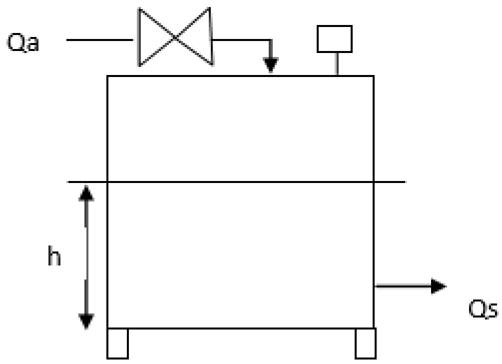
CHAPITRE I

INTRODUCTION

1-QUELQUES DEFINITIONS :

La régulation permet de maintenir une grandeur physique à une valeur constante quelques soient les perturbations extérieures. L'objectif global de la régulation peut se résumer par ces trois mots clefs : Mesurer, Comparer et Corriger. Nous somme donc amenés à effectuer des mesures pour obtenir certaines connaissances avant d'entreprendre une action. Ces mesures seront obtenues par l'intermédiaire d'appareillages spécifiques.

Exemple de procédé de régulation d'un bac de stockage : Notre objectif et maintenir un niveau h constant : Régulation de niveau



Les grandeurs qui modifient l'état du système : Grandeurs d'entrée.

Le débit d'alimentation Qa.

Le débit de soutirage Qs.

La température et la concentration du produit entrant : T_a et c_a.

Les grandeurs qui caractérisent l'état du système : Grandeurs de sortie.

Le niveau : h.

La température du produit dans le bac : T.

La concentration du produit : c.

2- STRUCTURE D'UN SYSTEME ASSERVI :

Le principe de base d'un asservissement est de mesurer l'écart entre la valeur réelle et la valeur cible de la grandeur asservie, et de piloter les actionneurs agissant sur cette grandeur pour réduire cet écart.

a- **Schéma fonctionnel :** C'est une représentation graphique abrégée des entités entrée et sortie d'un système physique.

b- **b- Système :** C'est un dispositif isolé soumis à des lois bien définies. Chaque système a plusieurs entrées et sorties par lesquelles on peut exercer une influence sur ce système.

c- **La consigne :** c'est ce que je veux, ce que je désire obtenir, exemple je veux 20 degrés centigrades dans mon salon.

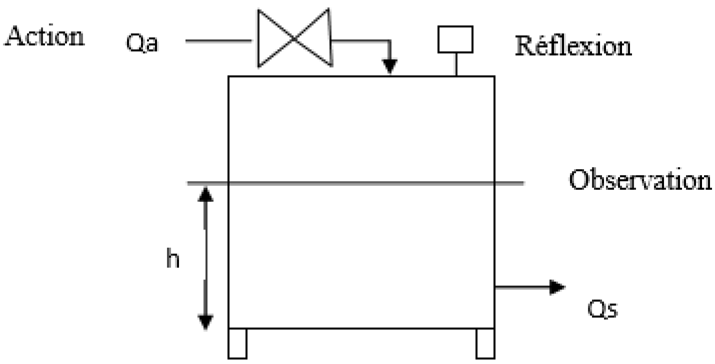
d- La grandeur réglante : c'est la grandeur qui va agir sur le processus (ex : radiateur) pour permettre dans notre exemple de modifier la température. e- La grandeur réglée : c'est ce que j'ai réellement, exemple j'ai 18 degrés centigrades dans ma pièce alors que j'en veux 20.

f- Les perturbations: ce sont des phénomènes qui peuvent modifier la bonne stabilité d'une boucle de régulation (ex : ouverture d'une fenêtre dans le cas d'une régulation de température d'un local domestique).

g- Le comparateur: Compare en permanence la consigne (w) et la grandeur réglée (x) et donne le résultat de cette comparaison au régulateur. h- l'erreur ε : Appelé également signal de commande, c'est la somme algébrique des signaux d'entrés et de sorties.

3- REGULATION MANUEL DE NIVEAU :

Pour effectuer la régulation manuellement nous avons besoin de trois opérateurs. Observation : Mesurer h et transmission de la mesure. Réflexion : Reçoit la mesure, comparaison de la mesure avec la consigne, commander l'ouverture de la vanne et transmission de la mesure. Action : Agir sur la vanne pour modifier le débit Qa, puis retour a l'observation. Cette boucle de régulation est dite boucle de régulation fermée.



Pour automatiser cette boucle, il faut remplacer chaque maillon humain par un appareil. Il faut également faire communiquer ces appareils les uns avec les autres.

4- REGULATION AUTOMATIQUE DE NIVEAU :

Les individus sont remplacés par des appareils.

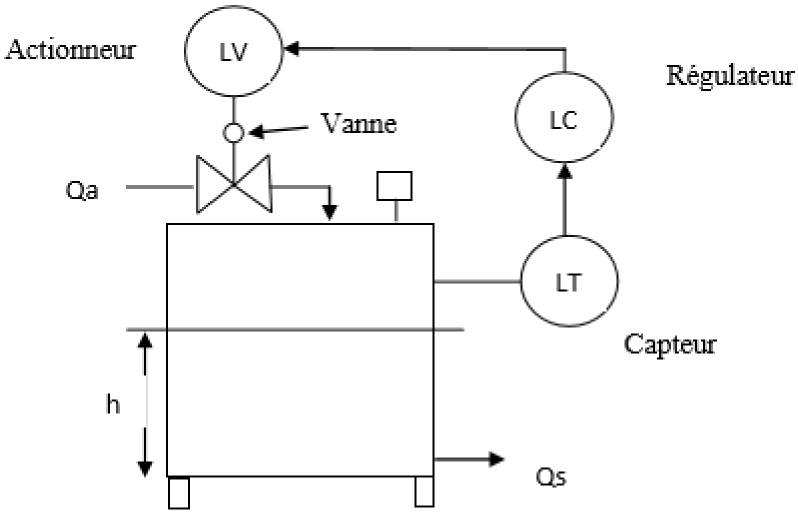
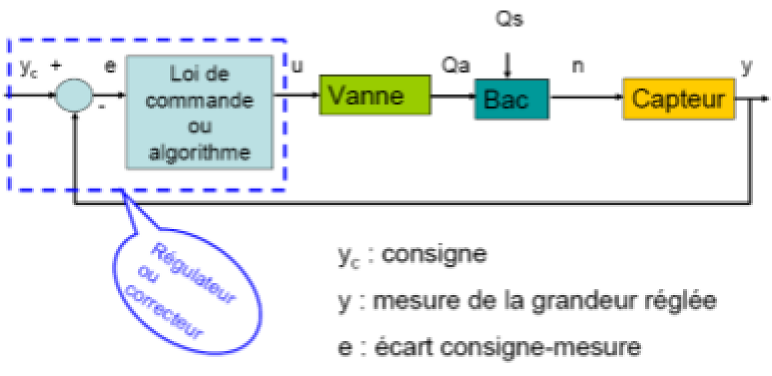
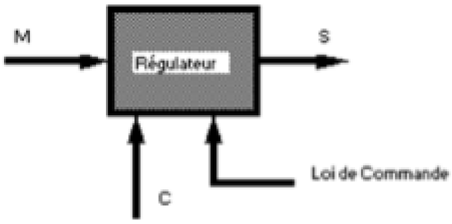


Schéma fonctionnel de la boucle de régulation de niveau :

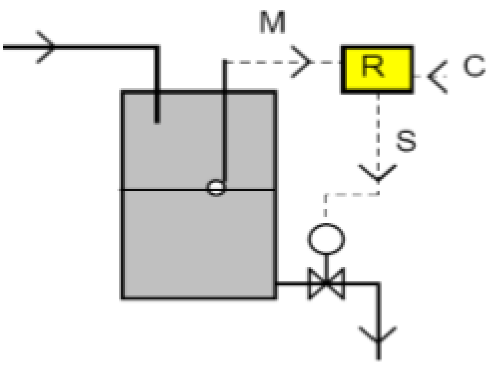


5-LA LOI DE COMMANDE :

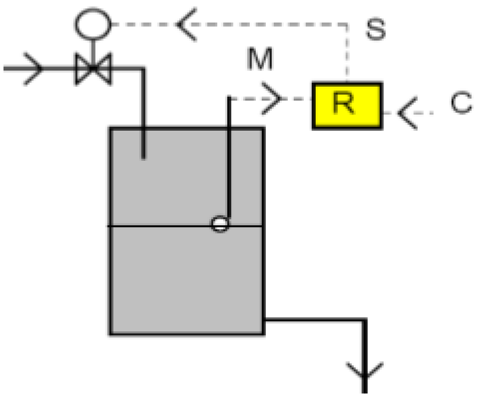
Le rôle du régulateur lorsque la mesure s'écarte de la valeur de consigne, est de déterminer la correction à apporter pour ramener la mesure à sa valeur de consigne. Le régulateur reçoit l'information sur la mesure M (%) et possède aussi l'information sur la consigne C.



Le régulateur calcule d'abord l'écart Mesure - Consigne (M-C), puis la valeur de S telle que : S = f(M-C) où f est la loi de commande ou encore algorithme de contrôle. La loi de commande la plus simple et la plus répandue dans l'industrie est le P.I.D. (Algorithme Proportionnel Intégral Dérivé). Le sens d'action consiste à calculer l'écart Mesure - Consigne de la façon suivante : M-C (direct) ou C-M (inverse). Exemple :



a- La vanne doit s'ouvrir lorsque la mesure augmente.



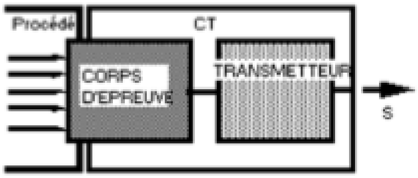
. b- la vanne doit se fermer lorsque la mesure augmente.

6- LES ELEMENTS CONSTITUTIFS DE LA CHAINE DE REGULATION :

6.1 Le capteur-transmetteur : Le capteur-transmetteur est constitué de 2 parties principales

a. Le corps d'épreuve qui se trouve en contact avec la grandeur physique à mesurer.

b. Le transmetteur est chargé de mettre en forme normalisée le signal S et transporte l'information. Ce transmetteur est aussi appelé conditionneur.



a. **Le corps d'épreuve :**

Exemples **:**

- La sonde qui se trouve plongée dans le milieu dont on mesure la température et dont la résistance varie quand la température varie.
- La membrane qui détecte une variation de pression par rapport à une pression de référence (vide ou atmosphère).

b. **Le transmetteur ou conditionneur :** C'est lui qui traite la mesure recueillie par le corps d'épreuve de façon à en tirer la valeur de la grandeur physique que l'on mesure.

Exemples :

- Pour la mesure de température, le transmetteur mesure la résistance de la sonde et lui affecte la température correspondante puis transforme cette valeur en pourcentage et enfin génère le signal de transmission.
- Pour la mesure de pression, le transmetteur relève la déformation de la membrane, lui associe la pression correspondante...

6.2. Choix du capteur-transmetteur :

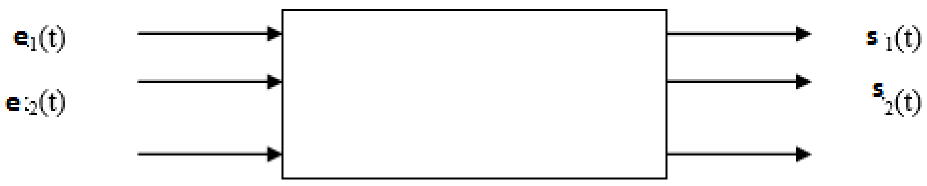
Il existe 2 types de capteur-transmetteurs, les capteur-transmetteurs dits "actifs" et les capteur-transmetteurs dits "passifs". Les capteur-transmetteurs actifs sont alimentés en 220 V et produisent le signal d'information (par exemple une intensité dans la gamme 4-20 mA). Les capteur-transmetteurs passifs ne sont pas alimentés en 220 V. dans ce cas, il faut ajouter un générateur. Le choix du corps d'épreuve est effectué en fonction du procédé. Pour le choix du transmetteur, il est effectué en fonction de la nature du signal d'information transmis.

CHAPITRE II

SYSTEMES LINEAIRES

1 – DEFINITIONS :

On appelle système linéaire, un système tel que si le signal d'entrée $e_1(t)$ donne s1(t) en sortie, et $e_2(t)$ donne $s_2(t)$, alors, le signal d'entrée est : $c_1\ e_1(t) + e_2\ \ x_2(t)$ donne $c_1\ s_1(t) + c_2\ \ s_2(t)$ en sortie. Pour tout couple de constantes c_1 et c_2.



$$Entrée \sum_i e_i(t) \rightarrow \sum_i s_i(t) Sortie$$

On dit qu'un terme est linéaire s'il est du premier degré dans les variables dépendantes et leurs dérivées. Aussi, on dit qu'une équation différentielle est linéaire si elle consiste en une somme de termes linéaires. Toutes les autres équations différentielles sont dites non linéaires.

2-Notion du signal :

Toutes sollicitations ou réponse d'un système sera considéré comme un signal.

2.1- Signaux temporels :

La description d'un signal consiste à invoquer son évolution au cours du temps. Ainsi, on peut dire qu'un système quelconque est capable de prendre un signal e(t)et de le transformer en un signal s(t).

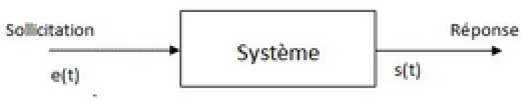


Figure2: Modèle génèle d'un système

2-2Principe de causalité :

Les signaux temporels possèdent une propriété essentielle : un effet ne pouvant survenir qu'après la cause qui lui a donné naissance, la réponse temporelle d'un système ne peut en aucun cas précéder la sollicitation qui en est la cause.

3- CALCUL OPERATIONNEL :

2.1- Définition : C'est un outil qui permet de remplacer une équation différentielle par une expression algébrique.

2.2- Transformée de Laplace : A toute fonction f(t) tel que f(t)=0 lorsque t<0, on fait correspondre une fonction F(p) de variable complexe p = jω appelée transformée de Laplace de f(t).

$$F(p) = L\,[f(t)], \quad f(t) = L\text{-}1\,[F(p)]$$

F(p) : Transformée de Laplace et f(t) : Image de F(p)

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-p}\ f(t)dt$$

3- QUELQUES PROPRIETES DES TRANSFORMEES DE LAPLACE :

a- <u>Somme de deux fonctions f1(t) et f2(t) transformables:</u>

$$L\,[f_1(t)] = F_1(p) \text{ et } L\,[f_2(t)] = F_2(p)$$

Alors :

$$L\,[f_1(t) + f_2(t)] = F(p) = F_1(p) + F_2(p)$$

b- <u>Linéarité :</u>

$$\text{Si : } f(t) = a\,f_1(t) + b\,f_2(t)$$

$$\text{alors : } F(p) = aF_1(p) + bF_2(p)$$

c- <u>Dérivée :</u>

Si : $L\,[f(t)] = F(p)$ et $L\,[df(t)/dt] = F'(p)$

Alors

$$F'(p) = pF(p)-f(0)$$

d- <u>Dérivée multiple :</u>

$F^n(p)= L\ [d^n f(t) / dt^n]$

alors :

$F^n(p) = p^n F(p)-p^{n-1} f(0)-p^{n-2} f'(0)-\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots -f^{n-1}(0)$

<u>e- Théorème des valeurs initiales et finales :</u>

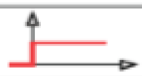
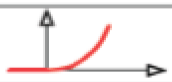
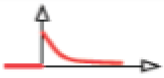
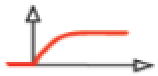
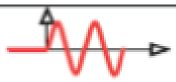
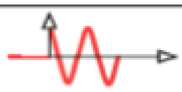
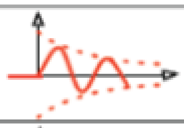
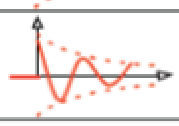
Théorème des valeurs initiales : $\lim\limits_{t\to 0^+} \boldsymbol{f(t)} = \lim\limits_{p\to\infty} \boldsymbol{F(p)}$

- **Théorème des valeurs finales :** $\lim\limits_{t\to\infty} \boldsymbol{f(t)} = \lim\limits_{p\to 0} \boldsymbol{F(p)}$

<u>f-Transformée d'un produit :</u>

$$L^{-1}[\,F_1(p).F_1(p)] = \int_0^t f_1\,(\tau).f_2\,(t-\tau)d\tau = \int_0^t f_1(t-\tau).f_2\,(\tau)d\tau$$

<u>g-Table des transformées :</u>

Fonction	Allure	$f(t),\ (a,b)\in\mathbb{R},\ n\in\mathbb{N}$	$\mathscr{L}[f(t)]$
Dirac		$b\times\delta(t)$	b
Échelon		$b\times u(t)$	$\frac{b}{p}$
Rampe		$b\times t\times u(t)$	$\frac{b}{p^2}$
Puissance		$b\times t^n\times u(t)$	$b\times\frac{n!}{p^{n+1}}$
Exponentielle		$b\times e^{-at}\times u(t)$	$\frac{b}{p+a}$
Premier ordre		$b\times(1-e^{-at})\times u(t)$	$\frac{b}{p}\times\frac{a}{p+a}$
Sinus		$b\times sin(\omega t).u(t)$	$b\times\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
Cosinus		$b\times cos(\omega t).u(t)$	$b\times\frac{p}{p^2+\omega^2}$
Sinus amortie		$e^{-at}sin(\omega t).u(t)$	$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$
Cosinus amortie		$e^{-at}cos(\omega t).u(t)$	$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$

4- APPLICATION DES TRANSFORMEES DE LAPLACE A LA RESOLUTION DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES :

Considérons un système et un signal d'entrée e(t) qui une combinaison linéaire de n signaux :

$$e(t)=\lambda_1 e_1(t)+\lambda_2 2(t)+\cdots+\lambda_n e_n(t)$$

On définira comme système linéaire tout système qui conserve au niveau de sa sortie la combinaison linéaire d'entrée, chaque si(t) étant la sortie correspondant à ei(t) :

$$s(t)=\lambda_1 s_1(t)+\lambda_2 s_2(t)+\cdots+\lambda_m s_m(t)$$

La plupart du temps, ces systèmes sont régis par des équations différentielles à coefficients constants.

Soit e(t) le signal d'entrée, s(t) le signal de sortie. L'équation générale d'un système linéaire s'écrit des manières suivantes :

$$a_n \frac{d^n}{dt^n} s(t) + .. + a_1 \frac{d}{dt} s(t) + a_0 s(t) = b_n \frac{d^n}{dt^n} e(t) + \cdots + b_1 \frac{d}{dt} e(t) + b_0 e(t)$$

Les plus grand m et n sont appelé ordre du système.

4-La fonction de transfert du système linéaire :

4-1 Définition :

Considérons un système linéaire quelconque possédant une entrée e(t) et une sortie s(t), on suppose qu'il est régi par l'équation différentielle de degré n :

$$a_n \frac{d_n}{d t^n} + , , , + a_1 \frac{ds}{dt} + a_0 s(t) = b_m \frac{d_m e}{d t^m} + , , , + b_1 \frac{de}{dt} + b_0 e(t)$$

En appliquant la transformation de Laplace aux deux membres de cette équation :

$$a_n p^n S(p) + , , , + a_1 p + a_0 S(p) = b_m p^m E(p) + , , , + b_1 pE(p) + b_0 E(p)$$

$$[a_n p^n + , , , + a_1 p + a_0] S(p) = [b_m p^m + , , , + b_1 p + b_0] E(p)$$

D'où, on obtient la fonction de transfert G(p) :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{b_m p^m + , , + b_1 p + b_0}{a_n p^n + , , + a_1 p + a_0} = G(p)$$

4-2Les pôles et les zéros du système :

Comme la fonction de transfert est une fraction rationnelle de deux polynômes de la variable complexe p, il est possible de factoriser ces deux polynômes dans le Corp. des complexes. On obtient :

$$G(p)=\frac{b_m(p-z_m)(p-z_{m-1}),,(p-z_1)}{a_n(p-p_n)(p-p_{n-1}),,(p-p_1)}$$

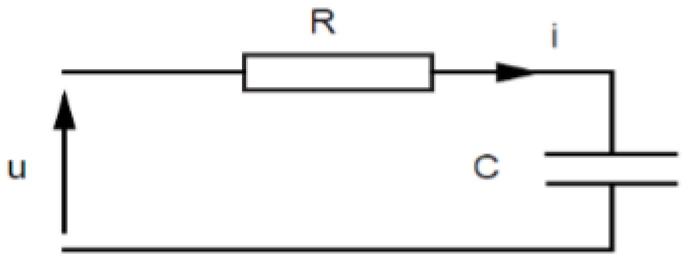
les p_0 , p_2, p_n sont appelé Les pôles.

les Z_0 , Z_2, Z_m sont appelé Les Zéros.

4-3 Quelques exemple :

Exemple 1 : Système électrique

Considérons le système (simple) électrique suivant, où l'on définira l'entrée u et la sortie i.



On peut écrire la relation entre la tension d'alimentation u(t) de ce circuit et le courant qui y circule i(t) :

$$u(t) = Ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

Ou bien encore :

$$u'(t) = Ri'(t) + \frac{1}{C}i(t)$$

et si l'on calcule la transformée de Laplace de cette équation :

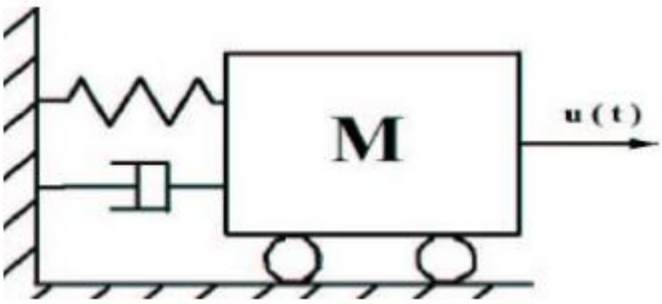
$$pU(p) = RpI(p) + \frac{1}{C}I(p)$$
$$= \left(Rp + \frac{1}{C}\right) I(p)$$

On a considéré les conditions initiales (u(0) et i(0)) nulles. En effet, la tension initiale au borne de la résistance et l'intensité initiale du condensateur son nulles. On obtient ainsi la fonction de transfert :

$$F(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{Cp}{1+RCp}$$

Exemple 2 : Amortisseur

Considérons le système décrit par la figure ci-dessous :



Par application du Principe Fondamental de la Dynamique, l'équation différentielle régissant le comportement de la masse M soumise à une force u(t) est donnée par :

$$My''(t) + fy'(t) + Ky(t) = ut$$

En appliquant la transformée de Laplace à cette équation et en choisissant la position y(t) de la masse comme sortie, on obtient la fonction de transfert du système comme le rapport de Y (p) sur U(p), soit :

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{Mp^2+fp+K}$$

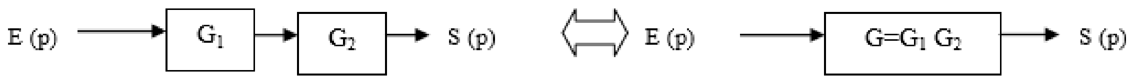
5- TERMINOLOGIE DES SHEMAS FONCTIONNELS :

D'une manière générale, un schéma fonctionnel est constitué par un assemblage de quatre types d'éléments : des rectangles, des comparateurs, des points de dérivation et les flèches représentants la circulation orientée des signaux.

5.1-Association de plusieurs éléments en cascades (série) :

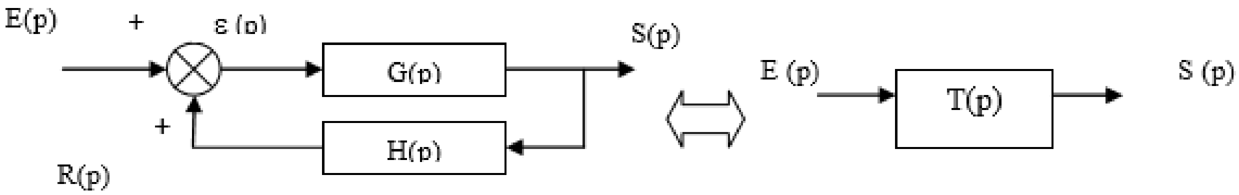
On peut effectuer la multiplication de tout ensemble fini d'éléments montés en série, c'est-à-dire que si on monte n constituants ou éléments de fonctions de transfert $G_1, G_2, \ldots, G_n$ en cascade (en série) ils sont équivalents à un seul élément G dont la fonction de transfert est donnée par : $G = G_1.G2\ldots.G_n$.

Exemple :



***5.2- Systèmes en boucle fermée* :**

C'est un système dont le signal de commande dépend de la sortie, c'est-à-dire : le signal de sortie est comparé avec le signal d'entrée.



D'après le schéma fonctionnel nous pouvons écrire :

$$S(p) = \varepsilon(p)G(p)$$
$$R(p) = S(p)H(p)$$
$$\varepsilon(p) = E(p) + R(p)$$

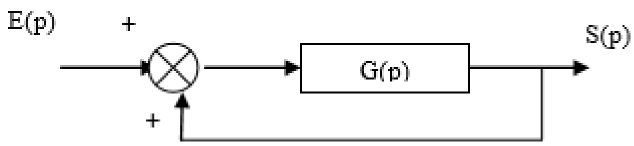
Donc :

$$S(p) = [E(p) + R(p)]G(p) \Rightarrow S(p) = [E(p) + S(p)H(p)]G(p) \quad \Rightarrow$$

$$S(p) = E(p)G(p) + S(p)H(p)G(p) \;\Rightarrow\; S(p)\big(\big(1 - H(p)G(p)\big) = E(p)G(p)$$

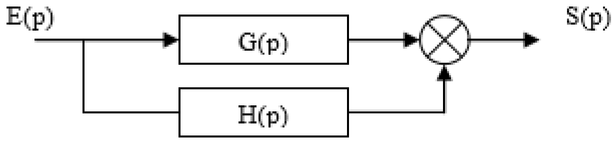
$$\Rightarrow \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G(p)}{1 - H(p)G(p)} = T(p)$$

5.3- Retour unitaire :



$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G(p)}{1 - G(p)} = T(p)$$

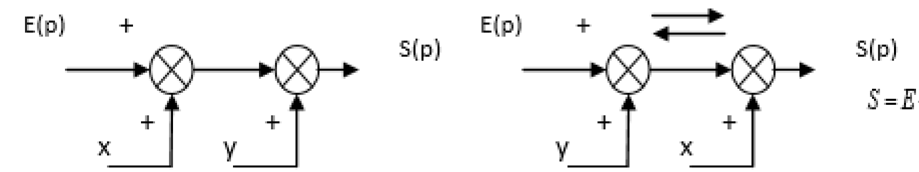
5.4- Eléments en parallèles :



$$S(p) = E.G + E.H = E(G + H)$$
$$\frac{S(p)}{E(p)} = G(p) + H(p) = T(p)$$

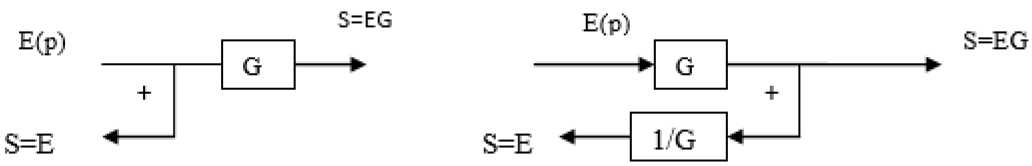
5.5- Association de deux comparateurs :

a- A gauche d'un élément :



$$S = E + X + Y = E + Y + X$$

b- A droite d'un élément :



6- SYSTEMES EN ENTREES MULTIPLES. APPLICATION DU PRINCIPE DE SUPERPOSITION :

Quand on a plusieurs signaux dans un système linéaire, on traite chacun d'eux indépendamment des autres. Le signal de sortie produit par tous les signaux agissant en même temps se calcule de la manière suivante :

1- Rendre tous les signaux nuls, sauf un seul.
2- Calculer la réponse produite par le signal choisi agissant seul.
3- Répéter les étapes 1 et 2 pour chacun des signaux d'entrés restant.
4- Ajouter algébriquement toutes les réponses calculées. Cette somme représente la grandeur de sortie totale obtenue quand tous les signaux d'entrée agissent ensemble.

CHAPITRE III

SYSTEMES LINEAIRES

1- SYSTEMES LINEAIRES DU PREMIER ORDRE :

1.1- Définition :

On appel système du premier ordre tout système dont le fonctionnement est décrit par une équation différentiel du premier ordre.

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t) \Rightarrow \tau\, P\, S(P) + S(P)$$

$$\Rightarrow T(p) = \frac{S(P)}{E(P)} = \frac{1}{1+\tau p}$$

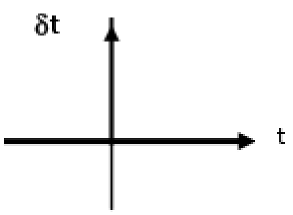
Fonction de transfert du système du premier ordre.

2- REPONSES INDICIELLES D'UN SYSTEME DE PREMIER ORDRE :

On appel réponse indicielle d'une fonction la réponse s(t) à une entrée e(t) connu et non périodique. Les entrées donnant des réponses indicielles :

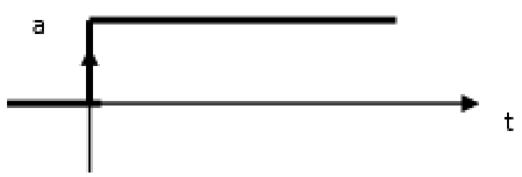
a- *Entrée impulsion* ***:***

Pic de Dirac : $e(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \delta t & t = 0 \end{cases}$ $\qquad L[\delta t] = 1$



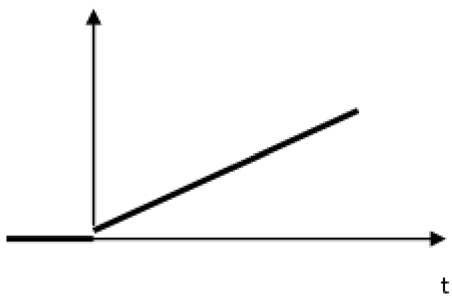
b- *Entrée échelon :*

$$e(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ a & t > 0^{+} \end{cases} \qquad L[e(t)] = \frac{a}{p}$$



c- ***Entrée à une rampe :***

$$e(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ at & t > 0^+ \end{cases} \quad L[e(t)] = \frac{a}{p^2}$$



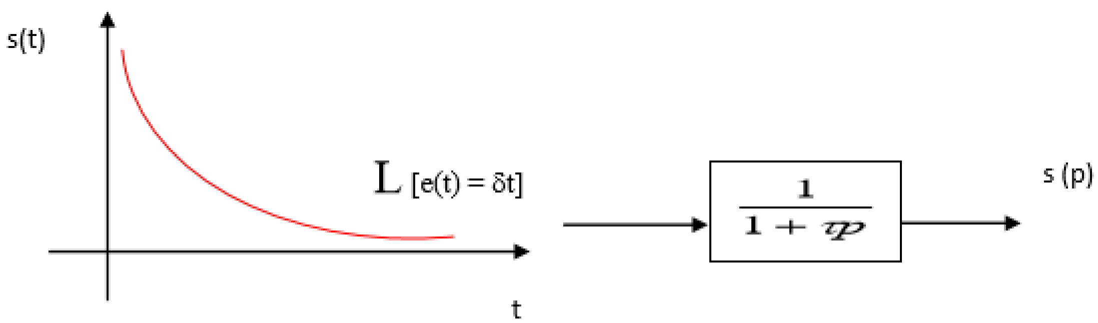
2-1- Réponse au Pic de Dirac :

Soit une équation différentiel du premier ordre tel que :

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)$$

Avec : $T(p) = \frac{1}{1+\tau p}$ et $S(p) = T(p)E(p)$

$$\Rightarrow \; s(t) = \frac{1}{\tau} e^{\frac{-t}{\tau}}$$

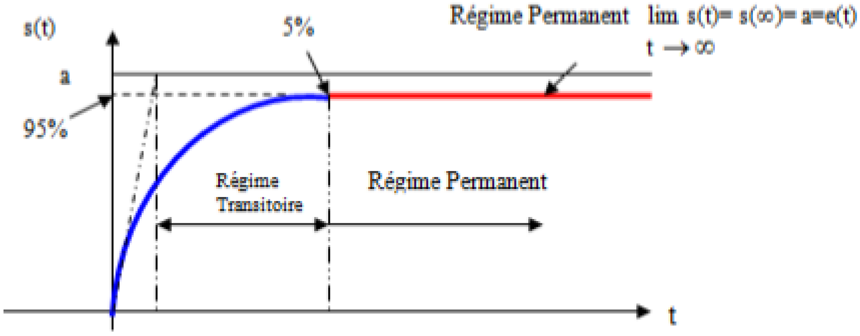


2-2- Réponse à une entrée échelon :

Soit une équation différentiel du premier ordre tel que : $\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)$

Avec : $T(p) = \frac{1}{1+\tau p}$ et $E(p) = \frac{a}{p}$

$$L^{-1}[S(p)] = s(p) = a(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$$



Tr : Temps de réponse. Il est défini à 5% du régime définitif d'un système linéaire du 1er ordre pour une entrée échelon. On considère que le régime est permanent.

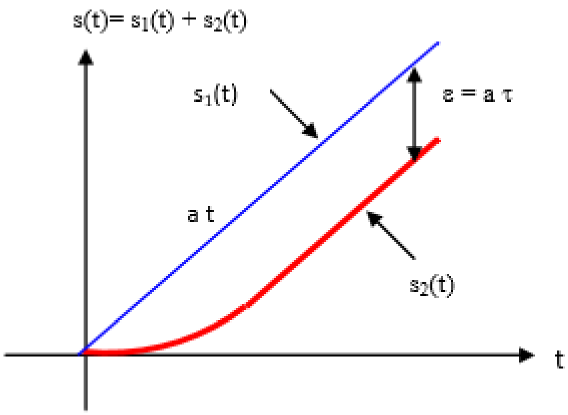
S(Tr)=95% s(∞) ⇒ $a\left(1 - e^{-\frac{Tr}{\tau}}\right) = 0.95\,a \Rightarrow 1 - e^{-\frac{Tr}{\tau}} = 0.95 \Rightarrow Tr = 3\tau$

Avec : τ est la constante du temps

2-3- Réponse à une entrés rampe :

$$e(t) = at \;\Rightarrow E(p) = \frac{a}{p^2} \;\Rightarrow\; s(t) = at - a\tau\,(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$$

$$\lim_{t\to\infty} s(t) = \infty$$



Erreur de traînage :

$\varepsilon = a\ \tau$

$\varepsilon\ (t) = s\ (\infty) - s\ (t)$

2-4-Réponses harmoniques d'un système asservi linéaire :

C'est la réponse d'un système à une entrée périodique. Elle permet d'étudier le système en régime permanent.

$$e(t) = E\sin(\omega t) \Rightarrow S\ \sin(\omega t + \varphi)$$

φ : Phase= Argument.

$e(t) \rightarrow E(p)$ avec $P = j\omega$

$T(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)}$

3- SYSTEMES LINEAIRES DU DEUXIEME ORDRE :

3.1- Définition :

Un système linéaire du deuxième ordre est décrit par une équation différentielle du second ordre :

$$T^2\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 2\eta T\frac{ds(t)}{dt} + s(t) = k_s e(t)$$

(Ks : gain statique).

Cette équation peut se mettre sous la forme suivante :

$$T^2p^2S(p) + 2\eta TpS(p) + S(p) = K_sE(p)$$

On peut donc écrire que la fonction de transfert du système est :

$$T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_s}{T^2p^2 + 2\eta Tp + 1}\quad avec\ \eta > 0\ et\ T > 0\ \ On\ pose\ T = {}^{1}/_{\omega_n}$$

Ou : $$T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{\frac{1}{\omega_n^2}p^2 + \frac{2\eta\omega_n}{\omega_n^2}p + 1} = \frac{K_{s\omega_n^2}}{p^2 + 2\eta\omega_n p + \omega_n^2}$$

ω_n: Fréquence naturelle du système non amorti.

η: Le rapport d'amortissement ou cœfficient d'amortissement.

$\alpha = {}^{\eta}/_{T} = \eta\omega_n$: Le coefficient d'amortissement.

${}^{1}/_{\alpha} = {}^{1}/_{\eta\omega_n}$: La constante de temps.

La fonction de transfert T(p) peut possède deux racines :

$$T^2p^2 + 2\eta Tp + 1 \Rightarrow (p - p_1)(p - p_2) = (p - \frac{\eta - \sqrt{\eta^2 - 1}}{T})$$

- $\eta > 1 \Rightarrow$ p1 et p2 sont deux racines réelles négatives ou positives ⇒le système est stable. (Régime sur amorti).
- $\eta = 1 \Rightarrow$ p1 et p2 sont des racines doubles ⇒ le système est juste oscillant. (Régime amorti critique).
- $0 < \eta < 1 \Rightarrow$ p1 et p2 sont deux racines complexes⇒ le système est instable (il oscille : amortissement sur critique).

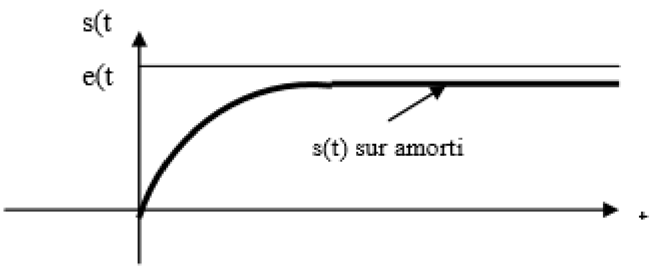
3.2- Réponses a une entrée échelon :

Soit un système linéaire du deuxième ordre. L'entrée du système est un échelon e(t) = 1.

$$S(p) = \frac{1}{p(T^2p^2 + 2\eta Tp + 1)}$$

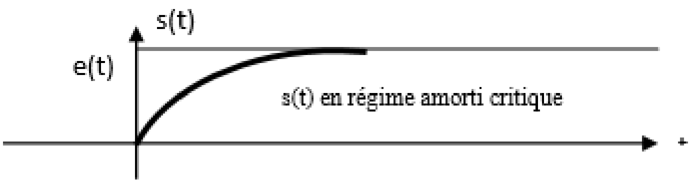
Discussion suivant la valeur de η :

a- pour $\eta > 1$: $s(t) = 1 + \frac{1}{2}\frac{\eta}{\sqrt{\eta^2+1}} e^{-\left(\eta - \sqrt{\eta^2+1}\right)\omega_n t}$



b- Pour $\eta = 1$: $s(t) = 1 - e^{-\omega_n t}(1 + \omega_n t)$

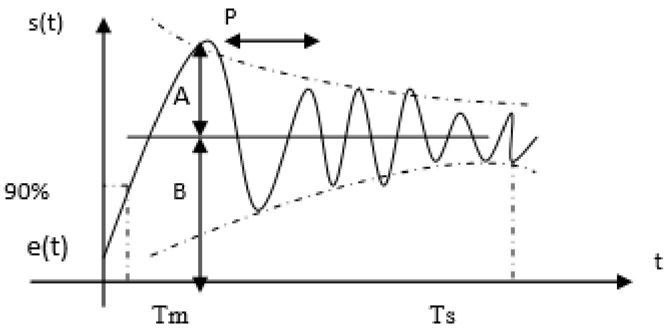
Le système est en amortissement critique.



C- *Pour* $0 < \eta < 1$: $s(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\eta^2}} e^{-\eta\omega_n t} \sin\left(\sqrt{1-\eta^2}\omega_n t + \varphi\right)$

Avec : $\varphi = arctg\left(\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\right)$

Le système étant en régime d'amortissement sur critique.



$\frac{A}{B} = exp\frac{-\pi\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}$ est le dépassement, et $p = \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\eta^2}}$ est la période.

T_m est le temps que met la réponse à un échelon pour être à 90% de la valeur finale. Avec s(∞)=e(t).

Ts : est le temps de stabilisation : c'est-à-dire le temps que met la réponse a un échelon pour atteindre un certain pourcentage donné de sa valeur finale (2 à 5%).

3.3- La résonance :

Lorsque la fonction de transfert T_{dB} est maximum, la fréquence de résonance est égale à :

$\omega_R = \omega_n\sqrt{1-2\eta^2}$; ω_R existe si $1 - 2\eta^2 > 0 \Rightarrow \eta \leq 0.7$

Le coefficient de surtension est égale à : $\varrho = \frac{1}{2\eta\sqrt{1-\eta^2}}$

$\eta < 0.7 \Rightarrow$ Systèmes oscillants (Les oscillations sont visibles)

$\eta > 0.7 \Rightarrow$ ==> Pas d'oscillations