

## Suite du cours Dynamique des gaz (Fluides compressibles)

Dans ce dernier chapitre, nous abordons les *fluides compressibles* qui présentent certaines particularités. La masse volumique d'un gaz varie avec sa pression. L'étude de l'écoulement d'un fluide compressible devient plus compliquée que celle d'un fluide incompressible. En effet, les variations de température ou de pression qui peuvent apparaître dans l'écoulement d'un liquide ne modifient en rien les volumes mis en jeu car la dilatation ou la compression sont généralement négligeables. En revanche, ces phénomènes prennent une grande importance lorsqu'il s'agit de vapeurs ou de gaz.

L'étude de l'écoulement des fluides compressible ne peut être abordée sans avoir fixé au préalable un certain nombre d'hypothèses simplificatrices (nature du gaz : parfait, type d'évolution : isotherme ou adiabatique,...etc).

### *EQUATIONS D'ETAT D'UN GAZ PARFAIT*

#### *Lois des gaz parfaits*

$$\boxed{\frac{P}{\rho} = r.T} \text{ avec :}$$

- P : pression.
- $\rho$  : masse volumique en (kg/m<sup>3</sup>).
- r : constante des gaz parfait ( $r = \frac{R}{M} = 287 \text{ J / Kg.}^{\circ}\text{K}$ ).
- T : température en (°K).

#### *Transformations thermodynamiques*

- Transformation à pression constante :

La chaleur récupérée par un gaz parfait à pression constante est :

$$\boxed{\Delta H = C_p . \Delta T}$$

avec :

- $\Delta H$  : variation d'enthalpie par unité de masse en (KJ/Kg)
- $C_p$  : chaleur spécifique à pression constante en (KJ/Kg. $^{\circ}$ K)
- $\Delta T$  : variation de température ( $^{\circ}$ K)
- Transformation à volume constant :

La chaleur récupérée par un gaz parfait à volume constant est :

$$\Delta U = C_v \cdot \Delta T$$

avec :

- $\Delta U$  : variation d'énergie interne par unité de masse en (KJ/Kg)
- $C_v$  : chaleur spécifique à volume constant en (KJ/Kg. $^{\circ}$ K)
- $\Delta T$  : variation de température en ( $^{\circ}$ K)

Remarque :

$$H = U + \frac{P}{\rho} \text{ équivaut à } \Delta H = \Delta\left(U + \frac{P}{\rho}\right) = \Delta U + \Delta(rT) = (C_v + r) \cdot \Delta T = C_p \cdot \Delta T$$

Donc :  $C_p = C_v + r$  : Relation de Mayer

On définit :  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

Exemple :

- Pour un gaz parfait monoatomique :  $C_p = \frac{5}{2} \cdot r$  et  $C_v = \frac{3}{2} \cdot r$  donc  $\gamma = \frac{5}{3}$
- Pour un gaz parfait diatomique :  $C_p = \frac{7}{2} \cdot r$  et  $C_v = \frac{5}{2} \cdot r$  donc  $\gamma = \frac{7}{5}$

or  $C_p = C_v + r$  donc  $C_p = \frac{C_p}{\gamma} + r$

ou encore :  $C_p = r \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1}$

La variation d'enthalpie est par conséquent :  $\Delta H = C_p \cdot \Delta T = \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) \cdot \Delta\left(\frac{P}{\rho}\right)$

ou encore  $H = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{P}{\rho} *$

- Transformation adiabatique :

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = Cte, \text{ D'après la lois des gaz parfaits : } \frac{P}{\left(\frac{P}{rT}\right)^\gamma} = Cte \text{ donc } \frac{P^{\gamma-1}}{T^\gamma} = Cte$$

ou encore,  $\boxed{\frac{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{T} = Cte}$

## **CLASSIFICATION DES ECOULEMENTS**

### ***Célérité du son***

Pour un écoulement isentropique, la vitesse du son, appelée également célérité du son, est donnée par l'expression suivante :

$$\boxed{C = \sqrt{\frac{\gamma \cdot P}{\rho}} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T}}$$

### ***Nombre de Mach***

On appelle nombre de **Mach** le rapport :

$$\boxed{M = \frac{V}{C}}$$

- V : Vitesse d'écoulement en (m/s)
- C : Célérité du son en (m/s)

Le nombre de Mach varie d'un point à l'autre de l'écoulement, non seulement parce que la vitesse varie, mais aussi parce que l'état du fluide varie, donc la célérité.

### ***Écoulement subsonique***

L'écoulement est dit subsonique si la vitesse d'écoulement est inférieure à la vitesse du son. Ou encore : si **M** < 1

### ***Écoulement supersonique***

L'écoulement est dit subsonique si la vitesse d'écoulement est supérieure à la vitesse du son. Ou encore : si **M** > 1

## **EQUATION DE CONTINUITE**

L'équation de continuité d'un fluide compressible est :

