



-2021/2022-

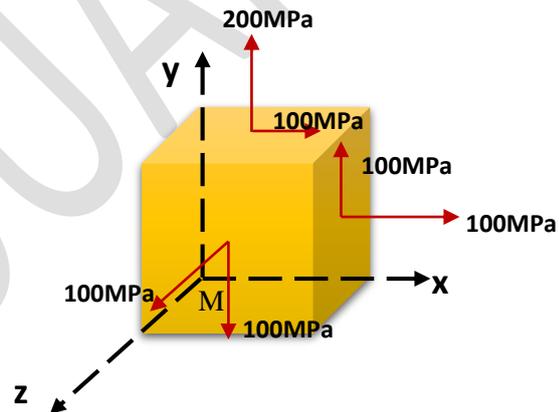
## Comportement Mécanique des Matériaux Composites et Multi-Matériaux

-S2- MI GM

### Fiche TD N°1

#### Exercice 1 :

- Ecrire la matrice des contraintes en P dans le repère (xyz).



#### Exercice 2 :

En un point M d'un solide, dans le repère orthonormé  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ , le tenseur des contraintes a pour valeur :

$$[\sigma(M)] = \begin{bmatrix} 100 & -40 & 0 \\ -40 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa$$

1. Faire un dessin qui montre la signification physique des composantes du tenseur des contraintes.
2. Soit le vecteur unitaire  $\vec{n}$  de composantes :

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sur la facette  $\vec{n}$  :

- (a) Calculer les composantes du vecteur contrainte  $\vec{T}(M, \vec{n})$ .
- (b) Calculer la contrainte normale  $\sigma_n$ .
- (c) Calculer les composantes du vecteur cisaillement  $\vec{\tau}_n$ , puis le module  $\tau_n$  du cisaillement.
- (d) Faire un dessin qui montre la facette, le vecteur contrainte, la contrainte normale et le vecteur cisaillement.
3. Calculer les contraintes et les directions principales.
4. Faire un dessin qui montre la signification physique des contraintes et des directions principales.

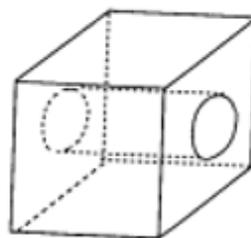
### Exercice 3 :

$$\begin{cases} \sigma_x = -2x^2 + 3y^2 - 5z & ; & \tau_{xy} = z + 4xy - 7 \\ \sigma_y = -2y^2 & ; & \tau_{xz} = -3x + y + 1 \\ \sigma_z = 3x + y + 3z - 5 & ; & \tau_{yz} = 0 \end{cases}$$

Définir les forces de volume à l'équilibre statique

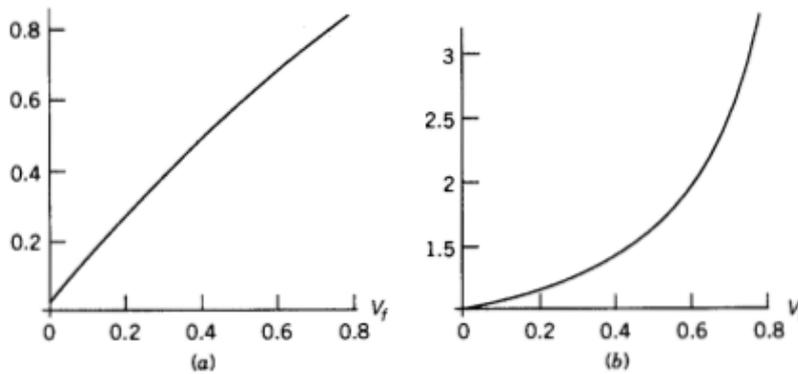
### Exercice 4 :

Le module d'élasticité et la masse volumique d'une fibre de Graphite et d'une résine Epoxy typiques sont  $E_f = 230 \text{ GPa}$ ,  $\rho_f = 17,2 \text{ kN/m}^3$  et  $E_m = 3,45 \text{ GPa}$ ,  $\rho_m = 12,0 \text{ kN/m}^3$ , respectivement. En supposant que le tassement des fibres soit représenté par le volume unitaire indiqué sur la figure, tracez le module spécifique longitudinal,  $E_1/\rho$ , et le module spécifique transversal,  $E_2/\rho$ , en fonction de la fraction volumique de fibres  $0 \leq V_f \leq V_f^{max}$  pour un unidirectionnel système composite Graphite/Epoxy renforcé de fibres où la valeur maximale du rayon de la fibre est égal à la moitié du bord unitaire du volume.



volume unitaire

Notez que  $\rho_c$  est la masse volumique du matériau composite.



Rigidités spécifiques composites normalisées (a) longitudinales et (b) transversales en fonction de la fraction volumique des fibres

### Exercice 5 :

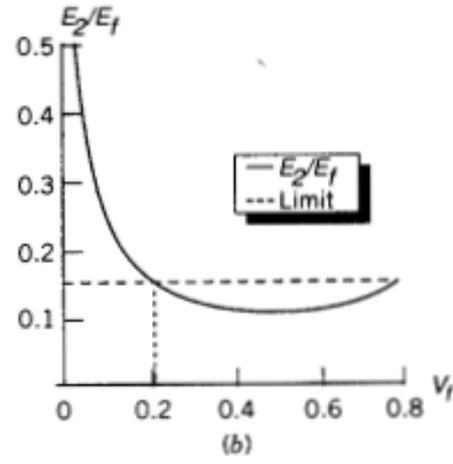
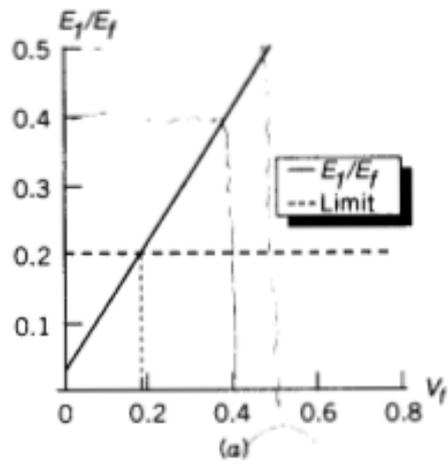
Un pli Graphite/Epoxy unidirectionnel hors axe ( $E_1 = 181GPa, E_2 = 10.3GPa, G_{12} = 7.17GPa, \nu_{12} = 0.28$ ) avec une orientation de teta est chargé de sorte que seul un état uniforme de  $\sigma_{max} = \dots$  existe. Déterminer les déformations dans le plan résultant de ce chargement en fonction de l'angle d'orientation des fibres.

### Exercice de perfectionnement

Pour la géométrie de garnissage des fibres présentée dans la figure (voir exercice 4) et les propriétés des fibres et de la matrice du Kevlar et de l'Epoxy fournies ci-dessous, formulez le problème d'optimisation pour minimiser le poids du matériau composite en fonction de la fraction volumique des fibres. Le module longitudinal du composite doit être au moins égal à 20 % de celui du module des fibres, et le module transversal doit être supérieur à 15 % du module longitudinal du composite. Tracez graphiquement les contraintes de rigidité pour déterminer la solution optimale pour la fraction volumique de fibres.

Le module d'élasticité et la densité de poids d'une fibre de kevlar typique sont  $E_f = 124GPa, \rho_f = 14.1kN/m^3$  et de la résine époxy sont  $E_m = 3.45GPa, \rho_m = 12kN/m^3$ , respectivement. La masse volumique du composite à minimiser est la fonction objectif  $f(V_f)$  donnée en termes de fraction volumique de fibres à l'aide de l'équation :

$$f(V_f) = \rho = \rho_f V_f + \rho_m (1 - V_f) = 12 + 2.1V_f \text{ (kN/m}^3\text{)}$$



Rigidités normalisées (a) longitudinale et (b) transversale en fonction de la fraction volumique des fibres

Dr. ZOUAMBI