Université de Relizane **2021-2022**

1^{er} année: Mathématiques et Informatique **Algèbre II**

TD 2

Espaces vectoriels

Exercice 1

On munit $\mathbb{R}^2$ par les lois $+$ et $\odot$ définies comme suit
$\forall \alpha \in \mathbb{R}$, et $\forall (x,y),(x',y') \in \mathbb{R}^2$:
$(x,y)+(x',y')=(x+x',y+y')$ et $\alpha \odot (x,y)=(\alpha x, y)$
Est-ce que $(\mathbb{R}^2,+,\odot)$ est un $\mathbb{R}-$espace vectoriel?

Exercice 2

Parmi les ensembles suivants reconnaître ceux qui sont des sous-espaces vectoriels:
$E_1=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 |\ x+y+a=0 \text{ et } x+3az=0\}$, $a\in\mathbb{R}$
$E_2=\{f\in\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R}) |\ f(1)=0\}$
$E_3=\{f\in\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R}) |\ f(0)=1\}$
$E_4=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 |\ x+\alpha y+1\geq 0\}$, $\alpha\in\mathbb{R}$.

Exercice 3

On considère dans $\mathbb{R}^3$, le sous ensemble F défini par :
$F=\{(x-y,2x+y+4z,3y+2z)/x,y,z\in\mathbb{R}^3\}$
(1) Montrer que F est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
(2) Donner une base de F , quelle est sa dimension ?
(3) F est-il égale à $\mathbb{R}^3$?

Exercice 4

Parmis les ensembles suivants, lesquels sont des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^4$. Dans le cas affirmatif trouver des bases

$E_1=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4/3x-2y+2z=0 \text{ et } 2y=t\}$, $E_2=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4/2x+y-z=0\}$, $E_3=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4/2x-y-t=0\}$