

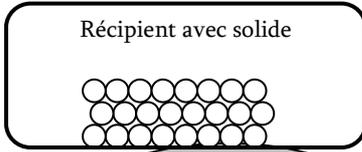
# Résumé de cours – CM3 – Cristallographie – 1/4

**Objectif :** → Décrire l'état solide de la matière

## Rappels sur les Etats de la Matière :

### SOLIDE

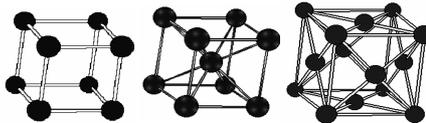
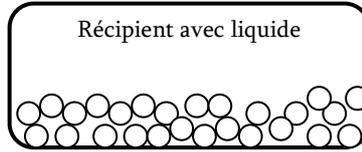
- Etat ordonné / Molécules au contact
- Forte interaction / Plus de mouvement



Essentiellement des **CRISTAUX**

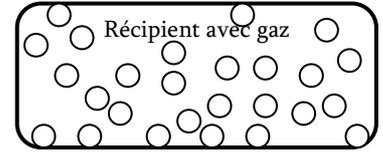
### LIQUIDE

- Etat désordonné / Molécules proches
- Peuvent bouger les unes % aux autres



### GAZ

- Désordonné / Particules Très éloignées
- Très agitées / Libre / Peu d'interaction



Etude des gaz  
(Voir Cours Thermodynamique)

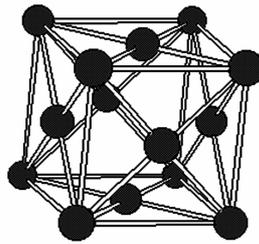
## I. Description des Cristaux

- Maille :** Partie élémentaire du cristal, à partir de laquelle on peut reconstituer tout le cristal
- Réseau cristallin :** Assemblage infini des mailles → Description géométrique du cristal
- Nœuds :** Points régulièrement disposés constituant la structure du cristal
- Motif du cristal :** Entité placée à chaque nœud et qui se répète dans le cristal (= atome / ion / molécule / ...)
- Population ou multiplicité :** Nombre de nœuds appartenant à la maille (noté N pour la suite)

**Multiplicité :** → Nombre de sphères appartenant à la maille élémentaire (Certaines sont partagées)

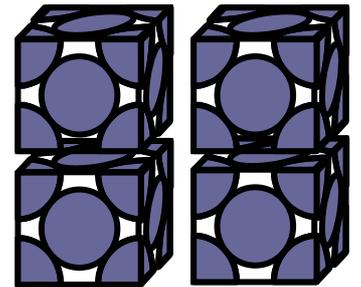
### Maille élémentaire : Cubique Faces Centrées

(En vue éclatée)  
14 sphères apparaissent  
Ce n'est pas la multiplicité



**Mais la majorité des sphères sont partagées entre plusieurs mailles :**

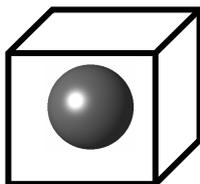
→ Il ne faut en compter qu'une partie



### 4 Cas Possibles :

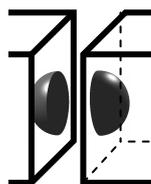
#### Au Centre

=> Compte pour 1



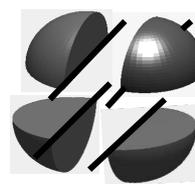
#### Sur les Faces

=> Compte pour 1/2



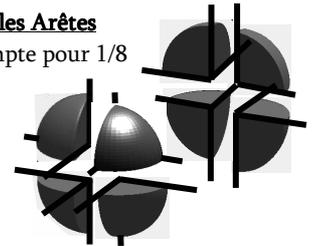
#### Sur les Arêtes

=> Compte pour 1/4



#### Sur les Arêtes

=> Compte pour 1/8



## Compacité et Masse Volumique :

Modèle des sphères dures indéformables  
=> Chaque motif du cristal par une sphère dure

**Compacité :** Rapport du volume réellement occupé par les sphères sur le volume total de la maille

**Masse Volumique :** Rapport masse d'une maille / volume

**Densité :**

Comparaison avec l'eau

$$d = \frac{\rho}{\rho_{eau}}$$

[ en sachant que  $\rho_{eau} = 1 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ]

$$C = \frac{V_{occupé \text{ par les sphères}}}{V_{total \text{ de la maille}}}$$

$$\rho = \left( \frac{m}{V} \right)_{maille} = \frac{N \times m_{motif}}{a^3}$$

Rmq : La densité est une grandeur sans unité (→ plus facile à manipuler)

Rmq : La densité d'un gaz est comparée avec celle de l'air

Ex :

Élément	Eau	Fer $\alpha$	Plomb	Titane	Aluminium	Or	Uranium	Iridium
Densité	1	7,85	11,35	5	2,8	19,3	19	22,6

## I Réseaux Cristallins Courants

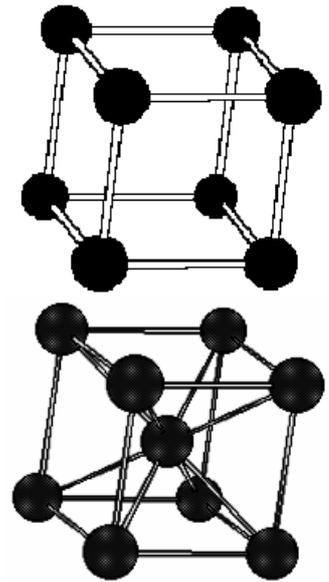
### I.1 Cubique Simple (CS)

La maille : 1 nœud à chaque sommet d'un cube

Population :  $N = 8 \times \frac{1}{8} = 1$

Contact au niveau de l'arête :  $a = 2R$

Compacité :  $C = \frac{V_{occupé}}{V_{maille}} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{(2R)^3} = C = \frac{\pi}{6} = 52\%$



### I.2 Cubique Centré (CC)

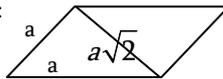
La maille : 1 nœud à chaque sommet d'un cube + 1 nœud au centre

Population :  $N = 8 \times \frac{1}{8} + 1 \times 1 = 2$

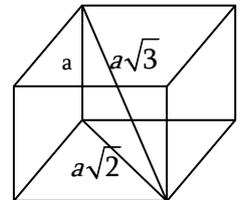
Contact au niveau de la grande diagonale :  $a\sqrt{3} = 4R \Rightarrow a = \frac{4}{\sqrt{3}}R$

Rappel mathématique :

Petite diagonale :



Grande diagonale :



Compacité :  $C = \frac{V_{occupé}}{V_{maille}} = \frac{2 \times \frac{4}{3} \pi R^3}{\left(\frac{4}{\sqrt{3}}R\right)^3} = C = \frac{\pi \sqrt{3}}{8} = 68\%$

### I.3 Cubique Faces Centrées (CFC)

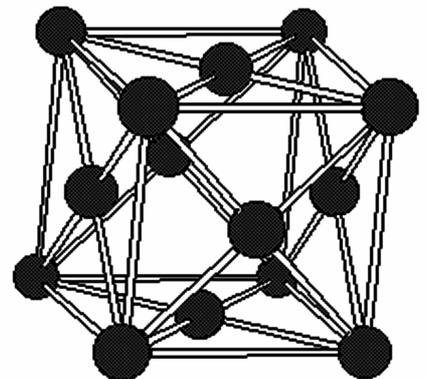
La maille : 1 nœud à chaque sommet d'un cube  
+ 1 nœud au centre de chaque face du cube

Population :  $N = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$

Contact au niveau de la petite diagonale :  $a\sqrt{2} = 4R$

Ainsi :  $\Rightarrow a = \frac{4}{\sqrt{2}}R$

Compacité :  $C = \frac{V_{occupé}}{V_{maille}} = \frac{4 \times \frac{4}{3} \pi R^3}{\left(\frac{4}{\sqrt{2}}R\right)^3} = C = \frac{\pi \sqrt{2}}{6} = 74\%$

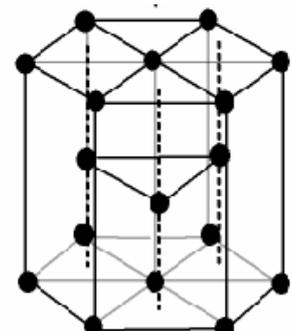
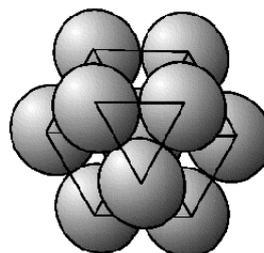


### I.4 Hexagonale Compacte (Hors Programme)

Empilement de structures hexagonales

(= Solution la plus compacte pour répartir des sphères de même diamètre dans un plan)

On montre que :  $C = \frac{V_{occupé}}{V_{maille}} = 74\%$

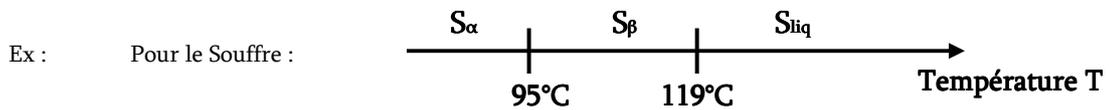


**Remarque :** 74% est le plus compact réalisable avec des sphères DURES de MEME DIAMETRE  
2 structures permettent d'atteindre une telle compacité : CFC et HC (Hexagonal Compact)

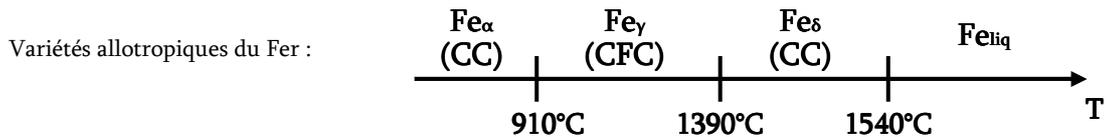
## II Types de Cristaux

### II.1 Variétés allotropiques

Allotropie : Lorsqu'un corps pur peut exister sous plusieurs variétés cristallines



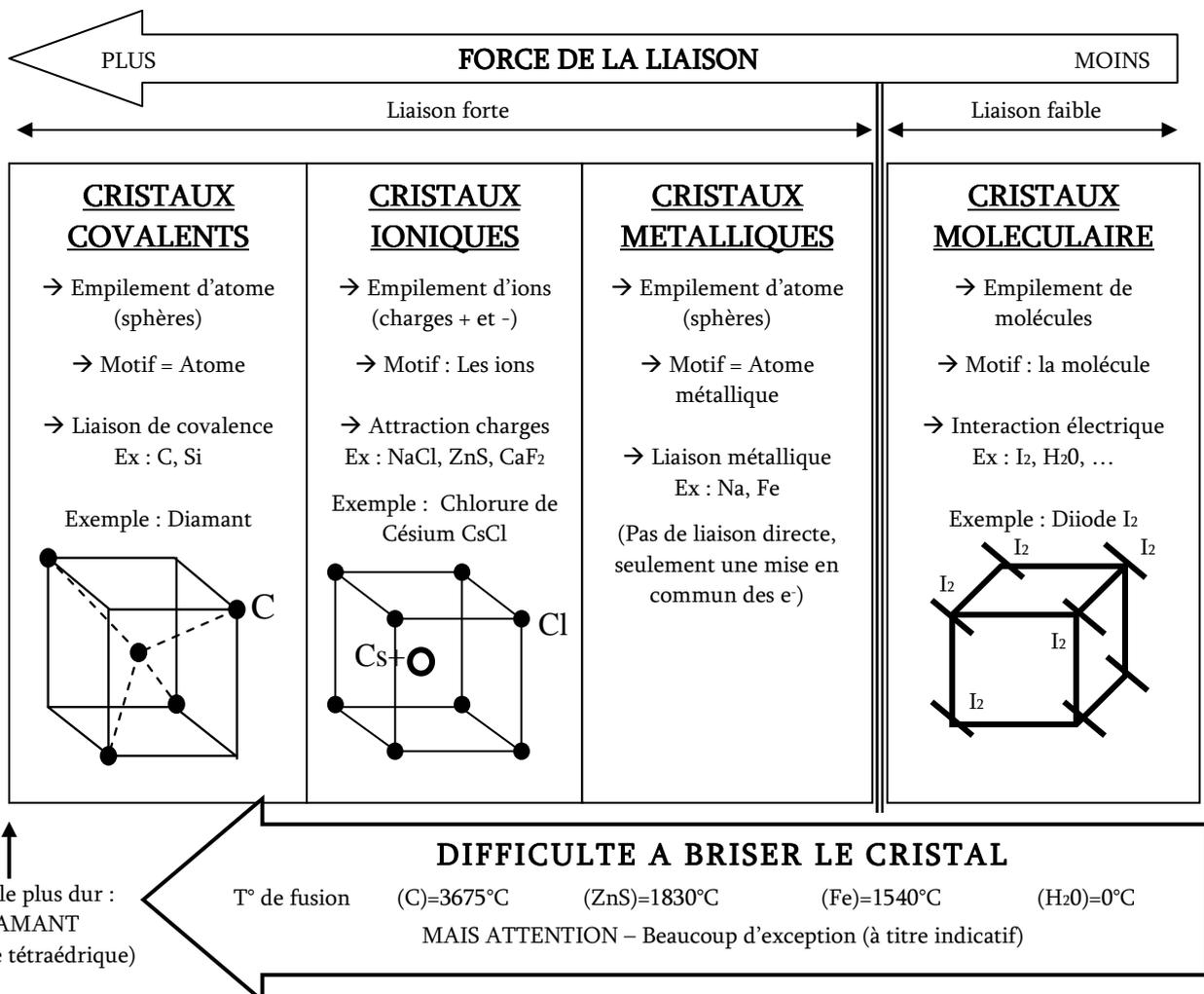
Remarque : Les variétés  $\alpha$  et  $\beta$  sont dites « variétés allotropiques »



- Autres exemples :
- Carbone : Graphite, Diamant, Nanotubes, ... (tous des cristaux covalents)
  - La glace (Eau sous forme solide) possède plus de 10 formes allotropiques selon les conditions de température T et de pression P

### II.2 Types de Cristaux

Pcp : Dans les cas de cristaux, des liaisons électriques se font entre les atomes et les molécules  
On distingue différents types de cristaux selon la nature de ces liaisons



# Résumé de cours – CM3 – Cristallographie – 4/4

## II.3 Exemples de cristaux

### Exemples de Cristaux Métalliques :

CC : → Fer  $\alpha$  / Chrome / Tungstène / ...  
CFC : → Fer  $\gamma$  / Or / Ag / Alu / Cuivre / ...  
HC : → Zinc / Titane / Cadmium / ...  
Cubique simple : Seulement le Polonium

Rmq : Toutes les sphères font le même diamètre, donc le cubique simple n'est pas très stable, et peu rencontré...

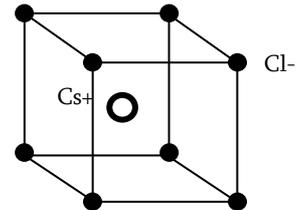
### Exemples de Cristaux Ioniques :

CsCl : Chlorure de Césium

Un ion Chlorure  $\text{Cl}^-$  se trouve sur chaque coin du cube ( $N_1 = 1$ )

Un ion Césium  $\text{Cs}^+$  se trouve au centre du cube ( $N_2 = 1$ )

Cela donne une structure Cubique Centrée, justifiée par les rayons des ions :  $r(\text{Cl}^-) = 181\text{pm}$ ,  $r(\text{Cs}^+) = 94\text{pm}$

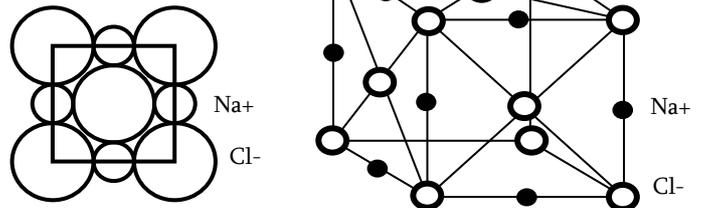


NaCl : Chlorure de Sodium

Les ions Chlorure  $\text{Cl}^-$  s'organisent en CFC ( $N_1 = 4$ )

Les ions Sodium  $\text{Na}^+$  occupent le milieu de chaque arête ainsi que le centre du cube ( $N_2 = 4$ )

Cela donne une structure Cubique Simple, justifiée par les rayons des ions :  $r(\text{Cl}^-) = 181\text{pm}$ ,  $r(\text{Na}^+) = 97\text{pm}$

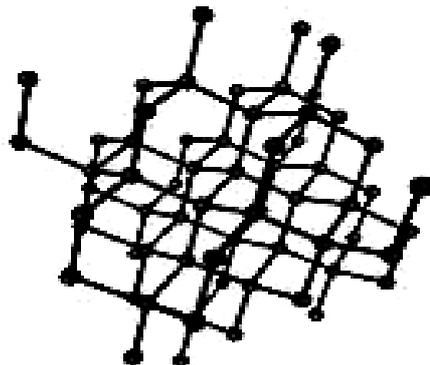


### Exemple de Cristal Covalent :

Carbone :

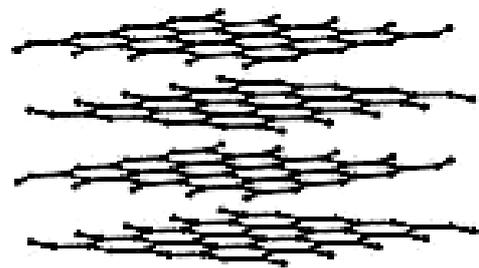
Sous forme de diamant :

Chaque atome de carbone est lié à ses 4 voisins les plus proches, et a donc une structure tétraédrique  
→ Structure très robuste



Sous forme de graphite :

Les atomes de carbone s'organisent en feuillets hexagonaux régulièrement espacés et décalés  
→ Matériau mou  
(Mine de crayon / Lubrifiant / ...)



### Exemple de Cristal Moléculaire :

Glace : Les molécules d'eau  $\text{H}_2\text{O}$  s'agglomèrent suivant plusieurs structures, il y a plus d'une dizaine de variétés allotropiques.

Un exemple est illustré ci-contre. Il ne faut pas oublier que l'on place une molécule  $\text{H}_2\text{O}$  à chaque nœud du réseau cristallin.

