversal des y.

E : module de Young

$$u_{12}=u_{21}=u_{32}=u_{23}=\frac{39l^3}{3888EI}$$

$$u_{31}=u_{13}=\frac{17l^3}{3888EI}$$

$$u_{22}=\frac{l^3}{48EI}$$

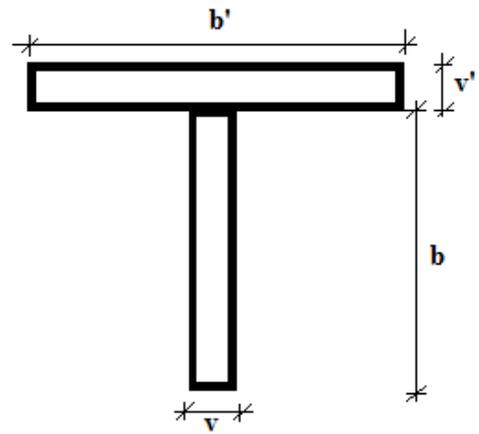
Calcul du moment d'inertie :

$$\frac{b' - b_0}{2} \leq \inf \left\{ \begin{array}{l} \frac{L_p}{10} = \frac{30}{10} = 3 \\ \frac{d - b_0}{2} = \frac{2.5 - 0.5}{2} = 1 \\ 6h = 6 \times 0.25 = 1.5 \end{array} \right\} \quad b' = 2.5m$$

$$Y_g = \frac{\sum y_i \cdot S_i}{\sum S_i} = \frac{(0.5 \times 2 \times 1) + (0.25 \times 2.5 \times 2.125)}{(0.5 \times 2) + (0.25 \times 2.5)} = 1.4327m$$

$$I_p = \frac{b_1 h_1^3}{12} + S_1 x (y_g - y_1)^2 + \frac{b_2 h_2^3}{12} + S_2 x (y_g - y_2)^2$$

$$I_p = 0.8292 m^4$$



$$I_{pt} = I_p \cdot n = 0.8292 \times 4 = 3.317 m^4 \quad \text{avec } n : \text{ nombre de poutres}$$

Module de Young [15]

$$E = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 35981.73 \text{ Mpa}$$

D'où : la matrice de flexibilité vaut [14]

$$[F] = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{31} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} \frac{25l^3}{3888} & \frac{39l^3}{3888} & \frac{17l^3}{3888} \\ \frac{39l^3}{3888} & \frac{l^3}{48} & \frac{39l^3}{3888} \\ \frac{17l^3}{3888} & \frac{39l^3}{3888} & \frac{25l^3}{3888} \end{bmatrix}$$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1.45 & 2.27 & 0.99 \\ 2.27 & 4.71 & 2.27 \\ 0.99 & 2.27 & 1.45 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \frac{m}{MN}$$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1.45 & 2.27 & 0.99 \\ 2.27 & 4.71 & 2.27 \\ 0.99 & 2.27 & 1.45 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \frac{m}{MN}$$

1.1.2 Calcul de la matrice de rigidité

$$[K]=[F]^{-1} = \frac{Adj[F]}{\det[F]}$$

$$\det[F]=5.49 \times 10^{-10}$$

$$adj[F]= \begin{bmatrix} 1.681 & 1.044 & 0.487 \\ 1.044 & 1.122 & 1.044 \\ 0.487 & 1.044 & 1.681 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$$

1.2 Calcul des fréquences naturelles et les modes vibrations :

Pour déterminer les fréquences naturelles il convient de résoudre l'équation

$$\det([k] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (*)$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} 3.061 & -1.9 & 0.887 \\ -1.9 & 2.044 & -1.9 \\ 0.887 & -1.9 & 3.061 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} 228.42 & 0 & 0 \\ 0 & 228.42 & 0 \\ 0 & 0 & 228.42 \end{bmatrix} \right) = 0$$

On pose : $x = \frac{m\omega^2}{10^6}$

L'équation (*) devient :

$$-x^3 + 8.166x^2 - 13.876x + 1.4875 = 0$$

Pour la résolution de cette équation on utilise la méthode de Newton Raphson Telle que :

$$f(x) = -x^3 + 8.166x^2 - 13.876x + 1.4875$$

On cherche la 1^{er} racine pour $0 \leq x \leq 1$:

$$f(0) = 1.4875$$

$$f(1) = -4.8625$$

$$F(0).F(1) \leq 0 \text{ Donc il existe au moins une solution } \in [0,1]$$

$$f'(x) = -3x^2 + 16.332x - 13.876$$

$$f''(x) = -6x + 16.332$$

$$f''(x) = 0 \rightarrow x = 2.722 \notin [0,1] \text{ le critère de convergence est vérifié.}$$

$$x(i_{+1}) = x(i) - \frac{f(x(i))}{f'(x(i))}$$

On arrête si : $x(i_{+1}) - x(i) \leq \varepsilon$

Après calcul la 1^{er} racine $x' = 0.1453$

Pour division euclidienne de l'éq(*) par $(x-0,1453)$ on aura une éq du 2^e degré dont les racines sont :

$$x'' = 5.847$$

$$x''' = 2.174$$

Donc les solutions finale de l'éq (*) sont :

$$x_1 = 0.145 \rightarrow \omega_1 = 25.21 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = 0.25 \text{ s}$$

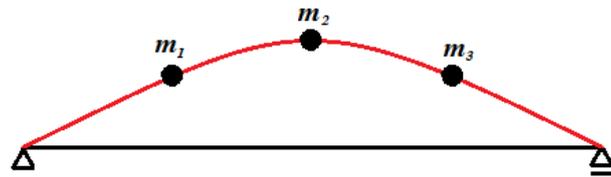
$$x_2 = 2.174 \rightarrow \omega_2 = 97.56 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = 0.065 \text{ s}$$

$$x_3 = 5.847 \rightarrow \omega_3 = 159.99 \text{ rad/s} \rightarrow T_3 = 0.04 \text{ s}$$

1.3 Calcul des modes propres :

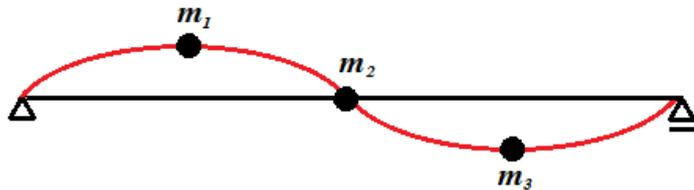
Mode 1 : $x_1 = 0.145 \quad \phi_{11} = 1$

$$\{\phi^{(1)}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{Bmatrix}$$



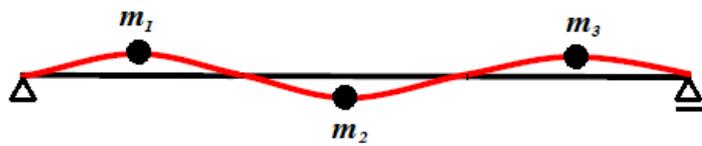
Mode 2 : $x_2 = 2.174 \quad \phi_{12} = 1$

$$\{\phi^{(2)}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix}$$



Mode 3 : $x_3 = 5.847 \quad \phi_{13} = 1$

$$\{\phi^{(3)}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$



1.4 Calcul des masses généralisées :

$$M_i = \{\phi^{(i)}\}^T \cdot [M] \cdot \{\phi^{(i)}\}$$

$$M_1 = \{1, 2, 1\} \cdot \begin{bmatrix} 228.42 & 0 & 0 \\ 0 & 228.42 & 0 \\ 0 & 0 & 228.42 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{Bmatrix} = 1370.52 \text{ t}$$

$$M_2 = \{1, 0, -1\} \cdot \begin{bmatrix} 228.42 & 0 & 0 \\ 0 & 228.42 & 0 \\ 0 & 0 & 228.42 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} = 456.84 t$$

$$M_3 = \{1, -1, 1\} \cdot \begin{bmatrix} 228.42 & 0 & 0 \\ 0 & 228.42 & 0 \\ 0 & 0 & 228.42 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 685.26 t$$

1.5 Calcul des facteurs de participation modale :

$$\alpha_i = \frac{\{\varphi^{(i)}\} [M] \{I\}}{M_i}$$

$$\alpha_1 = \frac{\{1, 2, 1\} \cdot \begin{bmatrix} 228.42 & 0 & 0 \\ 0 & 228.42 & 0 \\ 0 & 0 & 228.42 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{1370.52} = 0.66$$

$$\alpha_2 = \frac{\{1; 0; -1\} \cdot \begin{bmatrix} 228.42 & 0 & 0 \\ 0 & 228.42 & 0 \\ 0 & 0 & 228.42 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{456.84} = 0$$

$$\alpha_3 = \frac{\{1, -1, 1\} \cdot \begin{bmatrix} 228.42 & 0 & 0 \\ 0 & 228.42 & 0 \\ 0 & 0 & 228.42 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{685.26} = 0.33$$

1.6 Détermination des actions sismiques

- **Zone de sismicité**

La zone de sismicité où est projeté l'ouvrage est classée en **Zone IIa**.

- **Classe de l'ouvrage**

L'ouvrage est de première classe (RCPR) et rangé en **groupe 2** (RPOA-2008).

- **Coefficient d'accélération**

L'ouvrage est de groupe 2, situé en zone IIa, Le coefficient d'accélération de zone est donné par le tableau 2. Soit **A = 0.20**.

Classification des sols : Site S4.

La réponse spectrale :

$$\text{Site très meuble S4} \begin{cases} T_1 = 0.20s \\ T_2 = 0.4s \end{cases}$$

$$\text{Pour } T_{(1)} = 0.25 s$$

$$T_1 \leq T_{(1)} \leq T_3 \rightarrow Sae_{(1)} = \alpha A g \eta = 3.43 m/s^2$$

$$\text{Pour } T_{(2)} = 0.065 s$$

$$0 \leq T_{(2)} \leq T_1 \rightarrow Sae_{(2)} = \alpha A g \left(1 + \frac{T}{T_1} (2.5\eta - 1) \right) = 2.03 m/s^2$$

$$\text{Pour } T_{(3)} = 0.04 s$$

$$0 \leq T_{(3)} \leq T_1 \rightarrow Sae_{(3)} = \alpha A g \left(1 + \frac{T}{T_1} (2.5\eta - 1) \right) = 1.785 m/s^2$$

1.7 Calcul des réponses modales maximales :

La valeur maximale probable E_i de l'effet sismique sur chaque degré de liberté doit être considérée en général comme égale à la racine carrée de la somme des carrés des réponses modales E_j (règle SRSS).

$$E_i = \sqrt{\sum E_j^2} .$$

Lorsque deux modes ont des périodes naturelles peu espacées $T_i \leq T_j$, avec le rapport

$$\rho = \frac{T_i}{T_j} \text{ Dépassant la valeur de } \frac{10}{10 + \xi} \text{ ou } \xi \text{ est le taux d'amortissement visqueux, la règle SRSS}$$

n'est pas sécuritaire. La méthode de la combinaison quadratique complète (méthode CQC) peut alors être appliquée.

Dans notre cas $\frac{10}{10 + \xi} = 0,66$ et donc la règle SRSS est sécuritaire.

Degrés de liberté 1 :

$$\ddot{x}_1^{(1)} = \phi_1^{(1)} \alpha_1 Sae^{(1)} = 1 \times 0.66 \times 3.43 = 2.26 m/s^2$$

$$\ddot{x}_1^{(2)} = \phi_1^{(2)} \alpha_2 Sae^{(2)} = 1 \times 0 \times 2.03 = 0$$

$$\ddot{x}_1^{(3)} = \phi_1^{(3)} \alpha_3 Sae^{(3)} = 1 \times 0.33 \times 1.785 = 0.59 m/s^2$$

$$\ddot{x}_1^{\max} = \sqrt{(2.26)^2 + 0 + (0.59)^2} = 2.34 m/s^2$$

Degrés de liberté 2 :

$$\ddot{x}_2^{(1)} = \phi_2^{(1)} \alpha_1 Sae^{(1)} = 2 \times 0.66 \times 3.43 = 4.53 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{x}_2^{(2)} = \phi_2^{(2)} \alpha_2 Sae^{(2)} = 0 \times 0 \times 2.03 = 0$$

$$\ddot{x}_2^{(3)} = \phi_2^{(3)} \alpha_3 Sae^{(3)} = -1 \times 0.33 \times 1.785 = -0.59 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{x}_2^{\max} = \sqrt{(4.53)^2 + 0 + (-0.59)^2} = 4.57 \text{ m/s}^2$$

Degrés de liberté 3 :

$$\ddot{x}_3^{(1)} = \phi_3^{(1)} \alpha_1 Sae^{(1)} = 1 \times 0.66 \times 3.43 = 2.26 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{x}_3^{(2)} = \phi_3^{(2)} \alpha_2 Sae^{(2)} = -1 \times 0 \times 2.03 = 0$$

$$\ddot{x}_3^{(3)} = \phi_3^{(3)} \alpha_3 Sae^{(3)} = 1 \times 0.33 \times 1.785 = 0.59 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{x}_3^{\max} = \sqrt{(2.26)^2 + 0 + (0.59)^2} = 2.34 \text{ m/s}^2$$

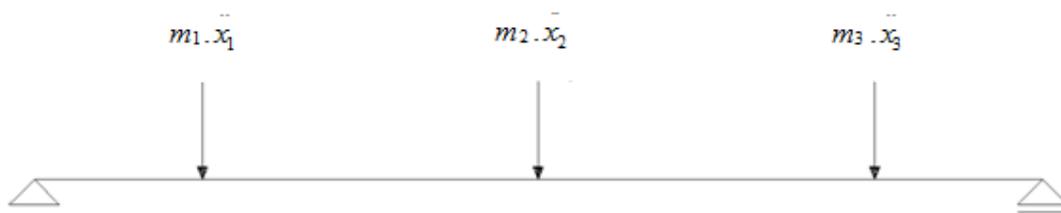


Figure présentations des efforts sur le tablier (séisme descendant)
Méthode dynamique

Calcul des moments

On utilise les formules d'équilibre de la RDM [14] pour déterminer les réactions tel que :

$$R_a + R_b = 2099.16 \text{ KN}$$

$$R_a = R_b = 235.2 \text{ KN}$$

$$m_1(x) = R_a \cdot 5 = 5247.9 \text{ KN.m}$$

$$m_2(x) = R_a \cdot 15 - 532.21 \cdot 10 = 10421.6 \text{ KN.m}$$

$$m_3(x) = R_a \cdot 25 - 532.21 \cdot 20 - 1034.74 \cdot 10 = 5247.9 \text{ KN.m}$$

D'où : $M_{max} = M_{max} = m_2(x) = 10421.6 \text{ KN.m} = 10421.6 \text{ KN.m}$

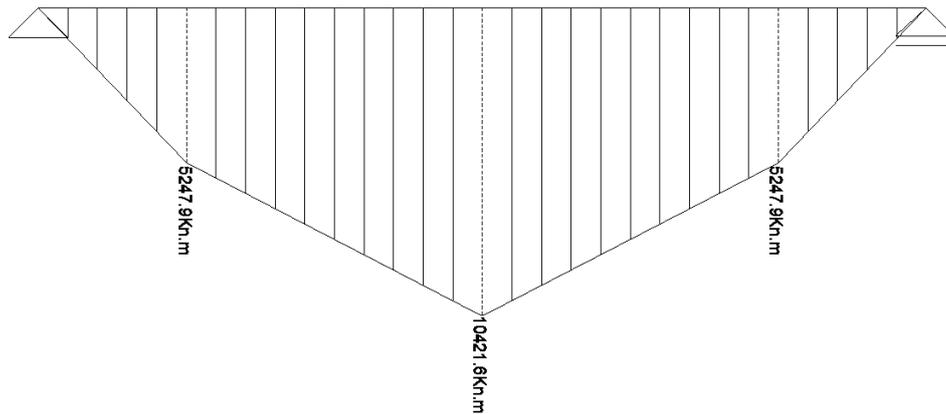


Figure diagrammes du moments fléchissant
Méthode dynamique (séisme descendant)

2. Calcul par la méthode statique équivalente :

2.1 Calcul des moments :

On utilise les formules d'équilibre de la RDM pour déterminer les réactions tell que :

$$R_a = R_b = 235.2 \text{ KN}$$

$$m_1(x) = R_a \cdot 5 = 1176 \text{ KN.m}$$

$$m_2(x) = R_a \cdot 15 - 156.8 \cdot 10 = 1960 \text{ KN.m}$$

$$m_3(x) = R_a \cdot 25 - 156.8 \cdot 20 - 156.8 \cdot 10 = 1176 \text{ KN.m}$$

D'où : $M_{max} = m_2(x) = 1960 \text{ KN.m}$

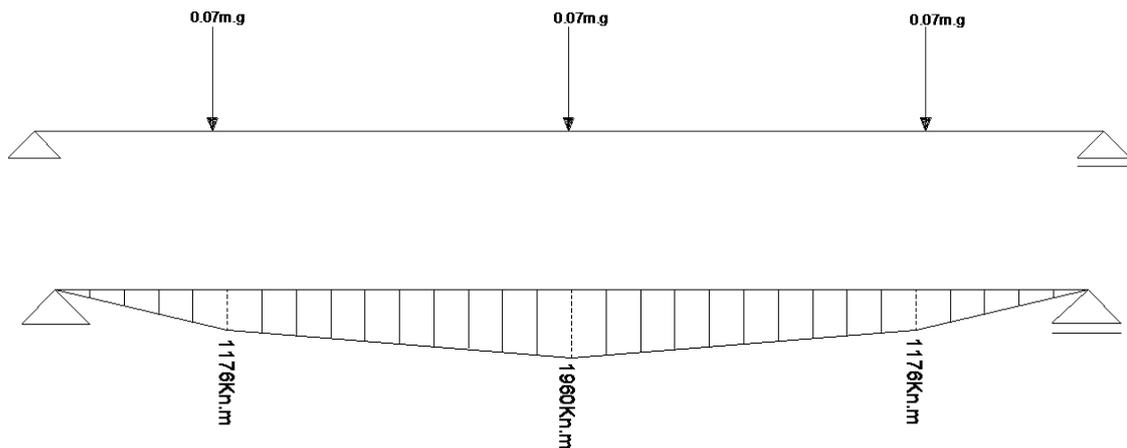


Figure diagramme des efforts et moments fléchissant
Méthode statique équivalente (séisme descendant)

B. Séisme ascendant :

1. Calcul dynamique :

1.1 Calcul des fréquences naturelles de vibration

$$\begin{aligned}\omega_1 &= 26.43 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = 0.24 \text{ s} \\ \omega_2 &= 102.3 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = 0.061 \text{ s} \\ \omega_3 &= 168.11 \text{ rad/s} \rightarrow T_3 = 0.037 \text{ s}\end{aligned}$$

1.2 Calcul des masses généralisé :

$$M_i = \{\varphi^{(i)}\}^T \cdot [M] \cdot \{\varphi^{(i)}\}$$

$$M_1 = 1246.98 \text{ t}$$

$$M_2 = 415.66 \text{ t}$$

$$M_3 = 623.5 \text{ t}$$

1.3 Calcul des factures de participation modale :

$$\alpha_i = \frac{\{\varphi^{(i)}\} [M] \{I\}}{M_i}$$

$$\alpha_1 = 0.66 \quad , \quad \alpha_2 = 0 \quad , \quad \alpha_3 = 0.33$$

1.4 La réponse spectrale :

$$\text{Site très meuble S4} \begin{cases} T_1 = 0.20 \text{ s} \\ T_2 = 0.4 \text{ s} \end{cases}$$

$$\text{Pour } T_{(1)} = 0.24 \text{ s}$$

$$T_1 \leq T_{(1)} \leq T_2 \rightarrow Sae_{(1)} = \alpha A g \eta = 1.817 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Pour } T_{(2)} = 0.061 \text{ s}$$

$$0 \leq T_{(2)} \leq T_1 \rightarrow Sae_{(2)} = \alpha A g \left(1 + \frac{T}{T_1} (2.5\eta - 1)\right) = 2.34 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Pour } T_{(3)} = 0.037 \text{ s}$$

$$0 \leq T_{(3)} \leq T_1 \rightarrow Sae_{(3)} = \alpha A g \left(1 + \frac{T}{T_1} (2.5\eta - 1)\right) = 1.96 \text{ m/s}^2$$

1.5 Calcul des reponses modale maximale : (Rq : il y a des erreurs)

$$x_{i_{\max}}^{(j)} = A_i^{(j)} \alpha_j S_D^{(j)}$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1^1 &= 0.582m / s^2 \\ \ddot{x}_1^2 &= 0 \\ \ddot{x}_1^3 &= 2.26m / s^2 \\ \ddot{x}_{1\max} &= \sqrt{(0,58)^2 + (2.26)^2} = 2.33m / s^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_2^1 &= -0.582m / s^2 \\ \ddot{x}_2^2 &= 0 \\ \ddot{x}_2^3 &= 4.53m / s^2 \\ \ddot{x}_{2\max} &= \sqrt{(-0,582)^2 + (4.53)^2} = 4.57m / s^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_3^1 &= 0.59m / s^2 \\ \ddot{x}_3^2 &= 0 \\ \ddot{x}_3^3 &= 2.26m / s^2 \\ \ddot{x}_{3\max} &= \sqrt{(0,582)^2 + (2.26)^2} = 2.33m / s^2 \end{aligned}$$

1.4 Calcul des moments : (Rq : il y a des erreurs)

$$\begin{aligned} R_a &= R_b = 959.13KN \\ m_1(x) &= R_a \cdot 5 = -4795.65KN.m \\ m_2(x) &= R_a \cdot 15 - 484.24 \cdot 10 = -9544.55KN.m \\ m_3(x) &= R_a \cdot 25 - 156.8 \cdot 20 - 156.8 \cdot 10 = -4795.65KN.m \end{aligned}$$

D'où : M max = $m_2(x) = -9544.55KN.m$

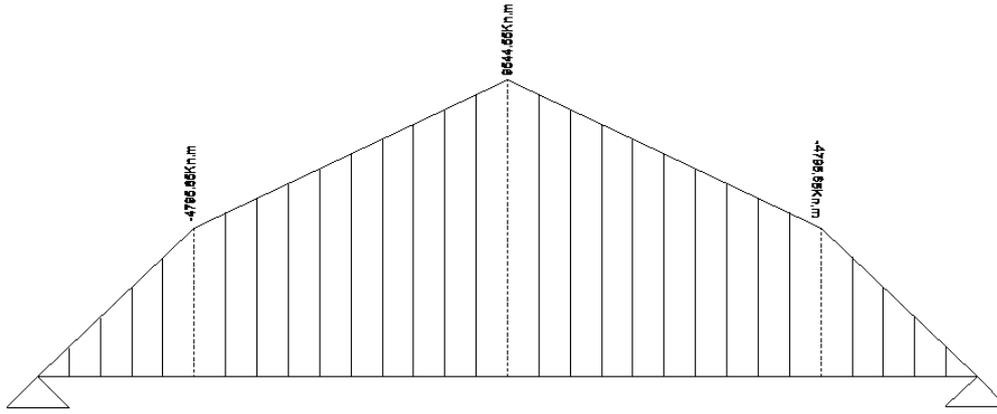


Figure diagrammes des moments fléchissant
Méthode dynamique (séisme ascendant)

2. Calcul par la méthode statique équivalente :

2.1 Calcul des moments :

$$R_a = R_b = 214.07 \text{ KN}$$

$$m_1(x) = R_a \cdot 5 = -1070.3 \text{ KN.m}$$

$$m_2(x) = -1784.03 \text{ KN.m}$$

$$m_3(x) = 1070.3 \text{ KN.m}$$

D'où : M max = $m_2(x) = -1784.03 \text{ KN.m}$

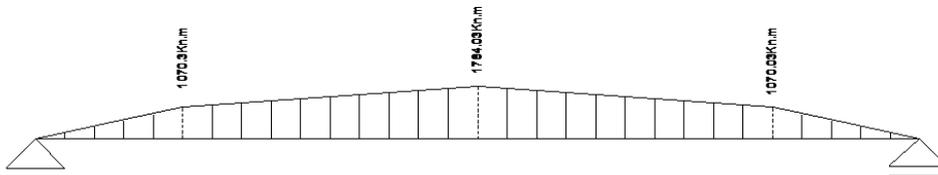


Figure diagrammes des moments fléchissant
Méthode statique équivalente (séisme ascendant)

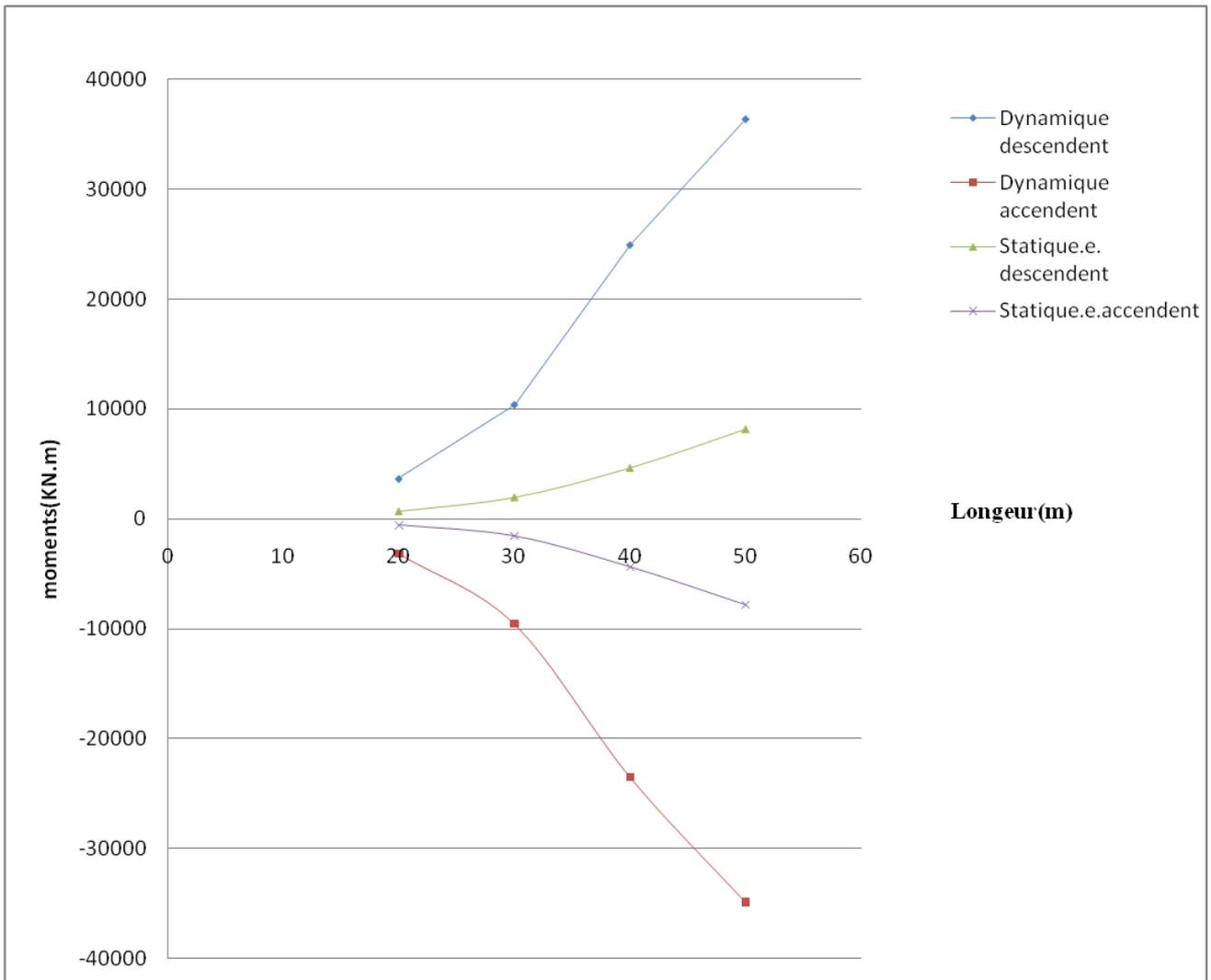
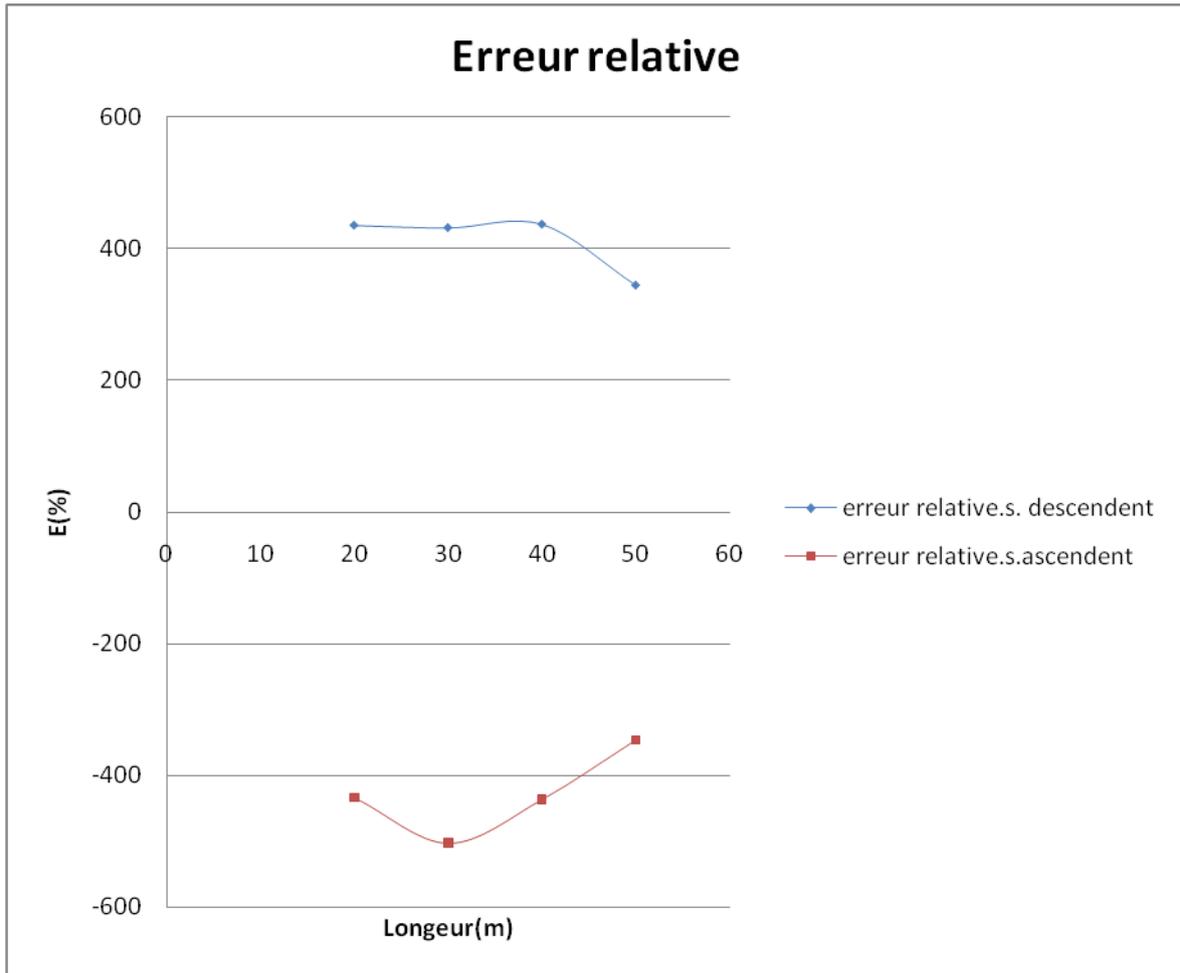


Figure graphes des résultats (moments statique équivalente et dynamique)



Résultats

Les résultats obtenus nous à confirmée que le calcul **dynamique** décrit par le RPOA reste plus prépondérant même pour le séisme vertical, il dépasse le calcul par la **méthode statique équivalente** de plus de **5 fois** que ce soit en séisme **descendant** ou **ascendant**.

CONCLUSION

Vue l'importance des ouvrages d'art dans le Génie Civil, le calcul dynamique s'avère nécessaire surtout après avoir vérifié qu'il toujours **3 à 4 !!** plus sécuritaire que la méthode statique équivalente (MSE).

La **MSE** ne **tient pas en compte** des caractéristiques **intrinsèques de l'ouvrage** telle que **sa rigidité**, son **amortissement**, son **importance fonctionnelle**. Elle ne tient pas en compte ni de **la sismicité** de la zone dans laquelle l'ouvrage est implanté ni **du type de sol** dans lequel il est fondé.

Le règlement algérien **RPOA**, inspiré de **l'Eurocode 8** et de **l'AFPS 92**, tient en compte de l'approche **dynamique** pour calculer l'ouvrage en séisme.

On dit que **La bonne conception n'est pas forcément plus onéreuse que la mauvaise**, mais ce qui est sûr est qu'elle **préserve les vies humaines** (90% de pertes en vies lors d'un séisme sont dus à l'effondrement de l'ouvrage).