

3.1 Équation de l'équilibre radial simplifié

C'est le déséquilibre temporaire entre les fortes forces centrifuges exercées sur le fluide et les pressions radiales rétablissant l'équilibre qui est responsable de ces écoulements. La redistribution conséquente du débit massique par rapport au rayon affecte le profil de vitesse de sortie et la distribution de l'angle d'écoulement.

L'élément est en équilibre radial de sorte que les forces de pression équilibrent les forces centrifuges.

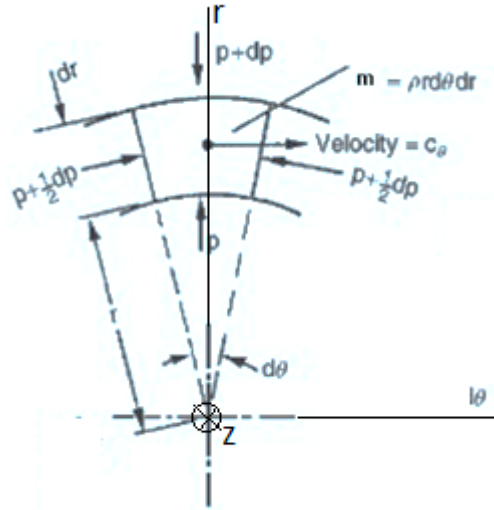


Fig. 1 : élément de contrôle

- Loi de Newton

$$\begin{aligned} \sum F_{ext/r} &= 0 \\ dF_p &= r d\theta dp \\ dF_c &= \rho V_\theta^2 dr d\theta \\ dF_p + dF_c &= 0 \\ r d\theta dp &= \rho V_\theta^2 dr d\theta \\ \frac{dP}{dr} &= \rho \frac{V_\theta^2}{r} \end{aligned} \quad (1)$$

- L'enthalpie de stagnation s'écrit (avec vitesse radiale = 0)

$$\begin{aligned} h_0 &= h + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \Rightarrow \frac{dh_0}{dr} = \frac{dh}{dr} + \frac{1}{2} \left(2u \frac{du}{dr} + 2v \frac{dv}{dr} \right) \\ \frac{dh_0}{dr} &= \frac{dh}{dr} + \left(u \frac{du}{dr} + v \frac{dv}{dr} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

- La relation de Gibbs : $T ds = dh - \frac{dP}{\rho}$

$$T \frac{ds}{dr} = \frac{dh}{dr} - \frac{dP}{\rho dr} \quad (3)$$

En combinons deux équations (2) et (3) :

$$T \frac{ds}{dr} = \frac{dh_0}{dr} - \frac{dP}{\rho dr} - u \frac{du}{dr} - v \frac{dv}{dr}$$

$$\frac{dh_0}{dr} - T \frac{ds}{dr} = \frac{dP}{\rho dr} + u \frac{du}{dr} + v \frac{dv}{dr}$$

$$\text{de l'équation(1): } \frac{dP}{\rho dr} = \frac{v^2}{r} \quad \text{Où : } \frac{v}{r} \frac{dvr}{dr} = \frac{v}{r} \left[r \frac{dv}{dr} + \frac{vdr}{dr} \right] = \frac{v dv}{dr} + \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{dh_0}{dr} - T \frac{ds}{dr} = \frac{\frac{v^2}{r} + v \frac{dv}{dr}}{\frac{v}{r}(v+r\frac{dv}{dr}) = \frac{V}{r}(v\frac{dr}{dr} + r\frac{dv}{dr}) = \frac{V}{r}[\frac{d(Vr)}{dr}]} + u \frac{du}{dr}$$

$$\frac{dh_0}{dr} - T \frac{ds}{dr} = u \frac{du}{dr} + \frac{V}{r} \left[\frac{d(Vr)}{dr} \right]$$

Équation ci-dessus est appelée équation de l'équilibre radial

3.2 Théorie des disques actuateurs

La théorie des disques actuateurs est une technique d'analyse des performances du rotor. Dans ce modèle, le rotor est représenté par un disque perméable qui laisse passer le flux à travers le rotor, en même temps qu'il est soumis à l'influence des forces de surface. Le modèle de disque d'actionneur «classique» est basé sur les principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

La surface du disque du rotor en fonction du diamètre du rotor D est donnée par :

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

Le débit massique ($\dot{m}$) à travers le tube de courant :

$$\dot{m} = \rho A V$$

Il est intéressant de mentionner que la vitesse V au niveau du disque d'actionnement est la moyenne arithmétique des vitesses entrant et sortant du tube de courant.

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$\dot{m} = \frac{\rho}{2} A (V_1 + V_2)$$

De la deuxième loi de Newton, la puissance utile est donnée par :

$$P_u = \frac{1}{2} \dot{m} (V_1^2 - V_2^2)$$

$$P_u = \frac{\rho}{4} A (V_1 + V_2) (V_1^2 - V_2^2)$$

A l'entrée :

$$P_{u,0} = \frac{1}{2} \dot{m}_0 V_1^2$$

$$\dot{m}_0 = \rho A V_1$$

$$P_{u,0} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot V_1^3$$

$$\frac{P_u}{P_{u,0}} = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \right) \left(1 + \frac{V_2}{V_1} \right)$$

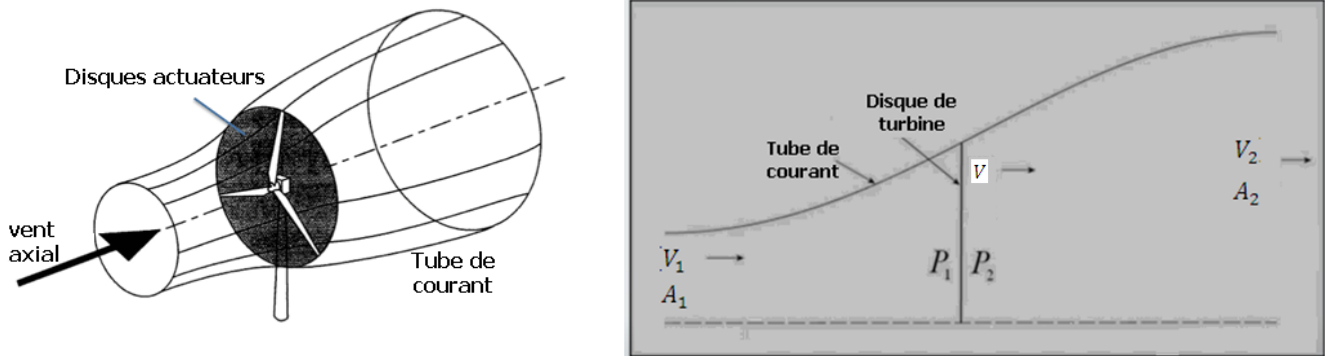


Fig. 2 : schéma simplifiée de l'écoulement à travers le rotor

V_1 : Vitesse en amont ;

V_2 : Vitesse en aval ;

P_1 : Pression en amont du disque ;

P_2 : Pression en aval du disque ;

A : L'aire (surface) de disque de rotor ;

3.3 Écoulement aube à aube

Cette approche est évidemment très facile et fréquemment utilisée mais elle est peu réaliste et ne doit être appliquée qu'à des cas très limités. Toutefois, son utilité s'explique par le fait que :

- il s'agit souvent d'une étape utile avant l'élaboration de cas plus compliqués, en particulier au niveau des méthodes de calcul ;
- les calculs 2D sont souvent suffisants pour analyser l'influence de certains paramètres comme par exemple le pas relatif, la répartition de la courbure du squelette, la répartition de la loi d'épaisseur....etc.,
- la conception de profils de base est souvent effectuée en 2D.

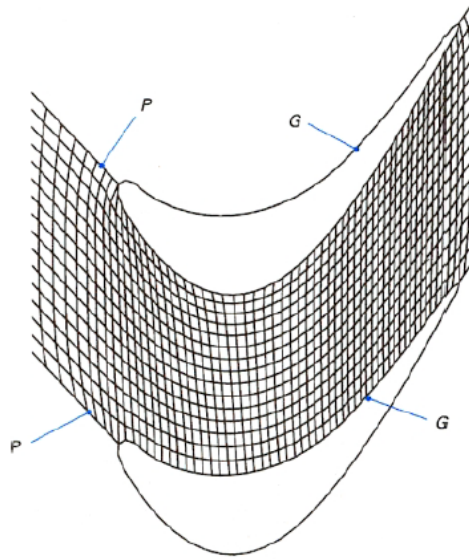


Fig. 3 : écoulement entre deux aubes

Deux méthodes sont utilisées pour déterminer toutes les caractéristiques de l'écoulement pour une roue à géométrie donnée, les **méthodes directes** et les **méthodes inverses**.

3.3.1 Méthodes directes

Toutes les méthodes présentées utilisent des équations discrétisées, nécessitant un maillage approprié du domaine de calcul. Cela peut entraîner, a priori, un manque de précision dans les régions où les gradients de vitesse sont très élevés et la densité du maillage est insuffisante.

- a) Méthode matricielle (différences finies)
- b) Méthode par (éléments finis)
- c) Méthode instationnaire

3.3.2 Méthodes inverses

La recherche d'optimisation de certaines performances peut être facilitée par l'utilisation du mode inverse. Malheureusement, le calcul conduit fréquemment à des formes d'aubes totalement irréalistes. Il est alors nécessaire d'effectuer un nombre important de calculs de façon à aboutir à un compromis satisfaisant, ce qui diminue l'avantage par rapport à l'emploi systématique de calculs en mode direct. En réalité, il est judicieux de s'inspirer des résultats d'un calcul direct appliqué à une géométrie réaliste et de considérer la méthode inverse comme une méthode correctrice.

References

Turbomachines : calcul des écoulements compressibles, Techniques de l'Ingénieur