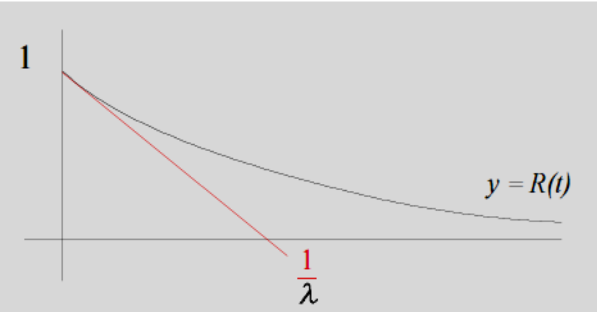
III. ESTIMATION DE F(t) ET DE R(t) :

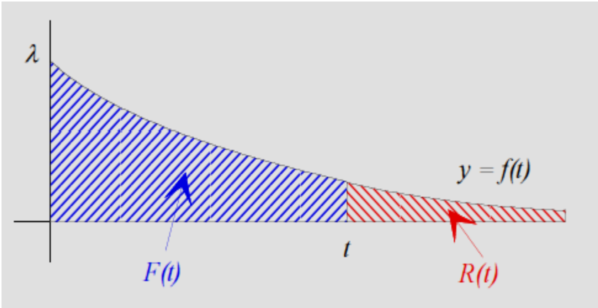
2. Loi exponentielle

La loi exponentielle est la loi suivie par la variable $\boldsymbol{T}$ lorsque le ***taux de défaillance est constant***.

Pour tout $t = 0$ on a $\lambda(t) = \lambda$ constante strictement positive. Pour tout $t \geq 0$

- Fonction de fiabilité: $R(t) = e^{-\lambda t}$
- Fonction de défaillance: $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$
- Densité de probabilité: $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$
- à $t = MTBF = \frac{1}{\lambda}$ on a $R(t) = e^{-1} \approx 0.368$ (détermination de $MTBF$ graphiquement)
- Ecart-type: $\sigma(t) = \dfrac{1}{\lambda}$





Exemple 1 : Un appareil a un taux de défaillance constant de **λ= 0.03 panne/h**

- Calculer la probabilité qu'il tombe défaillant pendant 10 premières heures d'opération.

$$P(T \leq 10) = F(10) = 1 - e^{-0.03*10} = 0.26$$

- à ***t=10*** on a :

$$R(10) = 1 - F(10) = 1 - 0.26 = 0.74$$

- $MTBF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0.03} = 33.3\ heures$

- à ***R(t)=0.368*** on a :

$$\ln R(t) = \ln(0.368) = -0.03*t = -0.999 \text{ donc } t=33.3 = MTBF$$

- à $10 \leq t \leq 50$ on a :

$$P(10 \leq t \leq 50) = \int_{10}^{50} \lambda e^{-\lambda t}\, dt = F(50) - F(10) = 0.78 - 0.26 = 0.52$$